

Thesis for the degree
Doctor of Philosophy

עבודת גמר (תזה) לתואר
דוקטור לפילוסופיה

Submitted to the Scientific Council of the
Weizmann Institute of Science
Rehovot, Israel

מוגשת למועצה המדעית של
מכון ויצמן למדע
רחובות, ישראל

By
Ariel Steiner

מאת
אריאל שטיינר

עיצוב מבוסס מחקר של יחידת לימוד בנושא מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה

Research based design of an instroctural unit Statistical mechanics - model of the diffusion phenomenon

Advisors:
Prof. Edit Yerushalmi
Prof. Samuel Safran

מנחים:
פרופ' עידית ירושלמי
פרופ' שמואל שפרן

September 2018

אלול תשע"ח

תודות

אני רוצה להודות לד״ר נאוה שולמן שהשתתפה בשלב הראשון של התוכנית מ״ח בינתחומי כיתה יא׳. אני מודה לקבוצת המחקר של פרופ׳ שפרן, ובעיקר למר אוהד כהן, על שיחות רבות שהבהירו את התוכן המדעי, על רעיונות אינספור ועל השתתפות בהוראה. כמו כן, אני מודה לקבוצת המחקר של פרופ׳ ירושלמי, ובעיקר לד״ר לנגבהיים על המוטיבציה הרבה ושיחות רבות בנוגע למחקר האמפירי ולמר אריאל אברשקין על שותפות מלאה בפיתוח המבנית. אני גם מודה לוועדה המלווה שלי: פרופ שלומית קפון וד״ר שוורץ יעל, על התועלת הרבה בכיוון המחקר, ההערות והתמיכה המתמשכת. אחרון חביב, אני רוצה להודות למנחים שלי, פרופ׳ עידית ירושלמי ופרופ׳ שמואל שפרן על האכפתיות הרבה, על אמונתם ביכולות שלי גם בשעות הקשות ועל הדחיפה ללא רחם לעבר תוכנית ייחודית זו. אחרון חביב, אני רוצה להודות למשפחתי: אימי ואבי שתמיד שם כדי לעזור הן פיזית והן רגשית, הילדים שלי: יערה, שירה וזוהר שממלאות אותי בגאווה ובשמחה, ומאיה אשתי שהייתה שם לצידי במהלך ההרפתקה הזאת ותהיה במשך שנים רבות.

תקציר

A research based introductory curriculum was developed to build the conceptual framework offered by physics to explain complex phenomena that are of interest to material and life science. The curriculum was implemented, evaluated and refined in a course for interested and capable high-school students (10^{th} to 12^{th} grade) offering 5 unit matriculation credit.

The research-based development of the curriculum followed the Model of Educational Reconstruction (MER) (Duit, 2007) framework considering three interrelated components: (1) The analysis of content structure - the selection of central ideas and their organization into a coherent knowledge structure aligned with students' prior knowledge and the rational for the program; (2) The construction of instruction - consisting of the implementation of pedagogical principles to design a learning environment given the constraints of implementation (time, resources, etc.); (3) The study of students' achievements and difficulties, allowing to identify achievable learning goals for the program.

To meet students' limited prior knowledge students first (in 10^{th} grade) analyzed particle diffusion by means of step-by-step evolution of many-particle-systems. The construction and analysis of computational dynamical models allowed to justify and concretize the shift from Newtonian dynamics to random-walk. The abstract statistical thermodynamics treatment of non-interacting systems in equilibrium was first presented in 11^{th} grade in a unit focused on spatial configurations. The "statistical thermodynamic of spatial configurations" unit built the equal a-priori probability of all microstates postulate based on students' former acquaintance with particle dynamics - random walk. The unit followed with analysis of distributions, entropy and the second law in the spatial context. The unit set the stage for later analysis of thermal contact (configuration in energy space) and systems with interactions relevant to life sciences.

The Thesis focus on the "statistical thermodynamic of spatial configurations" unit. Diagnostic problems and interviews served to study students' understanding of the central principles and concepts following completion of the unit, as well as changes in students' perceptions and their preferences regarding various models (particle dynamics vs. statistical thermodynamics) for particle diffusion several months after completion of the unit. The analysis show that students have largely succeeded in properly implementing the concepts and principles they have learned, so that the teaching unit in its format achieves most of its goals. The change in students' perceptions is expressed in the model they use to predict the phenomenon - dynamic or/and statistical mechanics, but their point of view in which they describe the phenomenon: micro-

the particles random walk; macro- the average on area and/or on time of the local density; probability- the probability for certain value of the local density, does not change.

תכנית לימודים ברמת קורס מבוא פותחה כדי לבנות מסגרת מושגית פיזיקלית המסבירה תופעות מורכבות מרכזיות במדעי החומר והחיים. תכנית הלימודים יושמה, הועברה ועודנה בקורס 5 יחידות בגרות לתלמידי תיכון (י'-יב') בעלי עניין ויכולת. המחקר המבוסס על פיתוח תכנית הלימודים, עקב אחר המסגרת המחקרית Model of Educational Reconstruction (MER) (Duit, 2007) הלוקחת בחשבון שלושה רכיבים הקשורים זה לזה: (1) ניתוח עיוני של מבנה הדעת – בחירה של רעיונות מרכזיים וארגונם למבנה ידע קוהרנטי המותאם ליידע הקודם של התלמידים ולרציונל התכנית; (2) עיצוב סביבת הלמידה – יישום עקרונות פדגוגיים לעיצוב סביבת הלמידה ובהתייחסות לאילוצי הסביבה בה התכנית מופעלת; (3) מחקר אמפירי - מחקר במהלך ההפעלה על השגי וקשיי התלמידים, המאפשר לזהות מטרות למידה ברות השגה לתכנית.

בכדי לפגוש את הידע הקודם איתו התלמידים מגיעים לתכנית, כיתה י' מתמקדת בגישור בין היבט מקרוסקופי ומיקרוסקופי של מערכת מרובת חלקיקים באמצעות מודלים חישוביים דינמיים המתארים את ההתפתחות בזמן של מערכת חלקיקים מתנגשים (באינטראקציות דחיה קצרות טווח). בניית וניתוח מודלים דינמיים חישוביים מאפשרת להצדיק ולהמחיש את המעבר מדינמקה ניוטונית למהלך אקראי. הטיפול המכנו-סטטיסטי המופשט של מערכות ללא-אינטראקציה בין החלקיקים בש"מ הוצג לראשונה בכיתה יא' במבנית המתמקדת בקונפיגורציות מרחביות. המבנית "מכניקה סטטיסטית של קונפיגורציות מרחביות" בנתה את הנחת ההסבתרות השווה לכל מצבי-המיקרו בהתבסס על ההכרות הקודמת של התלמידים עם דינמיקת החלקיקים – מהלך אקראי. המבנית ממשיכה עם ניתוח של התפלגות, אנטרופיה וחוק שני בהקשר של קונפגורציות מרחביות. מבנית זו מהווה בסיס לניתוח מאוחר יותר של מגע תרמי (קונפיגורציות במרחב האנרגיה) ומערכות עם אינטראקציות הרלוונטיות למדעי החיים.

התיזה מתמקדת במבנית "מכניקה סטטיסטית של קונפיגורציות מרחביות". שאלות דיאגנוסטיות וראיונות שמשו הן לניתוח הבנת התלמידים מושגים ועקרונות מרכזיים לאחר סיום המבנית, והן לזיהוי השינוי בתפיסות של התלמידים ובהעדפות שלהם לגבי המודלים השונים (דינמיקת החלקיקים לעומת מכניקה סטטיסטית) עבור דיפוזיית חלקיקים מספר חודשים לאחר סיום המבנית. הניתוח מראה כי התלמידים הצליחו במידה רבה ביישום ראוי של המושגים והעקרונות שהם למדו, כך שיחידת ההוראה במתכונתה הנוכחית משיגה את רוב מטרותיה. השינוי בתפיסות התלמידים מתבטא במודל- דינמיקת חלקיקים או/ו מכנו-סטטיסטי - בו הם משתמשים לחזות את תופעת הדיפוזיה, אך נקודת המבט בה הם מתארים את התופעה: מיקרו- תנועתם האקראית של החלקיקים, מקרו- צפיפות מקומית ממוצעת במרחב או/ו בזמן, הסתברותית - ההסתברות לקבלת ערכי הצפיפות המקומית, אינה משתנה.

תוכן עניינים

1. מבוא 10
1.1 רציונל לפיתוח ומחקר 10
1.2 גישת המחקר, מטרות ושאלות- MER: Model of Educational Reconstruction 12
2. סקר ספרות 14
2.1 המודל החלקיקי כהסבר להתנהגות מקרוסקופית 14
2.2 הבנה של תופעות צומחות emergent phenomena 17
2.3 מושגים בסיסיים בהסתברות וסטטיסטיקה 19
2.4 הסבר תרמו-סטטיסטי – שימוש בחוק 2 של התרמודינמיקה 26
3. ניתוח עיוני של מבנה הדעת (מימד I ב MER) 29
3.1 זיהוי מטרות למידה ברות השגה 29
3.2 ארגון היררכי של מטרות הלמידה 36
4. עיצוב סביבת הלמידה (מימד II ב MER) 42
4.1 רצף המפגשים: נושאים ואמצעי הוראה מרכזיים 42
4.2 עקרונות עיצוב פדגוגיים 43
4.2.1 ייצוג מושגים מופשטים בהקשר מציאותי ובכלים ויזואליים – מושגים מכנו סטטיסטיים בהקשר של פיזור חלקיקים 43
4.2.3 הבנייה ואתגור 44
5. מחקר אמפירי (מימד III ב MER) – מתודולוגיה 48
5.1 איסוף הנתונים 48
5.2 ניתוח הנתונים 51
6. השגת מטרות הלמידה במבנית –פוסט מיידי (מבחן מחצית) 53
6.1 מתודולוגיה 53
6.1.1 איסוף הנתונים - מיפוי מרכיבי ידע שנדרשו במשימות המבחן 53
6.1.2 גישת ניתוח הנתונים 55
6.2 ממצאים - מצב ש"מ 58
6.2.1 מרחב המדגם והתפלגות ההסתברות 58
6.2.2 חיזוי באמצעות התפלגות ההסתברות 61
6.2.3 בין הערך הנמדד (מקרו) להתפלגות ערכי המשתנה המקרי 71
6.3 ממצאים –התפתחות לעבר מצב ש"מ 83
6.3.1 מתן משמעות של פיזור מרחבי ל S(Cb) 83
6.3.2 חיזוי ההתפתחות באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה 86
6.4 סיכום הממצאים- השגת מטרות הלמידה במבנית- פוסט מיידי (מבחן מחצית) 89
7. ניתוח וממצאים – תפישות התלמידים בשאלון הקדם ובפוסט הדחוי (ראיון): 91
7.1 שאלון הקדם 91
7.1.1 איסוף הנתונים - מיפוי המודלים ונק. המבט בתשובות לשאלון הקדם 91

7.1.2 גישת ניתוח הנתונים- שאלון הקדם 96
7.1.3 ממצאים - מצב ש"מ 97
7.1.4 ממצאים- התפתחות למצב ש"מ 103
7.1.5 סיכום הממצאים – תפישות התלמידים בשאלון הקדם 106
7.2 ממצאים- פוסט דחוי (מקרי בוחן ראיון) 107
7.2.1 איסוף הנתונים – מיפוי המודלים ונק. המבט לשאלות המובנות בפוסט הדחוי (ראיון) 107
7.2.2 גישת ניתוח הנתונים- פוסט דחוי (ראיון) 113
7.2.3 ממצאים - פניית התלמידים לנקודות מבט/מודלים שונים להסבר התנהגות המערכת 114
7.2.4 סיכום הממצאים: תפישות התלמידים בפוסט הדחוי (ראיון) 130
8. דיון 143
8.1 השגת מטרות הלמידה במבנית – פוסט מיידי (מבחן מחצית) 145
8.1.1 מערכת בש"מ 145
8.1.2 התפתחות לעבר מצב ש"מ 148
8.2 תפישות התלמידים בשאלון הקדם ובפוסט הדחוי 149
8.2.1 שאלון הקדם 149
8.2.2 ראיון פוסט דחוי (ראיון) 151
8.3 כיצד ממצאי המחקר האמפירי משפיעים על מבנה הדעת ועיצוב סביבת ההוראה? .. 156
8.4 מהם מגבלות המחקר? איזה מחקר המשכי מוצע? 157
מקורות 158
נספחים 165
נספח א' - Lesson5 ws2- פעילות: תיאור סטטיסטי של מערכת המורכבת מהרבה קולואידים 165
נספח ב': Lesson3 ws1- פעילות- התפלגות המאורעות בזריקת זוג קוביות 167
נספח ג'- Lesson5 ws1- פעילות-תיאור סטטיסטי של מצב ש"מ של מערכת 4 קולואידים בקופסא 169
נספח ד' - שאלון מקדים 171
נספח ה': בחינת מחצית מ"ח בינתחומי תשע"ז 172
נספח ו' - פוסט דחוי - ראיון 179
נספח ז' – תפיסת התלמידים בסבב I של ההוראה (תשע"ו) את התיאור הסטטיסטי של מצב שיווי-המשקל 182

רשימת התרשימים

כותרת	עמ׳
תרשים 1.1 : The model of Educational Reconstruction	12
תרשים 1.2 : יישום MER במחקר	12
תרשים 2.1 : גישת התוצאה של מיפוי ערכי הסתברות לתחזיות (Konold, 1995)	20
תרשים 3.1 : מפת מושגים של יחידת ״התרמודינמיקה הסטטיסטית״, הרחבה המבוססת על גישתו של Reif	30
תרשים 4.1 : דוגמא להבניה-פתרון בכיתה של דף הפעילות Lesson5 ws2 מתוך מצגת שיעור 6	45
תרשים 4.2 : דוגמא לאתגור- פתרון בכיתה של דף הפעילות Lesson 5 ws2 מתוך מצגת שיעור 6	45
תרשים 6.1 : שאלה 1 סעיפים א + ב	58
תרשים 6.2 : התפלגות תשובות התלמידים בשאלה 1 א+ב	61
תרשים 6.3 : התפלגות תשובות התלמידים בשאלה 1. ג(1)	65
תרשים 6.4 : התפלגות תשובות התלמידים בחלק הראשון של שאלה 1 סעיף ד׳	74
תרשים 6.5 : התפלגות תשובות התלמידים לחלק השני של שאלה 1 סעיף ד׳ , תת-שאלה ראשונה	77
תרשים 6.6 : התפלגות תשובות התלמידים לחלק השני של שאלה 1 סעיף ד׳ , תת-שאלה שנייה	78
תרשים 6.7: שאלה 2 סעיף א	83
תרשים 6.8 : התפלגות תשובות התלמידים לשאלה 2 סעיף א׳	86
תרשים 6.9 : התפלגות תשובות התלמידים לשאלה 2 סעיף ב׳	88
תרשים 7.1 : שאלה 2 סעיפים א׳ וב׳, משאלון הקדם, שחולק בשיעור הראשון יא׳	92
תרשים 7.2 : שאלה 3 חלק ראשון, משאלון הקדם, שחולק בשיעור הראשון יא׳	95
תרשים 7.3 : התפלגות נקודות המבט בהן התלמידים משתמשים בבואם לתאר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה בשאלון הקדם	100
תרשים 7.4 : התפלגות קומבינציות נקודות המבט בהן התלמידים משתמשים בבואם לתאר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה בשאלון הקדם.	101
תרשים 7.5 : התפלגות הסברי התלמידים לאי-ההפיכות של תופעת הדיפוזיה, בשאלון הקדם	105
תרשים 7.6 : שאלות prob מובנות בראיון, שנשאלו לאחר שתי השאלות הראשונות בהם התלמיד תיאר והסביר, באופן יחסית חופשי, את מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה (שאלה 1) ואת ההתפתחות לעבר מצב זה (שאלה 2)	112
תרשים 7.8 : השינוי בתפיסת s6 בין הקדם לפוסט הדחוי (ראיון)	135
תרשים 7.9 : השינוי בתפיסת s8 בין הקדם לפוסט הדחוי (ראיון)	140
תרשים 8.1 : שימוש במודל מהלך אקראי ובתופעת הדיפוזיה בכדי לבנות מושגים בסיסיים במודל המכנו-סטטיסטי, בפרט, הנחת ההסתברות השווה, התפלגות, אנטרופיה וחוק שני	144

רשימת הטבלאות

כותרת	עמ׳
טבלה 3.1 : היבטים מרכזיים של תופעות בחומר חי, ומטרות הלמידה הנגזרות מהם	29
טבלה 3.2 : פרקי התכנית בכיתות י – י״ב (סבב הוראה II)	31
טבלה 3.3 : מטרות הלמידה לכיתה יא׳ בסבב הוראה I	31
טבלה 3.4 : מטרות הלמידה לכיתה יא׳ בסבב הוראה II	31
טבלה 3.5 : מודלים דינמיים (י׳) ומכנו-סטטיסטי (יא׳) של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המיקרוסקופית	33
טבלה 3.6 : מודלים דינמיים (י׳) ומכנו-סטטיסטי (יא׳) של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המקרוסקופית- מקרו במרחב	33
טבלה 3.7 : מודלים דינמיים (י׳) ומכנו-סטטיסטי (יא׳) של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המקרוסקופית- מקרו במרחב ובזמן	34
טבלה 3.8 : מודלים דינמיים (י׳) ומכנו-סטטיסטי (יא׳) של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט ההסתברותית- ההסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית בש״מ	35
טבלה 4.1 : רצף המפגשים במבנית ״מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״	42
טבלה 4.2 : דוגמא לתשובות התלמידים, בשלב החיזוי ובשלב ההסבר, בהקשר של הטלת קוביות משחק	47
טבלה 6.1 : כלל מרכיבי ידע שנדרשו לשאלה 1 מבחן האמצע סעיפים א-ה	54
טבלה 6.2 : מרכיבי ידע שנדרשו לשאלה 2 מבחן האמצע	54
טבלה 6.3 : דוגמא ליישום שלבים i, iii ו iv בגישת ניתוח הנתונים	56
טבלה 6.4 : תשובת המורה מנוסחות באמצעות מרכיבי ידע, מבחן אמצע שאלה 1 סעיפים א׳ וב׳	59
טבלה 6.5 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף א׳ + ב׳	60
טבלה 6.6 : אופני תשובות מומחה מנוסחים באמצעות מרכיבי ידע, מבחן אמצע שאלה 1 סעיף ג. (1).	63
טבלה 6.7 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ג (1)	64
טבלה 6.8 : תשובת המורה מנוסחות באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ג(2)	69
טבלה 6.9 : תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ד׳, תת-שאלה ראשונה	72
טבלה 6.10 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה ראשונה	73
טבלה 6.11 : תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ד׳, תת-שאלה שנייה	76
טבלה 6.12 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה שניה	76
טבלה 6.13 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה שנייה	77
טבלה 6.14 : תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ה׳	80
טבלה 6.15 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ה׳	81

טבלה 6.16 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 2 סעיף א'	85
טבלה 6.17 : דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 2 סעיף ב'	87
טבלה 7.1 : תשובות מומחה אפשריות, לסעיפים א' וב' של שאלה 2 בשאלון הקדם, מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים מנק. מבט שונות	92
טבלה 7.2 : תשובות מומחה אפשריות, לסעיפים א' וב' של שאלה 2 בשאלון הקדם, מבוססות מודלים מכנו-סטטיסטיים מנק. מבט שונות	93
טבלה 7.3 : תשובות מומחה אפשריות, לסעיף ד' שאלה 2 בשאלון הקדם, מחולקות לפי המודל עליו הן מתבססות ונק. המבט בהן הן מתארות את המערכת	94
טבלה 7.4 : תשובות מומחה אפשריות, לסעיף ג' שאלה 2 בשאלון הקדם, מחולקות לפי המודל עליו הן מתבססות ונק. המבט בהן הן מתארות את המערכת	94
טבלה 7.5 : תשובות מומחה אפשריות מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים מנק. מבט שונות, לחלק הראשון של שאלה 3 בשאלון הקדם	95
טבלה 7.6 : תשובות מומחה אפשריות מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי מנק. מבט שונות, לחלק הראשון של שאלה 3 בשאלון הקדם	96
טבלה 7.7 : דוגמאות להיגדים שקודדו לקטגוריות השונות, בשאלון הקדם	98
טבלה 7.8 : דוגמא לדרך העבודה : קידוד תשובות שני תלמידים לקטגוריות השונות בקידודי רמה שונים, בשאלון הקדם	99
טבלה 7.9 : דוגמאות להיגדים שקודדו לקטגוריות השונות, עבור שאלת אי-ההפיכות בשאלון הקדם	104
טבלה 7.10 : תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 1 בראיון, מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות	108
טבלה 7.11 : תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 1 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי מנק. מבט שונות	108
טבלה 7.12 : תשובת מומחה אפשרית, ל prob של שאלה 1 בראיון, מבוססת מודלים דינמיים	109
טבלה 7.13 : תשובת מומחה אפשרית, ל prob של שאלה 1 בראיון, מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי	109
טבלה 7.14 : תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 2 בראיון, מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות	110
טבלה 7.15 : תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 2 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי ומנק. מבט	111
טבלה 7.16 : תשובות מומחה אפשרית, ל prob מובנה של שאלה 2 בראיון, מבוססת מודל של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות	112
טבלה 7.17 : תשובת מומחה אפשריות, ל prob מובנה של שאלה 2 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי ומנק. מבט שונות	112
טבלה 7.18 : תמצות אופן החשיבה של s6 בפוסט הדחוי (ראיון)	131
טבלה 7.19 : תמצות אופן החשיבה המרכזית של s8 בפוסט הדחוי (ראיון)	137
טבלה 7.20 : תמצות אופן החשיבה הנוספת של s8 בפוסט הדחוי (ראיון)	138
טבלה 8.1 : השוואה בין הידע המקדים איתו מגיעים סטודנטים לקורס פיזיקה תרמית ובין הידע המקדים איתו מגיעים תלמידי מ"ח בינתחומי לכיתה יא'	144

1. מבוא

1.1 רציונל לפיתוח ומחקר

בעולם המחקר התעשייה והאקדמיה אנו רואים מגמה של שיתוף פעולה בין-תחומי. גישות מתחום הפיסיקה ומדעי המחשב משמשות להבין תופעות במערכות מרובות חלקיקים המעניינות כימאים, ביולוגים ומהנדסים, בפרט, כיצד המוני מולקולות מתארגנות ליצירת מבנים מגוונים בעלי תפקודים חשובים, דוגמת פירוק כתם נפט, היווצרות צברים של שומנים רווים בממברנת התא וכו׳.

ניירות עמדה מרכזיים (*States NGSS Lead, 2013*) קוראים לקדם הוראה המחברת את היבטיו השונים של המדע בקורסי מבוא במדעים השונים, ובפרט, להעמקה בתשתית הרעיונית בפיזיקה הנחוצה למדעי החיים (*Hilborn, 2014 ; BIO2010, 2003; AAMC-HHMI, 2009*). תרמודינמיקה סטטיסטית, התאוריה שביסוד מודלים למערכות מרובות חלקיקים, היא במרכזה של תשתית זו.

כנגד, הפיזיקה של בית ספר מתמקדת ב 2-1 גופים, ואינה מתיימרת להסביר את מורכבות החומר, בפרט חומר ״חי״. גם בכימיה וביולוגיה התלמיד לא נחשף להסבר כמותי של היווצרות מבנים על בסיס האינטראקציה המולקולרית. בהתאם, נוצרת אצל התלמיד תמונה של הדיסציפלינות המדעיות כנפרדות זו מזו. במיוחד פוגע ייצוג זה של המדע בעתודה המדעית - התלמידים המצטיינים, המאופיינים בשאיפה להתנסות אותנטית, בינתחומית (ב. אלון, 2007).

״מדע חישובי בינתחומי״[1] היא תכנית תלת-שנתית לתלמידי מדעים מצטיינים בכיתות י׳-יב׳ המיועדת לתת מענה לחסר שלעיל: להקנות תשתית פיזיקלית להבנת תופעות חשובות בכימיה והנדסת החומרים, בפרט בהקשרים הרלוונטיים למדעי החיים. צוות אקדמי[2] - תלמידי דוקטורט ומדענים מהמחלקה להוראת המדעים והמחלקה לפיזיקה כימית וביולוגית במכון ויצמן עוסק בפיתוח, הפעלה ומחקר של התכנית.

הצורך במחקר נובע מהחידוש הרב שבתכנית: הצורך לחדד ולבחון מטרות ברות השגה בתכנית, לאפיין את הישגי וקשיי התלמידים בהקשר של דרכי ההוראה בתכנית, וללבן את עקרונות העיצוב למבנה הדעת המוצג בתכנית ולמאפייני סביבת ההוראה בתכנית המתאימים להשגת המטרות.

התכנית מלווה במספר מחקרים, בהתאם ליחידות השונות המרכיבות אותה:

כיתה י׳[3] מתמקדת בגישור בין היבט מקרוסקופי ומיקרוסקופי של מערכת מרובת חלקיקים באמצעות מודלים חישוביים דינמיים[4] המתארים את ההתפתחות בזמן של מערכת חלקיקים מתנגשים (באינטראקציות דחיה קצרות טווח). התלמידים עוסקים בהרחבה בגישות פישוט בתהליך המידול, בפרט ברעיון של ״גירעון גס״[5] בניתוח התנהגותה של מערכת מרובת חלקיקים המאפשר לגשר בין מודל נומרי המבוסס על פתרון משוואות התנועה הניוטוניות, למודל מהלך אקראי.

המחקר המוצג להלן מתמקדת במבנית שתקרא להלן ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״ המתבצעת בכיתה י"א. כיתה י״א עוסקת ביסודות התרמודינמיקה הסטטיסטית -

---

[1] מקצוע מדעי-טכנולוגי המקנה 5 יח״ל תוספתיות על מקצוע מדעי בביה״ס, במסגרת על-אזורית במכון דוידסון, מופעל החל משנה״ל תשע״ה.

[2] ראשת התכנית - פרופ׳ עידית ירושלמי, פיתוח הוראה ומחקר - מר חיים אדרי – כיתה י׳, מר אריאל שטיינר ומר אריאל אברשקין – כיתה י״א, ד״ר אלון לנגבהיים, כיתה י״ב, ייעוץ מדעי - פרופ׳ שמואל שפרן

[3] בנושא זה מתמקד תלמיד המחקר מר חיים אדרי

[4] מבוססים על חוקי ניוטון או על מהלך אקראי, מתמקדים במערכות ללא אינטראקציות ארוכות טווח, כמו דיפוזיה

[5] Coarse graining-מיצוע על פני סקאלת זמן ארוכה בהרבה מסקלת הזמן של התנגשות החלקיקים

מודלים הסתברותיים לשוו״מ ולתהליך ההגעה לשוו״מ, בהסתמך על חוקי התרמודינמיקה. מודלים אלו מיושמים במספר הקשרים:

א. תופעות של פיזור במרחב המקום של חלקיקים ״ללא אינטראקציות״[6] - דוגמת תופעת הדיפוזיה). זהו ההקשר בו מתמקדת המבנית ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״ שבמוקד המחקר הנוכחי;

ב. תופעות של פיזור במרחב האנרגיה (דוגמת מגע תרמי)[7];

ג. מערכות הכוללות אינטראקציות בין- מולקולריות דוגמת תופעת הפרדת הפאזות[8].

מודלים חישוביים משולבים במטרה לסייע בהמחשה של המודלים המופשטים.

כיתה י"ב משלבת הסבר מכנו-סטטיסטי אנליטי ומודל מונטה קרלו חישובי להיווצרות מבנים מגוונים בחומרים רכים (במערכות הן של חלקיקים נקודתיים והן חלקיקים בעלי מבנה פנימי).

במהלך עבודת הדוקטורט חל תהליך של התמקדות: בעוד הפרופוזל ודו״ח הביניים עסקו בכלל ההוראה של יסודות התרמודינמיקה הסטטיסטית בכתה י״א, הדו״ח המסכם והתזה מתמקדים במבנית הראשונה בהוראת נושא זה - ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״.

רצף ההוראה המתואר למעלה מבהיר שתלמידי התכנית מגיעים בכיתה י״א ללימוד המבנית ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״ עם ידע מקדים ייחודי שאינו מאפיין גם תלמידי אוניברסיטה הלומדים נושאים אלו: מודלים חישוביים דינמיים המתארים את ההתפתחות בזמן של מערכת חלקיקים מתנגשים (באינטראקציות דחיה קצרות טווח) – הנושא הנלמד בכתה י׳. המטרה ברצף זה היא להתחיל בתמונה מוחשית, ולגשר בין המודלים הניוטוניים למודלים האקראיים. מאידך, ברצף זה התלמידים נדרשים להמיר את החיזוי הנומרי של התפתחות בזמן של חלקיקי המערכת (כתה י׳) בחיזוי של התפלגות ההסתברות של סידורים אפשריים של חלקיקי המערכת (כתה י״א). האתגר שמעמיד רצף זה מחייבת לשלב היבט עיוני ואמפירי. החלק העיוני מתמקד בליבון מטרות למידה מפורטות ומאפייני סביבת הלמידה להשגתם. החלק האמפירי מתמקד בשתי שאלות המתייחסות למטרות למידה הייחודיות למבנית.

1. כיצד מיישמים התלמידים בעקבות לימוד המבנית את המודל מכנו-סטטיסטי להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה[9], בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש״מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש״מ?
2. האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה באמצעות מודל דינמי, מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד

---

[6] ״ללא-אינטראקציה״ מתייחס למערכות עם אינטראקציות התנגשות- דחיה קצרת טווח (הנהיות זניחות לאחר טווח סופי). אולם, חשוב לשים לב שתכונות שיווי-המשקל של גזים אידיאלים הן פתרונות מדויקים של מערכות ללא אינטראקציות. מצד שני, השגת ש״מ, במובן הדינמי, מערב אינטרקאציות קצרות טווח. לכן, מה שמבדיל בין מערכות ללא-אינטראקציה ומערכות עם אינטראקציה קצרת טווח היא האם מתמקדים בשיווי משקל או בשאלה כיצד המערכת מגיעה לשיווי משקל באופן דינמי (למען האמת, ניתן להגיע לש״מ באופן דינמי גם אם אין כל אינטראקציה בין חלקיקי המערכת, כל עוד הם יכולים להתנגש עם קירות המערכת). בתכנית מ״ח בינתחומי, מכיוון ונקודת ההתחלה היא מודלים דינמיים, בפרט, מודל RW הנגזר מחוקי ניוטון (מתקבל ממיצוע על פרק זמן בו התרחשו הרבה התנגשויות), בחרנו, פדגוגית, להציג את הנחת ההסתברות השווה דרך מודל RW, גם אם מצב שיווי המשקל של גז אידיאלי שבו אנו מתמקדים במבנית ״מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״ אינו דורש אינטראקציות כלל, שכן שיווי המשקל שלו מתקבל על ידי חוקי התרמודינמיקה, מסגרת נפרדת, שאינה נגזרת מחוקי ניוטון.

[7] בנושא זה מתמקד תלמיד המחקר מר אריאל אברשקין

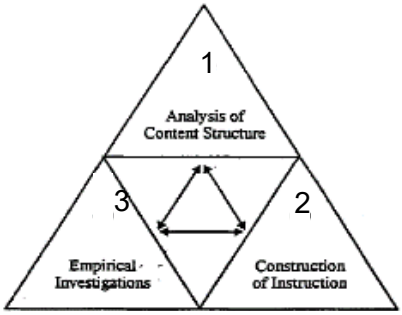
[8] בנושא זה התמקדה עבודת הדוקטורט של ד״ר אלון לנגבהיים

[9] תופעות שעיקרן שינוי בסידורי החלקיקים במרחב המקום כאשר מתקיימות אך ורק אינטראקציות דוחות קצרות טווח בין החלקיקים

המבנית? ; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט, בהתייחס: א. להסבר מצב ש"מ? ב. להסבר התפתחות למצב ש"מ?

1.2 גישת המחקר, מטרות ושאלות - MER: Model of Educational Reconstruction

כפי שנאמר ברציונל, החידוש הרב שבתכנית מצריך מסגרת מחקרית המתאימה לפיתוח מבנית ייחודית, המתמקדת בחידוד ובחינה של מטרות ברות השגה, ובחינת תהליכי ותוצרי למידה במטרה לנסח עקרונות עיצוב לתכנית המקדמים את השגת המטרות. המסגרת המחקרית של (*MER*) *Educational Reconstruction* (*Duit, 1997, 2007*) רלוונטית לכך. תרשים 1.1 מציג את ממדי ה MER, מחדד שהם קשורים זה לזה באופן הדוק, ומתבצעים באופן איטרטיבי.



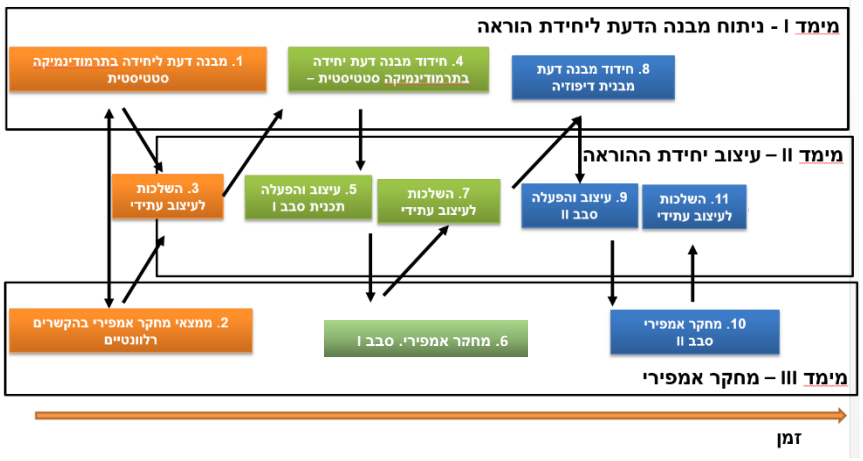
תרשים 1.1: The model of Educational Reconstruction

מימד I: "ניתוח מבנה הדעת", מיקוד רעיונות מרכזיים במבנית הוראה ייחודית בהתאם לרציונל הפיתוח, חשיבותם המדעית של הרעיונות, ויכולת התלמידים.

מימד II: "עיצוב סביבת הלמידה" בהתאם לעקרונות עיצוב הוראה ובהתייחסות לאילוצי הסביבה בה המבנית מופעלת.

מימד III: "מחקר אמפירי": מחקר במהלך ההפעלה של המבנית המתמקד בתפיסות ובעמדות של התלמידים, ובתהליכי הלמידה המתרחשים בהקשר של הפעילויות ההוראתיות המופעלות.

בהתאם, עבודת המחקר נחלקת להיבט עיוני – ניתוח של מבנה הדעת למבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה". היבט עיצובי – יישום עקרונות עיצוב בפיתוח סביבת הלמידה הספציפית מהווה את ה"מעבדה" במחקר זה, והיבט אמפירי – מחקר על תפישות התלמידים המתעצבות ברצף ההוראה הייחודי המתואר להלן. בפרט, יישום סבבי תהליך ה MER במחקר זה מוצגים בתרשים 1.2.



תרשים 1.2: יישום MER במחקר

שלב חלוץ בוצע בתשע"ה (כתום, תואר בפרופוזל): המשגה של מבנה הדעת בתרמודינמיקה סטטיסטית (1), סקירת ספרות המתייחסת למחקרים אמפיריים רלוונטיים (2) והשלכות לעיצוב עתידי (3). סבב הפעלה I בוצע בתשע"ו וכלל חידוד מבנה הדעת (4), עיצוב תכנית לימודים והפעלתה (5) ביצוע מחקר אמפירי (6), והשלכות לעיצוב עתידי (7) (ירוק, תואר בדו"ח הביניים/מיוחד). סבב II

בוצע בתשע״ז, ומתמקד במבנית ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״ שעסקה במערכות ״ללא-אינטראקציה״, בהן מתרחשת תופעה של פיזור מרחבי. סבב זה כולל חידוד מבנה הדעת למבנית (8), עיצוב והפעלה (9) מחקר אמפירי (10), השלכות לעיצוב עתידי (11) (כחול).

פרקי הדו״ח המסכם להלן עוקבים אחר 3 הממדים של ה MER.

פרק 3 - מימד I: ״ניתוח עיוני של מבנה הדעת״ שעוצב בעקבות שני הסבבים הראשונים (חלוץ ו I).

פרק 4 - מימד II: ״עיצוב סביבת הלמידה״.

פרק 5-7 - מימד III: ״מחקר אמפירי״.

2. סקר ספרות

סקר הספרות להלן מאורגן בהתאם למטרות תכניות מרכזיות הנדרשות במסגרת המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה". בפרט:

1. המודל החלקיקי כהסבר להתנהגות מקרוסקופית
2. הבנה של תופעות צומחות emergent phenomena.
3. מושגים בסיסיים בהסתברות וסטטיסטיקה הנדרשים בהסבר תרמו-סטטיסטי
4. שימוש בחוק 2 של התרמודינמיקה במסגרת הסבר תרמו-סטטיסטי

להלן אפרט למטרות הלמידה השונות את הקשיים של התלמידים המתועדים בספרות, הצעות לדרכי חשיבה והמשגה העומדות ביסוד קשיים אלו, ולמענה הוראתי להם.

2.1 המודל החלקיקי כהסבר להתנהגות מקרוסקופית

המודל החלקיקי "*... כל הדברים עשויים מאטומים- חלקיקים קטנים הנמצאים בתנועה מתמדת, נמשכים... [או] נדחים... אחד מהשני*" הוא הבסיס להסבר ההתנהגות המקרוסקופית של החומר (*Feynman, 1994*). כיצד מסבירים תלמידים את ההתנהגות המקרוסקופית של תופעת הדיפוזיה (התפתחות בזמן ממצב של פיזור לא אחיד למצב ש"מ בו יש פיזור אחיד, ללא תלות בתנאי התחלה) באמצעות נק. מבט חלקיקית?

התפישה של תלמידים את מאפייני תופעת הדיפוזיה נחקרה בעיקר בהקשר של תלמידי תיכון וקולג' לביולוגיה וכימיה. *Westbrook & Marek (1991)* ערכו מחקר חוצה-גילאי של תפיסות הסטודנטים את תופעת הדיפוזיה. במחקר הם מבקשים מתלמידי מדעי החיים בכיתה ז', תלמידי ביולוגיה בכיתה י', וסטודנטים לזואולוגיה להסביר ולתאר איך צבע כחול מתפזר ומשנה את צבע המים לכדי כחול בהיר אחיד. ווסטברוק ומארק הגיעו למסקנה כי הבנה של המושג דיפוזיה ברמה מופשטת (לדוגמא- צפיפות ותנועה אקראית) לא מוחזקת על ידי רוב התלמידים שנבדקו על פני רמות הכיתה השונות. כאשר התלמידים ניסו לכלול עקרונות מולקולריים בתגובתם הדבר בדרך כלל חשף תפיסות שגויות אודות דיפוזיה ונקודת המבט המולקולרי שלה. תפיסות שגויות מסוימות אודות דיפוזיה המשיכו להתקיים בכל רמות הכיתה (לדוגמה: "הצבע נשבר, מתפצל, מתמוסס ונעלם או משנה צורה" ועוד). הם גם מצאו כי חשיפה מוגברת למושגים המדעיים במסגרת קורסים פורמליים לא מובילות להבנה גדולה יותר, וכי הסטודנטים מפעילים אוצר מילים מדעי שגוי כאשר מתבקשים לתאר תופעה זו. *Marek* ואחרים (*Marek, et al., 1994*) בדקו תפיסות נאיביות אצל תלמידי תיכון לביולוגיה. להלן, כמה דוגמאות לתפיסות נאיביות שזיהו: "הצבע הכחול מתפשט דרך המים בגלל שהמים הם חדירים למחצה, לכן הצבע יכול להתפשט בכל המים", "המולקולות במים מקבלות את הצבע הכחול, אז, כאשר מולקולות המים נעות, גם הצבע נע" (עמוד 75). *Odom & Barrow (1995)* בחנו את ההבנה של סטודנטים לביולוגיה את תופעות הדיפוזיה והאוסמוזה. ממצא אחד היה כי רק כ- 23% מהסטודנטים קישרו את תהליך הדיפוזיה לתנועת החלקיקים מריכוז גבוה לנמוך כתוצאה מאינטראקציות אקראיות. הם גם מצאו כי התלמידים נוטים לחשוב ש "חלקיקים בדרך כלל עוברים מריכוז גבוה לנמוך בגלל שהחלקיקים נוטים לנוע עד ששני האזורים הם בעלי לחץ אוסמוטי זהה ולאחר מכן החלקיקים מפסיקים לזוז" (עמוד 51), וכאשר טיפת הדיו מתפשטת במים, התהליך הוא דיפוזי "בגלל שהצבע מתחלק לחלקיקים קטנים ומתערבב עם מים" (עמוד 54).

Garvin-Doxas & Klymkowsky (*Garvin-Doxas & Klymkowsky, 2008*) מצאו כי שיעור רחב מקשיי הסטודנטים בביולוגיה מולקולרית ואבולוציונית מתקשים לראות תופעות מקרוסקופיות כמבוססות על תהליכים אקראיים ברמה המולקולרית. הם מחפשים הסברים רציונליים חלופיים, כאשר הדומיננטי ביותר הינו ההנחה המוקדמת לקיומם של "גורמים מניעים" האחראים לתופעה הנצפית. בהיעדר גורמים מניעים אלה, לדוגמה, גרדיאנט של ריכוז בדיפוזיה, התופעה המאקרוסקופית נעצרת. המושג של תהליכים אקראיים המניבים את צמיחת ההתנהגות נעדרת כמעט לחלוטין מתהליכי החשיבה (המפורשים) שלהם. *Garvin-Doxas & Klymkowsky* מציעים לספק לתלמידים הזדמנויות לעבוד עם מערכות אקראיות, ובאופן מפורש להביע (ולהתעמת) את הנחותיהם. לדוגמא, לדרוש מהתלמידים לשקול את היעילות של דיפוזיה בהקשרים שונים – מדוע התהליך האקראי (כנראה) מתאים בתוך תא חיידקי, אבל לא מספיק עבור תא עצב? מתי תהליך עשוי להיות פעיל (דורש אנרגיה) ומתי פסיבי (דיפוזי). לאחר מכן ניתן לבחון ניסוי ו/או הדמיה בכדי לבדוק ולהעריך מחדש את הנחות התלמידים.

Harrison & Treagust (*2003*) ציינו מספר תפיסות נאיביות מרכזיות בהבנת תלמידים את המודל החלקיקי של החומר: תלמידים משתמשים בתכונות המקרוסקופיות של החומר בכדי להסיק על תכונות החלקיקים שלו. לדוגמא- תלמידי כיתה י' אומרים כי אם נחושת הינה גמישה וניתנת לריקוע אז גם אטומי הנחושת הינם גמישים וניתנים לריקוע (*Ben-Zvi, et al., 1988*). תלמידי חטיבת ביניים ותיכון, נוטים לחשוב כי: החומר רציף - החלקיקים נמצאים במגע זה עם זה ואין ריק בין החלקיקים (*Griffiths & Preston, 1992*), או, החומר רציף ובתוכו שזורים חלקיקים (*Johnson, 1998*). תפיסה נאיבית הנגזרת מראיית החומר כרציף היא שהחלקיקים מתפשטים ומתכווצים כמו החומר אותו הם מרכיבים (אם אין ריק בין החלקיקים הדבר מוכרח להיות כך). *Yeend et al.* (2001) בצעו מחקר חוצה-גילאים של חטיבת ביניים, תיכון וסטודנטים ומצא כי המושג של צפיפות היווה קושי לתלמידים צעירים באותה המידה כמו לסטודנטים. הממצאים חושפים נטייה לשייך את גודל הצפיפות לגודל החומר, וכי היכולת לפתור בעיות כמותיות לא בהכרח מעידה על הבנה קונספטואלית. תלמידי חט"ב, חושבים שחלקיקי הגז הם בעיקר סטטיים (*Lee et al., 1993*), ולכן, אם חלק מהגז נשאב ממיכל, שאר הגז לא ממלא את כל המיכל (*Novick & Nussbaum, 1981*). תלמידים בגילאי 8-17 חושבים שחלקיקי מוצק נמצאים במגע זה עם זה, חלקיקי נוזל במרחק של חלקיק אחד זה מזה וחלקיקי גז במרווח של 3-4 חלקיקים זה מזה (*Harrison, 2001*). תפיסה זו, לעיתים קרובות נגזרת מהאיורים בספרי הלימוד , בניגוד למרווח המקובל מדעית בין חלקיקי מוצק-מוצק, נוזל-נוזל וגז-גז שהינו בקירוב 10:1:1. תלמידי חט"ב חושבים כי החומר לא נשמר במעבר פאזה, כלומר, הם סוברים כי חלק מהחומר נאבד במעבר ממוצק לנוזל ומנוזל לגז (*Lee et al., 1993*). באופן דומה, תלמידים בגילאי 12-14 חושבים כי חלקיקי מומס מותכים כאשר הם מתמוססים (*Selley, 2000*). בהקשר של דיפוזיה בנוזלים ובגזים, תלמידי תיכון בכמה מדינות שונות אינם חושבים שמולקולות גז מסוים יעברו דיפוזיה מהירה יותר בוואקום חלקי, ואינם חושבים שדיו יעבור דיפוזיה כאשר יוסף למים (*Treagust et al., 2010*).

על מנת לעזור לתלמידים לשנות את תפיסתם הנאיבית על הטבע החלקיקי של החומר, *Harrison & Treagust* , מציעים לכלול בהוראה סקירה היסטורית על ההתפתחות המדעית בבניית המודל

החלקיקי. בפרט, לתאר את ה"מאבקים" המרכזיים שעמדו בפני מדענים כגון- אבוגדרו, בויל, דלטון וכו' בפיתוח רעיונותיהם על המודל החלקיקי של החומר. *Margel, et al., 2008*) *Margel* בדקו גישת הדרכה שמטרתה לקדם את נקודת המבט מיקרו-מקרו של מבנה החומר, בחטיבת הביניים. הם הראו כי התפתחות לטווח ארוך בהבנת המודל החלקיקי דורשת בניית בסיס איתן של ידע על המבנה המיקרוסקופי של החומר והוראה ספירלית. המחקר מראה כי נקודת המבט של הסטודנטים את החומר הוזזה מהרמה המקרוסקופית לכיוון המיקרוסקופית באמצעות שלושה שלבים: (1) ציור חומרים באופן מקרוסקופי- ציור החומרים כפי שאנו רואים אותם ביום-יום (2) ציור החומרים באופן חלקיקי- באמצעות נקודות או עיגולים (3) ציור החומרים באופן מולקולרי- לדוגמא ציור מולקולות החמצן וכו', בעיקרו של דבר התלמידים נעו מהעולם המקרוסקופי המוכר אל העולם המיקרוסקופי המופשט.

במחקר שהתייחס גם לסטודנטים שאינם לוקחים מדע כמקצוע ראשי, וגם לסטודנטים למדעי הטבע או להנדסה *Monteyne et al.* (2008) מצאו כי סטודנטים יותר מצליחים להסביר שינוי מקרוסקופי באמצעות מודל חלקיקי (חלקיקי ← מקרו), מאשר לצייר מודל חלקיקי בהינתן שינוי מקרוסקופי (מקרו← חלקיקי) (*Monteyne et al., 2008*).

תיאום בין התנהגות מיקרוסקופית למשתנים מקרוסקופיים הינה קשה גם עבור תלמידי תואר בוגר המתמחים במדעים או בהנדסה (*Kautz et al., 2005*). התלמידים נשאלו האם האנרגיה הקינטית הממוצעת לכל מולקולה של גז גדלה, קטנה, או נשארת זהה, כתוצאה מהתרחבות איזוברית (לחץ קבוע). כדי לענות כראוי, התלמידים צריך תחילה לזהות כי הגדלת נפח בלחץ קבוע חייבת לגרום לעלייה בטמפרטורה (מקרו-מקרו). האנרגיה הקינטית הממוצעת לכל מולקולה הינה מתכונתית לטמפרטורה (מיקרו-מאקרו), ולכן, גם הטמפ' גדלה. סטודנטים רבים הניחו בטעות כי צפיפות חלקיקים נמוכה יותר מרמזת בהכרח על שכיחות מופחתת של התנגשויות ולכן טמפרטורה נמוכה יותר; קרי, אנרגיה קינטית נמוכה יותר. בדוגמה אחרת, רק 10% מתלמידי מסלול מבוסס-אלגברה לקורס מבוא לפיזיקה וקורס פיזיקה תרמית יכולים להסביר כי הטמפרטורה של גז אידאלי גדלה בעת דחיסה, בגלל שעבודה מבוצעת על הגז (*Loverude et al., 2002*). במקום זאת, סטודנטים מפעלים את חוק הגז אידאלי ($PV = nRT$), אשר אינו מספק בכדי לפתור נכון את הבעיה, שכן אין מידע נתון לגבי הלחץ של הגז. על מנת לענות על שאלה זו, התלמידים צורך להבין את יחסי מקרו-מקרו באמצעות החוק הראשון של התרמודינמיקה, ואת היחס מיקרו-מקרו, $\langle \Delta E_k \rangle \propto \Delta T$. על מנת למנוע אי הבנות מסוג זה, יש חוקרים (*Kautz, et al., 2005; Leinonen, et al., 2009*) המציעים לא להציג את המודלים המיקרוסקופיים בפני התלמידים מוקדם מדי, או אם המודלים המיקרוסקופיים מוצגים יש להתייחס אליהם בעומק לימודי מספק. אחרים (*Moore & Schroeder, 1997; Chabay & Sherwood, 2015 ; Reif, 1999*) נוקטים בנקודת מבט שונה לגבי ההוראה, וטוענים כי הצגת מודל מיקרוסקופי מקלה על התלמידים לחשוב על תופעות הן מקרוסקופית והן מיקרוסקופיות. עם זאת, ברוב הסילבוסים המסורתיים למבוא לפיזיקה, יש מעט מאוד דגש על המודלים המיקרוסקופיים של החומר.

2.2 הבנה של תופעות צומחות emergent phenomena

תופעת הדיפוזיה היא דוגמא להתנהגות כללית של תופעה צומחת emergent phenomena[10]. מערכות מורכבות עשויות מרכיבים רבים (המכונים לעיתים קרובות "סוכנים"), אשר נמצאים באינטראקציה בינם לבין עצמם ועם סביבתם. למרות שמערכות אלו לא מוסדרות באמצעות שליטה מרכזית, הן מתארגנות באופן עצמי לכדי דפוס כללי. תכונה בסיסית של מערכות מורכבות היא "צמיחה". צמיחה הינה התהליך שבו התנהגות קולקטיבית נובעת מתוך אינטראקציות ותכונות הפרטים. לא ניתן לצמצם את תכונות דפוסי המערכת לתכונות הפרטים המרכיבים אותה. לדוגמא, פקקי תנועה הינן מבנים צומחים. הם תצורות של הרבה מכוניות, אולם, הם אינם בעלי אותם תכונות כמו של המכוניות עצמם. באופן מפתיע, למרות שהמכוניות נעות קדימה, פקקי התנועה מתפשטים אחורה (*Wilensky & Resnick, 1999*). התנועה אחורה הינה תכונה של החבורה (או "תכונה קולקטיבית"), אשר לא באה לידי ביטוי על ידי היחידים (או "סוכנים").
בפיזיקה, זרם חשמלי, חיכוך או דיפוזיה הן דוגמאות עבור תהליכים צומחים, כאשר דיפוזיה היא אחת הפשוטות ביותר מכיוון שאין שום אינטראקציות ארוכות טווח בין החלקיקים ואין אינטראקציית משיכה.

בסקירה ספרותית (*Levy & Wilensky, 2008*) , לוי ווילנסקי הצביעו על מגוון הטיות המקשות על תלמידים להסביר תהליכי צמיחה מלמטה כלפי מעלה (bottom-up) : (1) אנשים מאופיינים בחשיבה דטרמיניסטית-מרוכזת (*DC mindset*). בחשיבה כזו, כאשר אנשים רואים קבוצה של פרטים מסתדרים במבנה מסוים, הם נוטים לחשוב שהמבנה נבע דרך שליטה של אחד מהפרטים או כתוצאה משליטה מרכזית, וההסבר ליצירתו הוא דטרמיניסטי סיבתי, תוך התעלמות מהתפקיד של תהליכים סטוכסטיים ביצירת המבנה[11] (*Resnick & Wilensky, 1993*), (2) תלמידים נכשלים בהבחנה בין תכונות השייכות לרמת תיאור אחת לאחרת (*"levels confusion"*), בדרך כלל "מעתיקים" תכונה של רמה אחת על אחרת[12] (*Wilensky & Resnick, 1999*), (3) טירונים נוטים להתמקד במבנים (רכיבי המערכת), ומספקים מעט תיאורים על המנגנונים (המסבירים איך מבני המערכת משיגים את מטרתם) והפונקציונליות של המבנים. לעומת זאת, המומחים מעוררים בהסברים שלהם גם היבטים מנגנוניים ופונקציונליים של המבנים (*Hmelo-Silver & Pfeffer, 2004*). (4) כשמשווים בין מומחים לטירונים, מוצאים שחשיבת הטירונים מאופיינת במונחים של-שליטה מרכזית, לינאריות, גישה רדוקטיבית ויכולת חיזוי. מומחים מצד שני חושבים במונחים של שליטה מבוזרת, סיבות רבות, אקראיות, תהליכי שיווי משקל וגישה לא-רדוקטיבית (*Jacobson, 2001*) .

כנגד מחקרים המראים כי התלמידים מתקשים להסביר תופעה צומחת מלמטה כלפי מעלה, לוי ווילנסקי (*Levy & Wilensky, 2008*) טוענים כי הדבר כנראה נובע מכך שהמשימות שניתנו

---

[10] דיפוזיה הינה תופעה צומחת פשוטה יותר מכיוון ואין בה אינטראקציות ארוכות טווח, ולא נוצרת התנהגות קולקטיבית שמתבטאת במבנים.

[11] לדוגמה, בעבודה עם סטודנטים שבנו מודל רב-סוכנים, וילנסקי ורזניק מצאו כי התלמידים בתחילה הניחו כי פקקי תנועה נוצרים בעקבות גורם ב"רמת הנקודה" (כגון תאונה). באמצעות בניית מודלים ,באגים והסברים, הם בנו הבנה "מבוזרת" של מערכות אלה עם סיבתיות מבוזרת והערכה לתפקיד שמשוחק על ידי הכניסה האקראית של מכוניות לתוך הכביש.

[12] לדוגמא, תלמידים מסבירים הצטברות של תאים כתוצאה מ"רצונם" של התאים ליצור צבר, ובכך, ייחסו תכונה המאפיינת את רמת-הקבוצה, הצטברות, לתאים הבודדים.

לתלמידים התייחסו לתופעות שהם אינם מכירים או שהמנגנון שבבסיס ההפעלה שלהם הוא בלתי נראה. אך, בהקשרים מוכרים, הם מניחים שהבנת התלמידים תהיה עשירה יותר.

הקושי של התלמידים להבין תופעה צומחת מוסבר בדרך כלל במונחים של שתי רמות תיאור ושני אופני חשיבה המשויכים אליהן, שהתלמידים משתמשים כאשר הם מנסים להסביר מערכות מורכבות (*Wilensky & Resnick, 1999*). שתי הרמות הן רמות המיקרו והמקרו: רמת המיקרו כוללת את ההתנהגות של יחידים או של סוכנים, ורמת המקרו מתייחסת לתכונות הקבוצה. שתי צורות החשיבה הן מבוססת סוכן (*Agent-Based*) ומבוססת קולקטיב (*Aggregate*). חשיבה מבוססת סוכן מתבטאת בדרך כלל במונחים של כללים או תנאים ופעולות להתנהגות היחידים. דפוסי הקבוצה נובעים באמצעות אינטראקציות בין סוכנים כאשר הם פועלים במקביל. חשיבה מבוססת קולקטיב מתבטאת במונחים של תכונות הקבוצה, האוכלוסייה, וזרימה בין קבוצות או שיעורי שינוי באוכלוסייה.

מספר גישות מתארות את היחסים בין שתי רמות התיאור וצורות החשיבה המשויכות אליהן:

(1) גישת אי-התאימות *The Incommensurability approach*: צ'י (*Chi, 2005*) מתארת חלוקה מהותית בין צורות החשיבה, מבוססת-סוכן ומבוססת-קולקטיב על תופעות צומחות, מכיוון והן שייכות לקטגוריות אונטולוגיות נפרדות של חשיבה על תהליכים של שינוי. היא מתארת שתי סכמות של תהליכים: תהליכים ישירים (לדוגמא, קבוצת מטוסים אשר יוצרים צורה V בעקבות צווי המפקד) ותהליכים צומחים (לדוגמא, להקה של אווזים המארגנים את עצמם בצורת V כדי למזער את המאמץ בעת טיסה זה לצד זה). צ'י טוענת כי עמידות התפיסה המוטעית של התלמידים לגבי תהליכים צומחים נגרמת בגלל שהם מפרשים תהליכים אילו כסוג של תהליכים ישירים. לכן, בכדי לתקן תפיסות מוטעות אילו דרוש ייצוג מחדש או שינוי תפיסתי בין סוגים אונטולוגיים. ולכן, התערבות הוראתית, שמטרתה לפתח את סכמת הצמיחה, אינה צריכה לבנות מהתפיסות הנאיביות הקיימות של סיבתיות ישירה, מכיוון והם אינם תואמים. (2) הגישה ההתפתחותית *The Developmental approach*: ווילנסקי וריסמן (*Wilensky& Reisman, 2006*) טוענים כי הנמקה מבוססת סוכנים טבועה באינטואיציות של ילדים, ולכן מבחינה התפתחותית היא קודמת לחשיבה קולקטיבית. עם זאת, צורות קולקטיביות של חשיבה הן הנפוצות ביותר במדע בית הספר, ובכך מאתגרות את הבנת המדע של התלמידים. מוצע כי ההוראה צריכה לכלול מודלים מבוססי סוכנים המנחה תלמידים בבניית הקשר בין הנמקה מבוססת סוכן לבין הנמקה קולקטיבית.

(3) הגישה המשלימה *The Embedded Complementarity approach*: ווילנסקי וסטרופ (*Wilensky & Stroup, 2014*) טוענים כי שתי נק. המבט ושתי צורות החשיבה משלימות זו את זו (כמו שמידול האור כגל וכחלקיק משלימים את הבנתנו את תכונות האור) קשורות זו לזו וקשורות אחת בתוך השנייה[13]. הם מראים כי תלמידים, העוסקים בפעילויות סימולציה השתתפותית (בהן תלמידי הכיתה הינם סוכני המערכת), מתאמים צורות חשיבה אילו כדי להשיג הבנה רב-פרספקטיבית (כלומר, אופן חשיבתם היא גם מבוססת-סוכן, גם מבוססת-קולקטיב וגם מקשרת ביניהם). הם מכנים את הפרספקטיבה הזו "השלמה סוכן-קולקטיב" (*"Agent-Aggregate*

[13] לדוגמא, בתוך מודל מבוסס-סוכן של גז אידאלי, יצירת גרף של ממוצע ריבועי המהירות של חלקיקי הגז כתלות בזמן, יכולה להוות הזדמנות להגדרת הטמפרטורה. בהמשך, ניתן לחקור את השינוי בטמפרטורה כתלות בלחץ המופעל על המערכת. באופן זה חשיבה מבוססת-קולקטיב יכולה להתפתח בתוך מודל מבוסס סוכן.

Complementarity" aka "AA Complementarity"). לכן, ההוראה צריכה לספק מצבים וסביבה בהם היבטים אילו יכולים להתפתח והזדמנויות לתלמידים לתאם ולגשר בין שתי צורות החשיבה[14]. נמצא (*Levy & Wilensky, 2008*) כי הגישור בין שני אופני חשיבה אילו משתקף ביצירת התלמידים מבנה "רמת ביניים"[15] בכדי לתאר את השינוי במערכת מורכבת. תלמידים בונים את רמת הביניים בשני אופנים: מלמטה למעלה-יצירת קבוצה קטנה המורכבת מכמה פרטים הנמצאים באינטראקציה זה עם זה; מלמעלה למטה- פירוק המערכת לקבוצות קטנות יותר היכולות לנוע ולתקשר זו עם זו. לוי ווילנסקי משערים כי בניית קבוצות ביניים מפחיתה את כמות המידע, ומאפשרת לתלמידים לבטא קשר סיבתי וספציפי יותר בין התנהגות הפרטים והמבנה המקרוסקופי של המערכת[16]. האופן שבו תלמיד יוצר מבנה "רמת ביניים" קשור לצורת החשיבה שלו על מערכות מורכבות: בנייה מלמטה-למעלה מזוהה עם נטייה לחשוב במונחים מבוססי-סוכן, בנייה מלמעלה-למטה עשויה להיות קשורה לחשיבה מבוססת קולקטיב במונחים של ממוצעים וזרימה. החוקרים מצאו כי התלמידים שיצרו קבוצות רמת ביניים מסוכנים הביעו מספר גדול יותר של רעיונות הקשורות ל "מערכות מורכבות" בהסבר שלהם, וההפך. בפרט, קבוצת התלמידים שיצרה רמת ביניים מסוכנים, תיארה תופעה צומחת הן באמצעות הרעיון של ש"מ והן באמצעות ההתנהגות הסטוכסטית של הסוכנים. השלמה של שני רעיונות אילו כרוכה בחשיבה על המערכת באמצעות חשיבה מבוססת סוכן וקולקטיב.

2.3 מושגים בסיסיים בהסתברות וסטטיסטיקה[17]

הסקירה להלן שמקפת מחקרים שהתבצעו ע"י חוקרים מדיסציפלינות שונות והמתרכזים בתלמידים בכל שכבות הגיל. הסקירה מאורגת באופן המשקף את המושגים הסטטיסטיים שנלמדו במבנית: הסתברות, התפלגות, ממוצע, סטיית תקן וסטיית תקן יחסית ומשפט הגבול המרכזי.

i. <u>הסתברות</u>

במהלך שנות ה 70, צמח תחום חדש של מחקר, שהתבצע בהתחלה ע"י פסיכולוגים שחקרו כיצד אנשים מקבלים החלטות תחת תנאים של חוסר וודאות. אוסף מחקרים אילו פורסם בשנת 1982 (*Kahneman, Slovic, and Tversky, 1982*). החוקרים הראו שאנשים מסתמכים על מספר מוגבל של עקרונות יוריסטיים, כללי-אצבע, המצמצמים מטלות מורכבות של הערכת הסתברויות וניבוי ערכים, לפעולות שיפוט פשוטות יותר. לדוגמה, רוב האנשים מאמינים באופן מוטעה כי הרצף BBBBBB של לידות בנים ובנות במשפחה בעלת ששה ילדים, הינו פחות מסתבר מהרצף

---

[14] לדוגמא, שני מודלים חישוביים להתפשטות מחלה, אחד מבוסס קולקטיב ואחד מבוסס-סוכן, הנותנים תוצאה דומה התואמת עם הצפייה שלנו להתפשטות מחלה, יכולה לשמש כהזדמנות לתאם ולגשר בין שני צורות החשיבה.

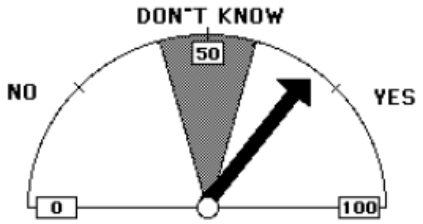
[15] לדוגמא, בהקשר של פיזור כיתת תלמידים באולם ההתעמלות, ברמת המיקרו נמצא תלמיד אחד, ברמת המקרו כל תלמידי הכיתה וברמת הביניים קבוצה של שלושה תלמידים. לוי ווילנסקי, מייחסים רמת ביניים זו לסקלה המזו-סקופית הכוללת מבני ביניים בין מיקרו ומקרו. לדוגמא, צמיגות המיונז ברמה המקרוסקופית ניתן להסבר ע"י החיכוך בין המיצלות ברמה המזו אשר מורכבות ממולקולות שמן ומולקולות חלמון ברמת המיקרו.

[16] לדוגמא, קבוצת רמת הביניים יכולה לשמש כ"אוכלוסייה קטנה", העוזרת הן לצורת חשיבה מבוססת סוכן-פירוט האינטראקציות בין הסוכנים מתאפשרת כאשר המספרים הם קטנים, והן לצורת חשיבה מבוססת צבירה-לדוגמה, אחד יכול לשער כי ניידות גדולה יותר תתקיים במרכז של צבר בעל צפיפות גבוהה.

[17] סקירה זו מבוססת בחלקה על Garfield, J. & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Berlin: Springer

BGGBBG. הסבר אפשרי אחד לאמונה זו הינו שאנשים מתייחסים לרצף האחרון כמאורע "3 בנים ו 3 בנות" ולא כתוצאה מסויימת[18]. אולם, כהנמן וטברסקי (*Kahneman & Tversky, 1972*), מציעים כי BGGBBG מוערך להיות מסתבר יותר דרך השימוש במה שהם מכנים *"יוריסטיקת הייצוגיות"*. על פי יוריסטיקה זו, הסבירות של דוגמה מסוימת מוערכת על פי המידה שבה הדוגמה ייצוגית ביחס לאוכלוסייה אליה היא שייכת. מכיוון והרצף BGGBBG הינו יותר דומה לשיעור באוכלוסייה של בקירוב חצי בנים וחצי בנות, ובנוסף רצף זה נראה כמשקף טוב יותר את מרכיב האקראיות של קביעת המין, הוא נאמד כמסתבר יותר. בהוראת הפיזיקה *Loverude* (*Loverude, 2009*), השתמש ביוריסטיקת הייצוגיות בכדי להסביר את הקושי של סטודנטים בקורס מתקדם בפיזיקה תרמית להבחין בין מצב-מיקרו ומצב-מקרו, וליישם את נוסחת ההתפלגות הבינומית עבור מערכות פשוטות (לדוגמא- הטלת מטבע)[19]. במחקר מאוחר יותר (*Loverude, 2010*), נמצא כי רצפי הוראה מבוססי מחקר (*McDermott & Schaffer, 2002*) בנוגע לספירת מצבי-המיקרו אפשריים והכללתם לנוסחה הבינומית, עוזרת משפרת את הבנת התלמידים.

בתחום מחקר קשור בפסיכולוגיה זוהה אופן חשיבה המכונה *"גישת התוצאה"* (*Konold, 1989*). *Konold* (1989) בחן כיצד אנשים מפרשים שאלה על הסתברות או ערך של הסתברות. לדוגמא, הוא בחן את המידע, שתלמידים בגיל קולג', שואבים מתחזית מזג האוויר הסתברותית. במחקר זה (*Konold, 1989*) מספר תלמידים פרשו את התחזית "70% סיכוי לגשם היום" כחיזוי "שירד גשם היום". *Konold* כינה הסקת מסקנות מסוג זה "גישת התוצאה". אנשים החושבים בגישת התוצאה לא תופסים את ערך הסתברויות כמשקפות שכיחות יחסית ממספר גדול של ניסויים, אלא, כחיזוי מוצלח של תוצאה בניסוי יחיד. בהינתן התחזית הרצויה, תלמידים מכווני תוצאה מתרגמים את ערכי ההסתברות להחלטות כן/לא/לא יודע, כאשר, ערך של 50% מפורש כחוסר ידע כללי לגבי חיזוי התוצאה, וערכים מספיק מעל או מתחת ל 50% מקודדים כתחזיות "כן" או "לא", בהתאמה[20].



תרשים 2.1: גישת התוצאה של מיפוי ערכי הסתברות לתחזיות (נלקח מאיור 1, Konold, 1995)

סטודנטים הנוקטים בגישת התוצאה גם נוטים להתבסס על הסברים סיבתיים להתרחשות התוצאה בניגוד להסברים המבוססים על שכיחות התוצאה. לדוגמא, גם לאחר הטלת קובייה לא-הוגנת מספר רב של פעמים ובחינת התוצאות שהתקבלו, סטודנטים מערכים את ההסתברות

---

[18] בשפה מכנו-סטטיסטית ניתן להגיד שיש כאן בלבול בין מצב-מיקרו למצב-מקרו.

[19] לדוגמא - התלמידים התקשו להבחין בין מצב-המיקרו (התוצאה) המסוימת - H,H,T,H,H,H - בהטלת שש מטבעות, לבין, מצב-המקרו (המאורע) " קבלת חמש פעמים ראש (H) בהטלת שש מטבעות".

[20] אנחנו לא יכולים לשפוט את הדיוק של תחזית מזג האוויר ביום מסוים על ידי הציון האם התחזית הזו הייתה נכונה או לא. אנחנו יכולים, לעומת זאת, לקבוע האם חזאי מדייק בהקצאת הסתברויות לתחזיות על ידי הסתכלות על ביצועים ארוכי טווח. החזאי מדייק כאשר בערך p % מהזמן, אירועים להם הוא או היא הקצה הסתברות של p %, למעשה מתרחשים

לקבלת תוצאה מסוימת בהטלת קובייה זו בהתבסס על בחינת צורת הקובייה ולא מתבססים על השכיחויות שהתקבלו בהטלת הקובייה (*Konold, 1991*). נשים לב כי גישה זו נמצאת בהתאמה עם אחת המשמעויות היום-יומיות של המילה הסתברות (*Konold, 1991*)- מאורע מסתבר הינו מאורע שקרוב למדי יתרחש מאשר לא יתרחש, ובניגוד למשמעות המתמטית המכמתת את התדירות להתרחשות המאורע.

לעיתים החשיבה של התלמידים על הסתברות אינה עקבית ויכולה להשתנות מ"גישת התוצאה" ל "יוריסטיקת הייצוגיות" (*Konold, et al., 1993*) בעודם הם חושבים על סיטואציה מסוימת אחת. כאשר מבקשים מהתלמידים לשער מהי התוצאה שהכי הגיוני שתתקבל מבין ארבעת רצפי חמש הטלות של מטבע הוגנת, הם עונים כי כל התוצאות הן שוות-הסתברות. אולם, כאשר מבקשים מהם לבחור את התוצאה שהכי פחות הגיוני שתתקבל, יותר מחצי מהתלמידים שענו שהתוצאות הן שוות הסתברות בוחרים את אחת התוצאות כהכי פחות הגיונית. אפשרות אחת להסברת חוסר עקביות זו הינה שהתלמידים חשבו על שתי השאלות משתי נקודות מבט שונות. כאשר הם נדרשו לבחור את התוצאה שהכי הגיוני שתתקבל, חלקם האמינו שהם נדרשים לחזות מה בפועל יקרה אם מטבע תוטל חמש פעמים, והם נתנו את התשובה "הסתברות שווה" בכדי לציין שכל הרצפים אפשריים. אופן חשיבה זה תואם ל"גישת התוצאה" לחוסר וודאות. אך, אופן חשיבה זה אינו מתאים לשאלות המנוסחות במונחים של – תוצאה הכי פחות הגיונית, ולכן חלק מהתלמידים בחרו תשובה מנוגדת (לתשובתם הראשונה) בהתבסס על "יוריסטיקת הייצוגיות".

במחקרים עוקבים למחקרי ייסוד אילו, כמה מבקרים (לדוגמא - *Gigerenzer, 1996, Sedlmeier, 1999*) טענו כי הסיבה של רבות מהתפישות השגויות היו למעשה חוסר יכולת של אנשים להשתמש בהגיון פרופורציונלי, הדרוש להרבה מהבעיות המערבות הסתברות. הם הראו שכאשר המידע ניתן בצורה של שכיחויות (ולא בצורה של שכיחות יחסית או הסתברות) נבדקים בצעו טוב יותר משימות שיפוט דומות לאילו שכהנמן וטברסקי נתנו.

מחקרים רבים ממשיכים לבחון טעויות ותפיסות שגויות הקשורות להבנה סטטיסטית. לדוגמא, *Hirsch & O'Donnell (2001)* הראו כי מספר ניכר של בוגרי וסטודנטים לתואר ראשון שהשתתפו בקורס סטטיסטיקה עדיין מתקשים בהבנת מושגי יסוד בהסתברות.

ii. <u>התפלגות</u>

סטודנטים פוגשים שני סוגי עיקריים של "התפלגות" בשיעורי מבוא לסטטיסטיקה. הסוג הראשון הינו התפלגות של נתוני מדגם שתלמידים לומדים לצייר בגרף, לתאר ולהסביר. זוהי התפלגות "ניסויית" של מספר ערכים נמדדים. הסוג השני הינו התפלגות "תיאורטית", לדוגמא- התפלגות נורמלית או בינומית שהינן בעצם מודלים הסתברותיים. כאשר בוחנים התפלגות נמדדת, הדגש הוא על תיאור ופירוש המסר בנתונים, וחשיבה על המודל היכול להתאים או להסביר את ההשתנות של הנתונים. התפלגויות תיאורטיות הינן מודלים המתאימים לנתונים, עוזרים להסביר, להעריך, או לבצע תחזיות על ההשתנות של הנתונים האמפיריים (*Garfield & Ben-Zvi, 2008*).

תוצאה מרכזית של כמה מחקרים על האופן בו תלמידי כיתה ה' עד ח' פותרים בעיות בסטטיסטיקה, היא שהם מתקשים לראות סדרת נתונים (התפלגות סטטיסטית) כמאפיינת של צבר אלא תופשים התפלגות כקבוצה של ערכים פרטיים (*Hancock, Kaput & Goldsmith, 1992*). תלמידים צריכים לעשות קפיצה מושגית אדירה בכדי לעבור מתפיסת הנתונים כקבוצה של פרטים-

כל אחד עם מאפייניו הייחודיים- לעבר תפיסת נתונים כצבר, קבוצה עם תכונות צומחות שלעיתים קרובות לא באות לידי ביטוי בכל אחד מחבריה. *Konold* ואחרים (*Konold & Higgins, 2002; Konold et al., 2003*) טוענים כי תלמידים רואים נתונים במספר אופנים פשוטים יותר לפני שהם מבחינים בתכונות הצומחות ובתכונות של הצבר של סדרת הנתונים. סכמת ארבעת השלבים שלהם כוללת את האופנים השונים הבאים בתפיסת נתונים:

א. נתונים כמזכירים את חווית אירוע איסוף הנתונים אך מבלי להתייחס לערכי הנתונים, לדוגמא, "הסתכלנו על צמחים. זה היה כיף".

ב. התמקדות בנתונים איתם התלמיד מזדהה- לדוגמא הזדהות אישית- "זה הצמח שלי! הוא בגובה של 18 ס"מ", ערכי קיצון, " הצמח הגבוה ביותר היה 37 ס"מ", או כל עניין אחר.

ג. נתונים כמסווגים אשר מתמקדים בשכיחויות של ערכים מסוימים, וללא הסתכלות כוללת- "היו יותר צמחים שהיו בין 15 ל 20 ס"מ לעומת 10 ל 15 ס"מ".

ד. נתונים כצבר, התרכזות בתכונות כוללת וצומחות של סדרת הנתונים כיחידה אחת, לדוגמא, הסתכלות על סדרה זו כמתארת פיזור סביב מרכז, או "רעש" סביב "אות" (*Konold & Pollastek, 2002*)- "באופן טיפוסי צמחים אילו צומחים להיות בין 15 ל 20 ס"מ".

Gravemeijer & Bakker (2004) הציעו כמה פעילויות הוראתיות בכדי לתמוך בחשיבה מבוססת צבר לגבי התפלגות: (1) לתת לתלמידים להמציא סדרת נתונים משלהם יכולה לעורר אותם לחשוב על סדרת נתונים כשלם במקום כנקודות נתונים בודדות (2) *מדגמים גדלים*, כלומר, לתת לתלמידים להעריך ולהסביר מה קורה לגרף כאשר נלקחים מדגמים גדולים יותר, ולהשוות את הגרפים המשוערים שלהם עם גרפים שנוצרו מנתונים אמתיים (3) תחזית של הצורה והמיקום של התפלגות במצבים היפותטיים. פעילויות אילו יכולות לעזור לתלמידים להסתכל על תכונות גלובליות של התפלגות ולטפח תפישה גלובלית יותר.

iii. <u>ממוצע</u>

"הרעיון של נתונים כתערובת של אות ורעש הוא אולי המושג הסטטיסטי הבסיסי ביותר" (*Konold & Pollatsek, 2002*). אות (תכונה יציבה) זו יכולה להיות ממוצע, חציון ועוד. מכיוון ובמבנית הנוכחית התלמידים למדו על הממוצע, אתמקד בו. המחקר מציע, כי הוראת הסטטיסטיקה לא מסייעת לתלמידים לפתח רעיון זה, ואף על פי שסטודנטים רבים יודעים, למשל, איך לחשב ממוצעים או חציונים, הם לא יודעים איך להשתמש בהם או לפרש אותם. *Pollatsek* ואחרים (*Pollatsek et al., 1981*) דיווחו על נתונים מראיונות עם סטודנטים בקולג' המרמזים על קשיים בהבנת הצורך לתת משקל לנתונים בחישוב הממוצע. מחקר זה מצא כי אחוז ניכר מתלמידים אילו אינם מבינים את המושג ממוצע משוקלל. כאשר הם התבקשו לחשב ממוצע בהקשר הדורש ממוצע משוקלל, רוב הסטודנטים חשבו ממוצע לא משוקלל. כתוצאה ממחקרם הם כתבו "עבור הרבה סטודנטים התעסקות עם ממוצע הינה פעולה חישובית ולא מושגית" (עמוד 191). הם הסיקו שידע בכללי החישוב לא רק שאינו מרמז על איזושהי הבנה אמתית של בסיס המושג, אלא גם יכול למעשה לעכב רכישה נאותה של הבנה (*Pollatsek, Lima, & Well, 1981, p. 202*). לסטודנטים ולמורים קשה מאוד לתפוס את הממוצע כמייצג של ההתפלגות, עם הצורה והפיזור

המיוחדים לה (*Konold et al., 1997*). מחקרים אילו קוראים לרפורמה פדגוגית, לדוגמא, הם מציעים ליצור סיטואציות שבהם סטודנטים צריכים לקבוע ולשקף איזה מדד מיקום מתאים יותר (ממוצע או חציון) ולמדוד פיזור של נתונים, באמצעות מחשב, לפני הצגת הרעיון והנוסחה של סטיית התקן.

iv. <u>סטיית תקן</u>

" פיזור הינה הסיבה מדוע אנשים פתחו שיטות סטטיסטיות מתוחכמות לסינון כל מסר מרעש הסביבה" (*Wild & Pfannkuch, 1999, pp. 235 - 236*). פיזור הינה המידה שבה ההתפלגות מתוחה או מכווצת, שתי דוגמאות עיקריות למדידת פיזור הינן- שונות וסטיית תקן. למרות הדעה הרווחת בחשיבות מושג זה, מחקרים מציגים כי יש קושי עצום לסטודנטים להבין פיזור (*Garfield & Ben-Zvi, 2008*). לדוגמא, הרעיון כי מדגמים קטנים מספקים ייצוגים מהימנים של האוכלוסייה ממנה הם נמשכו, אשר מוביל לאומדנים על פי מה שמכונה בדרך כלל יוריסטיקת הייצוגיות (*Kahneman & Tversky, 1972*) ממשיכה להיות נתמכת ע"י מחקרים אחרים. מחקרים אילו מציעים כי אנשים עשויים להתמקד יותר בנושאים של "ערך מרכזי או ממוצעים או פרופורציות אוכלוסייה" מאשר בסוגיות של פיזור או שונות כאשר הם מעריכים את הסיכויים לאירועים מקריים, וכי יש להם תפיסות מינימליות ואינטואיציות חלשות של האופן שבו מתפלגות תוצאות "סביב מרכז" בהתפלגות בינומית. *Mathews and Clark (2003)* ניתחו שמונה ראיונות עם סטודנטים שנה ראשונה בקולג' מיד לאחר שהם סיימו קורס בסיסי בסטטיסטיקה עם ציון "A". מטרת ראיונות אילו הייתה לקבוע באופן המדויק ביותר האפשרי את תפישת הממוצע, סטית התקן ומשפט הגבול המרכזי שיש לסטודנטים המצליחים ביותר מיד לאחר סיום קורס בסטטיסטיקה. התוצאות היו מדאיגות מכיוון וסטודנטים אילו יכלו (במקרה הטוב) רק לציין איך לחשב ממוצע וסטיית-תקן באופן אריתמטי אך הפגינו חוסר הבנה של גדלים אילו. בפרט, הם אינם תופסים את הממוצע כמדד של ערך מרכזי, כאובייקט עם תכונות שניתן לבצע פעולות עליו. הם אינם מבינים כי סטיית-התקן הינה מדד לממוצע הסטייה מהערך הממוצע אלא תופסים גודל זה כמדד לסטייה של כל אחד מנתוני הקבוצה או כקשורה לנתון בודד. החוקרים מציעים כי על ספרי הלימוד בסטטיסטיקה להדגיש כבר בשלבים המוקדמים של ניסיון התלמיד עם נתונים את התכונות הכלליות של ההתפלגות, כגון- צורה, מדד המיקום, פיזור והקשרים ביניהם. גם מוצע לרכז את צומת הלב של הסטודנטים לטבע ומקור פיזור הנתונים בהקשרים שונים, כגון- פיזור בסדרת נתונים מסוימת, בתוצאות של ניסוים אקראיים, במדגם (*Gould, 2004*). תפיסות אילו נתמכות ע"י מספר מחקרים של *Konold & Pollatsek (2002)* שהראו ש"המושג של ממוצע כמדד-המיקום אינו ניתן להפרדה ממושג הפיזור" (עמוד 263). המטפורה המוכרת שלהם של נתונים כ"אות ורעש" מרמזת שסטודנטים צריכים לראות סטטיסטיקה כ"מחקר של תהליכים רועשים, תהליכים שיש להם חתימה או אות" (עמוד 260). בכדי לעזור לסטודנטים ולמורים להבין מטפורה זו הם מציעים: (1) להשתמש בתהליכים המערבים מדידות חוזרות ונשנות (2) חקירות של יציבות כגון לקיחת דגימות מרובות מתוך אוכלוסייה ידועה והערכת תכונות מסוימות, כגון הממוצע, על פני דגימות אילו (3) השוואת הדיוק היחסי של מתודות מדידה שונות (4) מדגמים גדלים- סטודנטים צופים בהתפלגות כאשר המדגם הולך וגדל (5) הדמיה של תהליכים – סטודנטים חוקרים מדוע הרבה

תהליכים רועשים נוטים לייצר התפלגויות בצורת גבעונת (6) שימוש בפיזור להשוואה בין קבוצות שונות.

v. <u>סטיית תקן יחסית ומשפט הגבול המרכזי</u>

המושגים- סטיית תקן יחסית ומשפט הגבול המרכזי, מופיעים בספרות של הוראת הסטטיסטיקה תחת המושג התפלגות הדגימה- התפלגות של ממוצעים מהרבה מדגמים, שווי-גדול, הנלקחים מאוכלוסייה בודדת. בפרט, ערכה של סטיית התקן היחסית וערך שונות התפלגות הדגימה, מייצגים את ההסתברות לקבלת ערכים השונים מממוצע האוכלוסייה. לעיתים קרובות שיעור השיא על התפלגות הדגימה הוא זה שמציג וממחיש את משפט הגבול המרכזי. ההשלכות של משפט חשוב זה הן שככל שגודל המדגם גדל, התפלגות הדגימה (בד"כ, התפלגות הממוצעים) נהיית יותר נורמלית ויותר צרה. עובדה זו מאפשרת לנו להשתמש בהתפלגות ההסתברות הנורמלית בכדי להעריך הסתברויות עבור מגוון ערכי ממוצעים ולקבוע האם מדגם מסוים מפתיע (לא-סביר) או לא מפתיע . למרות שמשפט זה נכלל בכל קורס מבוא לסטטיסטיקה, רוב הסטודנטים לא מבינים משפט זה במהלך הקורס, ושוכחים אותו מיד בסיומו (*Mathews and Clark, 2003*).

"מדוע כ"כ קשה לתפוס את תפקיד גודל המדגם בהתפלגות הדגימה? סיבה אחת היא... נראה שיש רק כמה יישומים בחיים הרגילים להקטנה בשונות של התפלגות הדגימה עם הגדלת גודל המדגם. באופן כללי, לקיחת דגימות חוזרות ונשנות והתבוננות בממוצעי ההתפלגות שלהן הינה נדירה בחיי היום-יום" (*Sedlmeier & Gigerenzer, 1997, p. 46*).

מכיוון ודגימה והתפלגות הדגימה כ"כ מבלבלים תלמידים, ישנם הרבה מחקרים על נושא זה, בייחוד עם סטודנטים בקולג'. אולם, גם בבית ספר יסודי ותיכון , מחקרים בחנו כיצד תלמידים מבינים ולא-מבינים רעיונות של מדגם ודגימה. בניסיון הוראתי עם תלמידי כיתה ח', *Bakker (2004)* עזר לתלמידים להבין כי מדגמים גדולים יותר הינם יותר יציבים (פחות משתנים) ומייצגים טוב יותר את האוכלוסייה, בהשתמשות ברצף פעילויות של "מדגמים גדלים". בפעילות של מדגמים גדלים תלמידים מעריכים ומסבירים מה קורה לגרף כאשר נלקחים מדגמים גדולים יותר (*Konold & Pollatsek, 2002*). המטרה של פעילות "המדגמים הגדלים" הינה להשתמש בסדרות נתונים דמיוניים והמתקבלים מהדמיה-חישובית בכדי לבנות את הבנת התלמידים על דגימה בהקשר של פיזור והתפלגות.

במאמר "*Belief in the law of Small Numbers*" הפסיכולוגים טברסקי וכהנמן (1971) כתבו: "המחקרים מראים כי לאנשים יש אינטואיציות חזקות על דגימה אקראית; אינטואיציות אילו הינן מוטעות במובנים יסודיים; אינטואיציות אילו משותפות לנחקרים נאיביים ולמדענים מיומנים, והן מיושמות עם השלכות מצערות במהלך חקירה מדעית... אנשים תופשים מדגם הנלקח באופן רנדומלי מאוכלוסייה כמייצג טוב שלה, כלומר, דומה לאוכלוסייה בכל המאפיינים החיוניים. כתוצאה מכך, הם מצפים שכל שני מדגמים שנלקחו מאוכלוסייה מסוימת יהיו יותר דומים אחד לשני ולאוכלוסייה מאשר מה שחוזה תיאוריית הדגימה, לפחות עבור מדגמים קטנים" (*Tversky & Kahneman, 1971, p. 105*). מאז פרסום מאמר זה, הרבה מחקרים בחנו ותארו את הקשיים שיש לסטודנטים בהבנת דגימה, שונות בדגימה, ובאופן בלתי-נמנע, בהתפלגות הדגימה ובמשפט הגבול המרכזי. במחקר של *Well, Pollatsek, & Boyce (1990)*, נמצא כי סטודנטים לפסיכולוגיה

מבינים את חוק המספרים הגדולים- ממוצעים של מדגמים גדולים יותר מדמים טוב יותר את הממוצע באוכלוסייה[21], אך הם אינם מבינים את ההשלכות של עובדה זו על גודל השונות של התפלגות הדגימה. בפרט, הם לא מבינים כי הממוצעים המתקבלים ממדגמים גדולים יותר הינם בעלי שונות קטנה יותר מאשר אילו המתקבלים ממדגמים קטנים יותר, כלומר, ההסתברות לקבלת ממוצע מסוים, שהינו רחוק ממוצע האוכלוסייה, הולכת וקטנה ככל שהמדגם הולך וגדל [22]. הכותבים הסיקו שהאינטואיציות הסטטיסטיות של סטודנטים אינן תמיד לא-נכונות, אבל הן יכולות להיות גולמיות ויכולות להתפתח לתפיסות נכונות באמצעות הוראה מתוכננת היטב. גם *Sedlmeier and Gigerenzer (1997)* הראו שכאשר יש לאנשים הבנה טובה בהשפעת גודל המדגם, הם חושבים על התפלגות שכיחויות אחת (של מדגם אחד). לדוגמא, פיאז'ה (*Piaget & Inhelder, 1975*) הראה כי ילדים בגיל 12-11 מבינים שכאשר מפילים באופן אקראי כדורים לתוך קופסא המחולקת לשני חצאים, למדגם גדול של כדורים יש הסתברות גדולה יותר לייצר חלוקה שווה מאשר למדגם קטן יותר. אך, כאשר אנשים מראים בלבול על גודל המדגם, הם נאבקים עם מושג קשה יותר - התפלגות הדגימה של ממוצעים (סטטיסטיקה מהרבה מדגמים). *Sedlmeier (1999)* המשיך מחקר זה, ומצא שכאשר הופכים בעיות הדורשות להתחשב בהתפלגות הדגימה, לכאלו שדורשות התפלגות השכיחויות, אחוז גבוה יותר של תשובות נכונות מתקבל. *delMas, Garfield & Chance (2004)* ציינו את התפיסות המוטעות הנפוצות הבאות על התפלגות הדגימה: ישנה אותה שונות עבור התפלגות הדגימה של מדגמים גדולים וקטנים; התפלגות דגימה של מדגמים גדולים הינה בעלת שונות גדולה יותר; חוק המספרים הגדולים (מדגמים גדולים יותר מייצגים טוב יותר את האוכלוסייה) הינו מבולבל עם משפט הגבול המרכזי (התפלגות הממוצעים ממדגמים גדולים נוטה לצור התפלגות נורמלית).

ספרי לימוד טיפוסיים במכניקה סטטיסטית מניחים כי הסטודנטים מבינים שסטיית התקן היחסית של ניסוי בינארי (כגון- הטלת מטבעות) קטנה ככל שמספר החלקיקים גדל, ולכן לא נותנים דגש רב על הוראת נושא זה. דבר זה נמצא בסתירה לממצאים של (Mountcastle et al., 2007), אפילו כאשר רוב הסטודנטים השלימו קורס בסטטיסטיקה וגם מעבדה בחשמל הכללה ניתוח סטטיסטי של התפלגות ככל ש n גדל. במחקר זה נמצא שסטודנטים לא מבינים את תלות סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים וגם לעיתים התבלבלו בין סטיית תקן יחסית לסטיית תקן.

בכדי להתמודד עם התפיסות המוטעות הנפוצות , מורי סטטיסטיקה וחוקרים משתמשים בכלים טכנולוגיים בכדי להמחיש את התהליך המופשט במערב דגימות חוזרות ונשנות מאוכלוסייה תיאורטית והעוזרים לתלמידים לפתח הבנה סטטיסטית. *Lane-Getaz (2006)* ספקה מודל וויזואלי כזה בהדמיית תהליך המידול שלה, הנקרא מודל ה *Simulation of Samples (SOS)*. מודל זה מבחין בין רמת הנתונים הראשונה- האוכלוסייה, רמת הנתונים השנייה- הרבה מדגמים רנדומיים מהאוכלוסייה בייחד עם ממוצע סטטיסטי עבור כל מדגם, והרמה השלישית- ההתפלגות של ממוצעי המדגמים. ברמה האחרונה, תוצאת מדגם מסוים יכולה להיות מושוות להתפלגות הממוצעים בכדי לקבוע האם זו תוצאה מפתיעה. ישנם מספר מאמרים (*Mills, 2002*) הדנים

[21] לדוגמא, הערך הממוצע בזריקת קובייה הוגנת הוא 3.5. חוק המספרים הגדולים אומר כי אם נזרוק את הקובייה מספר רב של פעמים, ממוצע הערכים שיתקבלו יתקרב ל 3.5, כאשר הדיוק יגדל ככל שמספר הזריקות יגדל.

[22] במונחים של המבנית, ככל שמספר החלקיקים/גודל המדגם, n, הולך וגדל סטיית התקן היחסית הולכת וקטנה. כלומר, ההסתברות לקבל ערכים הרחוקים (באופן יחסי) מהממוצע הולכת וקטנה.

ביתרונות הפוטנציאליים של הדמיות בייצור תהליך הדגימה החוזרת ונשנית והמאפשרות לסטודנטים להתנסות עם משתנים המשפיעים על התוצאות (גודל המדגם, משתני האוכלוסייה ועוד). בפרט, הטכנולוגיה מאפשרת לסטודנטים להיות מעורבים באופן ישיר עם "בניית" התפלגות הדגימה, תוך התמקדות בתהליך במקום הצגת התוצאה הסופית בלבד. עם זאת, המחקר מציע שרק הסתכלות על ההדמיות לא בהכרח מובילה להבנה משופרת.

Chance, delMas and Garfield (2004) מצאו כי למידה טובה יותר מתרחשת כאשר סטודנטים קודם מבצעים תחזית על התפלגות הדגימה מאוכלוסייה מסוימת (לדוגמא, הצורה, הממוצע והפיזור שלה), אח"כ מייצרים את ההתפלגות באמצעות תוכנה, ולבסוף בוחנים את ההבדל בין התחזית שלהם והנתונים האמתיים. עם זאת, עדיין, סטודנטים התקשו ליישם למידה זו בשאלות המבקשות מהם להשתמש במשפט הגבול המרכזי בכדי לפתור בעיות.

Garfield & Ben-Zvi (2008) מאמינים כי חשוב להציג רעיונות של מדגם ודגימה לסטודנטים בתחילת הקורס בסטטיסטיקה, רצוי ביחידה על ייצור ואיסוף נתונים. כך שבזמן מאוחר יותר הסטודנטים יהיו מוכנים ללמוד על הרעיונות הפורמליים של התפלגות הדגימה, הם צריכים להיות עם הבנה טובה של מושגי היסוד – מדגם, פיזור, התפלגות וממד-מיקום. הם צריכים גם להבין את מודל ההתפלגות הנורמלית וכיצד ניתן להשתמש במודל זה לקביעת (הערכת) אחוזים והסתברויות. לסיכום, נראה כי המסר העיקרי מגוף מחקר זה הינו שחשיבה לא נכונה על רעיונות סטטיסטיים הינה נפוצה ועקשנית. ישנם הרבה תפיסות מוטעות ואינטואיציות שגויות שהינן בשימוש ע"י סטודנטים ומבוגרים ושהינן עקשניות וקשה להתגבר עליהן, אפילו בהוראה הסטטיסטית הטובה ביותר.

2.4 הסבר תרמו-סטטיסטי – שימוש בחוק 2 של התרמודינמיקה

Duit and Kesidou בדקו את ההבנה האיכותית של תלמידי כיתה י', שקיבלו ארבע שנים של הוראת פיסיקה מורחבת, את החוק השני של התרמודינמיקה בהקשר קלאסי (ולא חלקיקי) (*Kesidou & Duit, 1988*). הם מצאו שרוב התלמידים הגיעו למסקנה נכונה מדעית לגבי תופעת אי-ההפיכות, לדוגמא, התלמידים לא חשבו שהפרשים בטמפרטורה יכולים להתרחש באופן ספונטני. אך, ההסברים שהם נתנו לא התבססו על החוק שני אלא על: התנסות יום-יומית, לדוגמא- "דבר זה לא מתרחש ביום-יום", חשיבה מבוססת סיבה ותוצאה, לדוגמא- "אבן לא תתרומם מעצמה כי אין כוח שירים אותה", וייחוס רצונות לתהליכים, לדוגמא- "תהליכים רוצים להגיע למצב ש"מ או למצב של מנוחה". תוצאות מחקר זה מרמזות שהרחבת תכנית הלימודים בפיסיקה אינה מספיקה להקנות לתלמידים רעיונות אילו.

Christensen ואחרים (*Christensen et al., 2009*) דיווחו על מספר קשיים מושגיים נפוצים, של סטודנטים בקורסי מבוא לפיסיקה, בנוגע לאנטרופיה, הכוללים: נטייה חזקה לשימור אנטרופיה ונטייה להניח שהאנטרופיה של כל המערכות חייבת לגדול, גם אם, המערכת אינה מבודדת. במחקר של *Langbeheim* ואחרים (*Langbeheim et al., 2013*), בהקשר של מערכות המצומדות לאמבט חום בהן יש אינטראקציה בין החלקיקים, נמצא כי תלמידי תיכון מתייחסים לאנטרופיה רק כקשורה לפיזור המרחבי של החלקיקים (מבלי להזכיר את פיזור האנרגיה), "מחויבותם" לחוק השני מוגבלת רק למערכות בהן האנטרופיה גדלה, והם נוטים להתעלם משינויי האנטרופיה באמבט

החום. התעלמות משינויי האנטרופיה של הסביבה נמצאו גם במחקרים אחרים (*Thomas, 1998*). הגדרת האנטרופיה כפיזור אנרגיה נמצאה להיות קשה להבנה. לדוגמה, סטודנטים בקורס מבוא לכימיה נאבקו לאמץ את ההגדרה המדעית לאנטרופיה כפי שהוצגה בקורס; כלומר, האנטרופיה הוצגה כמספר הדרכים שבהן ניתן לחלק אנרגיה במערכת, בניגוד לרעיונות הנאיביים של "אקראיות" ו"אי-סדר" (*Caron, 2002*).

בנוסף למחקרים בנוגע להבנת סטודנטים את האנטרופיה, כמה מאמרי עמדה הציעו דרכים ללימוד האנטרופיה. בשנים האחרונות, רבים הציעו גישת הוראה חדשה לקורסי התרמודינמיקה בחטיבה העליונה. בגישה זו, המכונה "פיסיקה תרמית", החוק השני של התרמודינמיקה מתקבל כתוצאה של ההתנהגות הסטטיסטית של החומר (*Moore and Schroeder, 1997*). כמה ספרי לימוד אימצו גישה זו, כולל כמה המיועדים לקורסי מבוא (*Moore, 2003; Schroeder, 2000*). מספר חוקרים (*Amin et al., 2012*) בדקו את המטפורות, בהם משתמשים שלושה טקסטים פדגוגיים מרכזיים ברמת האוניברסיטה, בנוגע למושג האנטרופיה לחוק השני. הם מצאו כי אנטרופיה מתוארת כ"אי-סדר", לדוגמא: "במונחים איכותיים, אנטרופיה יכולה להיות מתוארת כמדד של אקראיות או אי-סדר" (*Zumdahl, 1998, p.392*). *Styer* טוען כי הגדרת האנטרופיה כ"מדד לאי-סדר" אינה מדויקת ובעלת פוטנציאל להטעייה (*Styer, 2000*), בפרט: היא "מעורפלת" ולא ניתנת לכימות, היא בעלת מטען רגשי והיא מזמנת לחשיבה על קונפיגורציה יחידה ולא על הרבה קונפיגורציות. בתוך תחום המחקר של הכימיה הפיזיקלית, *Lambert* דוגל בהגדרת האנטרופיה כמדד לפיזור האנרגיה בחלל המרחב (*Lambert, 2002*). באופן דומה, *Leff* בסדרת חמשת המאמרים שלו (*Leff, 2012*), דוחה את הגדרת האנטרופיה כמדד לאי-סדר, ומציע ללמדה במונחים של איבוד מידע או פיזור אנרגיה (באופן דומה ל *Lambert*).

Loverude (*Loverude, 2015*) ראיין שמונה סטודנטים לפיזיקה כשנה-שנתיים לאחר סיום הקורס "פיזיקה תרמית", בהקשר של הגעת מערכות מקרוסקופית לש"מ תרמי, בכדי לאפיין את המשאבים ואופני החשיבה הנגישים להם. נמצא כי הסטודנטים לא השתמשו במשאב אחד לתיאור האנטרופיה, אלא, השתמשו במגוון משאבים מושגיים. לדוגמא, סטודנט יכול במשפט אחד לבטא את הרעיון שאנטרופיה חייבת לגדול ומאוחר יותר לציין שאנטרופיה נשמרת. המשאבים הנפוצים שהוחזקו ע"י התלמידים, לא היו אלו שהוצגו במהלך הקורס. בפרט, רוב הסטודנטים לא השתמשו בביטוי הסטטיסטי של האנטרופיה, $S=k_B ln\Omega$, ואף סטודנט לא השתמש בביטוי המקרוסקופי לשינוי באנטרופיה, $dS=dQ_{rev}/T$ (אלגוריתם של קלאוזיוס). מצד שני, משאב שדוכא באופן פעיל במהלך הקורס, ואף הסטודנטים "הוזהרו" מההטעיה שהוא יכול ליצור היה נפוץ מאוד- כל הסטודנטים, חוץ מאחד, קשרו בין אנטרופיה לאי-סדר. קישור זה בין אנטרופיה לאי-סדר הוביל לבלבול לגבי מספר תחזיות. בפרט, חלק מהסטודנטים נאבקו ליישב את בין תיאור האנטרופיה כאי-סדר לבין אינטואיציה ששיווי-משקל תרמי הינו טבעי ולכן הינו מצב מסודר, לדוגמא "אני חושב שלזה יש יותר אי-סדר. המצב ההתחלתי. כי זה לא מאושר, זה לא המקום שבו הוא רוצה להיות. בעוד שהמצב הסופי, אתה יודע, הכל שווה, זה קצת כמו, כמו סביבה יציבה". חלק מסטודנטים אילו "פתרו" קונפליקט זה ע"י תחזית שאנטרופיית המערכת קטנה במהלך ההגעה לש"מ, אחרים, נעו הלוך וחזור בין תחזיות. הנתונים מרמזים כי מאמצי המרצה ל"גרש" את הרעיון של האנטרופיה כמדד לאי-סדר, לא מנעה מהסטודנטים להשתמש ברעיון זה, יתרה מכך, רעיון זה

היה נפוץ מאוד בקרב הסטודנטים. באופן דומה, *Viard Brosseau & (1992)* מצאו שרק אחד מעשרה סטודנטים לפיזיקה באוניברסיטה תפסו את הרעיון שהאנטרופיה קבועה במהלך התפשטות אדיאבטית הפיכה של גז אידיאלי. שבעה מהאחרים טענו כי מכיוון שהנפח גדל, כך גם גדל אי-הסדר, ולכן, גם גדלה האנטרופיה. גם *Geller* ואחרים (*Geller et al., 2014*) מצאו כי סטודנטים למדעי החיים מגיעים לקורס *IPLS*, לאחר שהם לקחו קורסים בביולוגיה וכימיה, עם הרעיון של האנטרופיה כאי-סדר, דבר הגורם למתח עם הידע של התלמידים לגבי יצירה ספונטנית של מבנים ביולוגיים, מכיוון והגדלת אי-סדר נמצאת בניגוד ליצירה ספונטנית של מבנים מסודרים. מתח נוסף שקיים הינו בין המשמעות של אי-סדר כפי שעולה מהחוק השני לבין מגוון המשמעויות היום-יומיות של מושג זה. לדוגמא, סטודנט במחקר זה, הגדיר את המצב שבו גז ממלא את כל נפח המיכל כמצב מסודר יותר, בגלל הזיהוי של "סדר" עם מצבם הטבעי של הדברים. החוקרים מציעים ליישב מתחים אילו באמצעות הוראה המקשרת בין ההבנה הקודמת של התלמידים לגבי האנרגיה החופשית לבין החוק השני.

3. ניתוח עיוני של מבנה הדעת (מימד I ב MER)

פרק זה מתמקד בשני היבטים של מבנה הדעת:

1. זיהוי מטרות למידה ברות השגה למבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" בהתאם לרציונל המדעי לתכנית ולממצאי סבב הוראה I.
2. ארגון היררכי של מטרות הלמידה (סדר, קשרים פנימיים ודגשים) בהתאם לשיקולים פדגוגיים.

3.1 זיהוי מטרות למידה ברות השגה

כפי שהוסבר ברציונל, מטרת התכנית "מדע חישובי בינתחומי" הינה להקנות תשתית פיזיקלית להבנת תופעות חשובות בכימיה, ביולוגיה והנדסת החומרים. בפרט, עבודה זו מתמקדת במבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" הממוקמת כחלק מפרק התרמודינמיקה הסטטיסטית הנלמד בי"א. בהתאם, ראשית יש לחדד: **מהן מטרות הלמידה בתרמודינמיקה סטטיסטית בהן על התכנית להתמקד?**

מטרות הלמידה נגזרות משלושה היבטים מרכזיים של תופעות ב"חומר חי"[23]: החיים מערבים מולקולות בתמיסה, אינטראקציות מולקולריות, ומבנים מקרו- מולקולריים. טבלה 3.1 מקשרת בין היבטים אלו למטרות למידה הנגזרות מהם:

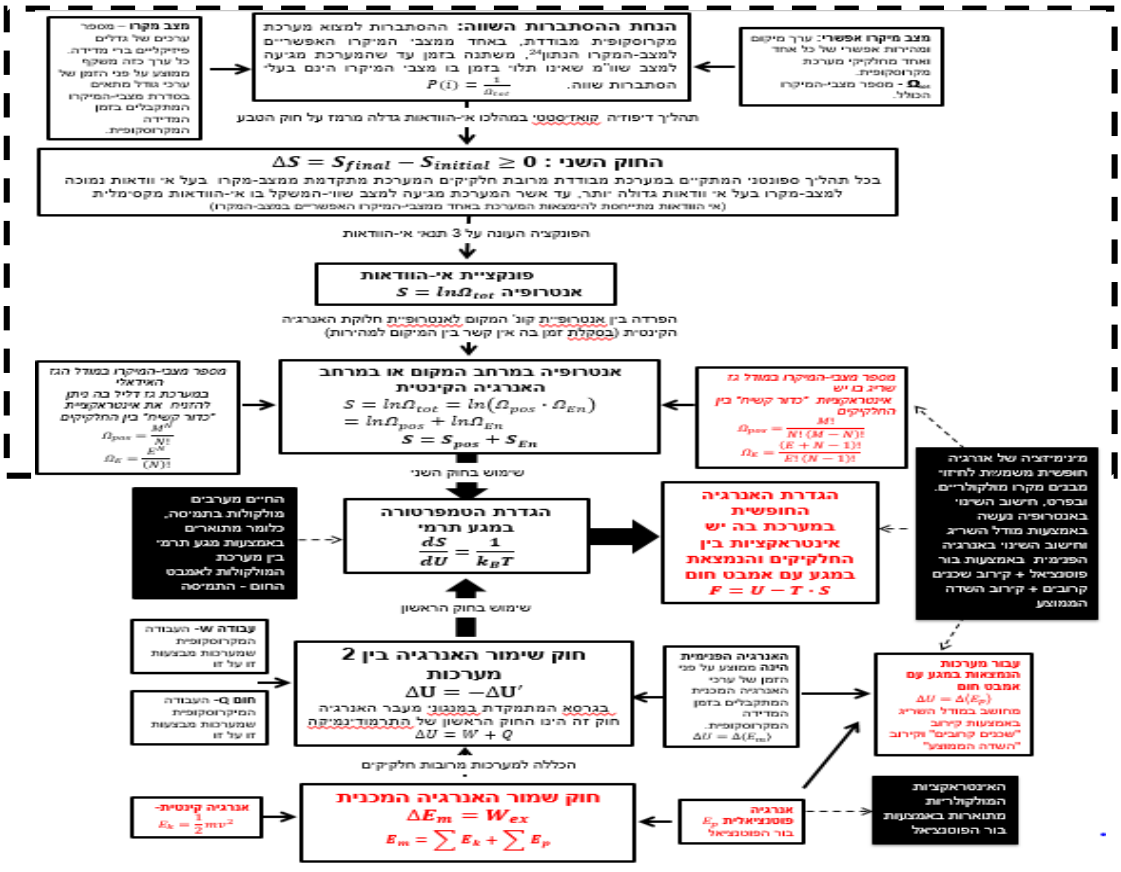
היבטים מרכזיים	מטרות למידה
החיים מערבים מולקולות בתמיסה	- המשגה תרמו סטטיסטית של מערכות מרובות חלקיקים הנמצאות במגע תרמי: מחליפות אנרגיה ביניהן (העברת אנרגיה בין חלקיקי מומס לממס). - מושג "אמבט החום" ו"תהליך איזותרמי"
החיים מערבים אינטראקציות מולקולריות	- סוגי האינטראקציות הבין מולקולריות: הידרופוביות, ואן-דר וואלס, כוח חשמלי... - מודל שריג לייצוג בדיד של מיקום חלקיקים + מודל שכנים קרובים ייצוג אינטראקציות בין מולקולריות באמצעות בור פוטנציאל ריבועי
החיים מערבים מבנים מקרו- מולקולריים	- הסבר מבנים מזוסקופיים-מקרוסקופיים בשיווי משקל (לדוגמא- הפרדת פאזות, התארגנות עצמית למיצלות, התקפלות פולימר, נימיות) באמצעות מינימיזציית האנרגיה החופשית

טבלה 3.1: היבטים מרכזיים של תופעות בחומר חי, ומטרות הלמידה הנגזרות מהם

בהינתן היבטים אלו, עולה השאלה אילו תכניות לימודים קיימות בפיסיקה ובכימיה נותנות מענה, ולו חלקי, למטרות אלו? אלו שינויים נדרשים על מנת להתאים תכניות קיימות למטרות הלמידה? קיימות תכניות ספורות המתמודדות עם האתגר ללמד תרמודינמיקה-סטטיסטית ברמת קורס מבוא בפיסיקה (*Reif, 1999, 2010; Chabay & Sherwood, 2002; Nuffield Advanced Physics team, 1972*) או בכימיה (*Ben-Zvi, 1993; Atkins & De Paula, 2006*). לכל אחת מאלו מגבלות שונות. לדוגמא, תכניתה של *Ben-Zvi* (*1993*) מתמקדת בהיתכנות ריאקציה הכימית במערכת בה יש אינטראקציה בין החלקיקים, ואינה עוסקת במטרות המצוינות לעיל: חיזוי מבנה מערכת בשיווי-משקל. ת"ל רלוונטית ביותר היא זו של *Reif* (*1999*) אולם היא מתמקדת במערכות מרובות חלקיקים ללא אינטראקציה בין החלקיקים ולכן ללא מבנים, כגון- מודל הגז-האידאלי ותכונות

[23] כפי שהגדיר היועץ הפדגוגי של התכנית, פרופ' שמואל שפרן

מקרוסקופיות של גזים אידאליים. בהתאם, יש להרחיבה בכדי לתת מענה לצרכי התכנית "מדע חישובי בינתחומי" שעניינה מערכות בהן נוצרים מבנים כתוצאה של אינטראקציה בין החלקיקים. בהתאם, הצעתי לבסס את יחידת התרמודינמיקה הסטטיסטית על טיוטת ספרו של *Reif* בנושא, המבוססת על מבנה הדעת שהציע (Reif, 1999). מפת המושגים להלן (תרשים 3.1) מפרטת את מבנה הדעת הבסיסי בתרמודינמיקה סטטיסטית המהווה בסיס להשגת מטרות הלמידה שבטבלה 3.1, תוך הכנסת הרחבות (צבועות באדום). הסידור האנכי של המפה לא נושא משמעות היררכית).



תרשים 3.1: מפת מושגים של יחידת "התרמודינמיקה הסטטיסטית", הרחבה המבוססת על גישתו של Reif.
מקרא: גופן אדום- הרחבות. לבן על שחור: היבטים בפיסיקה של "חומר חי". ריבוע מקווקו – מקיף מרכיבי מבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה"

ההרחבות המרכזיות ביחס למהלך של *Reif (2010)* הינן:

א. הוראת האנרגיה המכנית של המערכת ובפרט, ייצוג אנרגיית האינטראקציה הבין מולקולרית באמצעות "בור-פוטנציאל"- וקישור בין האנרגיה הפוטנציאלית לכוח בין החלקיקים: $F = -\frac{\Delta E_p}{\Delta r}$. ייצוג זה מתבסס על הייצוג הדינמי (כוחות וחוקי ניוטון) אליו התלמידים נחשפו בכיתה י' (במודל *MD* ו *Langevin*).

ב. שימוש במודל השריג המאפשר למדל מערכות בעלות כמה סוגי חלקיקים ואת האינטראקציה שבין החלקיקים ועל ידי כך למדל מבנים מקרומולקולריים.

ג. בניית פונקציית האנרגיה החופשית בכדי לחשב גם את האנטרופיה וגם את האנרגיה הפנימית הנובעת מהאינטראקציות הבין מולקולריות. מינימיזצייה של פונקציה זו משמשת לקביעת מבנה המערכת בש"מ.

פרק התרמודינמיקה הסטטיסטית השתלב בתכנית בכיתה י"א, כמוצג בטבלה 3.2:

מועד	י'	י"א			י"ב
		שליש א'	שליש ב'	שליש ג'	
הקשר	מערכות "ללא אינטראקציות"			מערכות עם אינטראקציות	
	דיפוזיה		מגע תרמי	הפרדת פאזות	חומרים רכים קפילריות, הרטבה, ממברנות, פולימרים
תוכן מדעי	מודלים דינמיים חישוביים: 1. Moleculer Dynamic; 2. Langevin; 3. Random Walk	יסודות התרמודינמיקה הסטטיסטית			מודלים מכנו-סטטיסטיים אנליטיים וחישוביים

טבלה 3.2: פרקי התכנית בכיתות י – י"ב (סבב הוראה II)

בהינתן מבנה הדעת ליחידת "תרמודינמיקה סטטיסטית", נשאלת השאלה:

מהו סדר הוראת מרכיבי מבנה הדעת ב"תרמודינמיקה סטטיסטית"?

הסדר המוצג למעלה ליח' יסודות התרמודינמיקה הסטטיסטית בכתה י"א, הינו זה המיושם בסבב הוראה II (תשע"ז). סדר זה שונה מסבב הוראה I (תשע"ו), בעקבות ממצאי המחקר שהוצגו בדו"ח הביניים/והדו"ח המיוחד. בפרט, בסבב הוראה I מערכות דו חלקיקיות קדמו לרב חלקיקיות:

הקשר	מערכת דו חלקיקית	מערכת רב חלקיקית			
	עם אינטראקציות		"ללא אינטראקציות"		עם אינטראקציות
	דוגמת מסות קשורות בקפיץ	הרבה מסות באינט'	דיפוזיה	מגע תרמי	הפרדת פאזות
תוכן מדעי	אנרגיה קינטית, פוטנציאלית, שימור אנרגיה מכנית	אנרגיה הפנימית וחוק I של התרמודינמיקה	מודלים מכנו-סטטיסטיים אנליטיים בדגש אנטרופיה וחוק II תרמודינמיקה		

טבלה 3.3: מטרות הלמידה לכיתה יא' בסבב הוראה I

בסבב הוראה II מערכות "ללא אינטראקציות" הקדימו מערכות עם אינטראקציות, כלומר:

הקשר	"ללא אינטראקציות"		עם אינטראקציות	
	מערכת רב חלקיקית		מערכת דו חלקיקית	מערכת רב חלקיקית
	דיפוזיה	מגע תרמי	מסות קשורות בקפיץ	הפרדת פאזות
תוכן מדעי	מודלים מכנו-סטטיסטיים אנליטיים בדגש אנטרופיה וחוק II תרמודינמיקה		אנרגיה קינטית, פוטנציאלית, שימור אנרגיה מכנית	אנרגיה הפנימית וחוק 1 של התרמודינמיקה	מודל מכנו-סטטיסטי אנליטי, בדגש אנטרופיה, וחוק II תרמודינמיקה (+אנרגיה חופשית)

טבלה 3.4: מטרות הלמידה לכיתה יא' בסבב הוראה II

השינוי נבע מכך שהמחקר על סבב I הראה כי התלמידים התקשו עם מושגים מכנו סטטיסטיים מרכזיים. הדבר יוחס לעיסוק הנרחב באינטראקציה בין חלקיקים ובאנרגיה, קודם למבנית המכנו-סטטיסטית. בהתאם, הוחלט להציג את המודל המכנו סטטיסטי בתחילת י"א, מיד לאחר הצגת מודל מהלך אקראי (בסוף י') במטרה להציג את המושגים המכנו-סטטיסטיים בהקשר פשוט שלא יסיח את דעת התלמידים לאינטראקציות שבין החלקיקים. רצף כזה מאפשר לבנות את הידע המכנו סטטיסטי תוך התבססות על מודל מהלך אקראי, ולחדדו במהלכים של השוואה והנגדה בין מודלים דינמיים חישוביים, ומודל מכנו סטטיסטי לאותה תופעה - הדיפוזיה.

לאחר שבררנו את סדר הוראת מטרות הלמידה ביח' "תרמודינמיקה סטטיסטית" נשאר לברר:

מהם מטרות הלמידה במבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה"?

המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" מגיעה מיד לאחר כיתה י' בה התלמידים הכירו רצף של שלושה מודלים חישוביים לאותה תופעה – תופעת הדיפוזיה, כך שהצגת המודלים המכנו-סטטיסטיים נשענת על היכרותם עם מודל מהלך אקראי. בהתאם, טבלאות 3.5 - 3.8 המוצגות בהמשך מחדדות את מטרות הלמידה במבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" ע"י השוואתן למטרות הלמידה במודלים הדינמיים המוצגים בי'. המושגים והעקרונות המהווים את מטרות הלמידה של המבנית מפורטים בעמודת "מודל מכנו-סטטיסטי".

מלבד זיהוי מטרות הלמידה, טבלאות אילו יהוו בהמשך בסיס לניתוח הנתונים במחקר האמפירי (MER מימד III, פרקים 6 ו 7). בפרט, הטבלאות מבחינות בין שני המודלים, הדינמי והמכנו-סטטיסטי באשר לנקודת המבט ממנה בוחנים את המערכת:

1. מיקרו- תיאור המערכת בעזרת מאפיינים של כל חלקיק וחלקיק (טבלה 3.5). בפרט- במודל הדינמי: תיאור תנועת החלקיקים עפ"י מודל MD/RW. במודל המכנו-סטטיסטי: תיאור מצב ש"מ באמצעות הנחת ההסתברות השווה של מצבי-המיקרו האפשריים.
2. מקרו- תיאור "גירעון גס /coarse grained" של המערכת בעזרת מאפיינים ממוצעים ע"פ אזור גדול במערכת ומבלי להתייחס למיקום כל חלקיק וחלקיק. נקודת מבט זו מתחלקת לשתיים:

א. מקרו ממוצע במרחב- התייחסות לערכים השונים של הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע (טבלה 3.6). בפרט-
במודל הדינמי: התנודות בערכי הצפיפות המקומית בש"מ. במודל המכנו-סטטיסטי: שיוך ערך של צפיפות מקומית לכל מצב מיקרו אפשרי במרחב המדגם.

ב. מקרו ממוצע במרחב ובזמן- התייחסות לערכי הצפיפות המקומית על פני זמן ממושך (טבלה 3.7). בפרט- במודל הדינמי: ממוצע ערכי הצפיפות המקומית במהלך זמן המדידה ותנודה יחסית (תוך התייחסות לגרף צפיפות מקומית כתלות בזמן). במודל המכנו-סטטיסטי: התפלגות הסתברות ערכי הצפיפות המקומית, ממוצע ערכי הצפיפות המקומית במהלך זמן המדידה וסטיית תקן יחסית (תוך התייחסות להתפלגות ההסתברות), והחוק השני של התרמודינמיקה (כאשר האנטרופיה מאפיינת מצב מקרו של המערכת).

3. הסתברותית- תיאור המערכת בעזרת ההסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית אפשריים (טבלה 3.8). בפרט- במודל הדינמי: אמנם, המושג הסתברות וחישוב ההסתברות לקבלת הערכים האפשריים של הצפיפות המקומית לא נלמדו בכיתה י', אך, התלמידים יכולים להתייחס, באופן איכותי, להסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית על סמך מודל RW או על סמך תלות התנודה היחסית במספר החלקיקים. במודל המכנו-סטטיסטי: תיאור מצב ש"מ באמצעות התפלגות הסתברות ערכי הצפיפות המקומית, כאשר, הסתברות זו מתקבלת על סמך הנחת ההסתברות השווה ומתוך מספר מצבי-המיקרו המתאימים לכל ערך של צפיפות מקומית.

מרכיב הידע- "הנחת הסתברות שווה של מצבי-המיקרו בש"מ"- מופיע גם במיקרו וגם בהסתברותי, מכיוון, ומרכיב זה גם מתאר את מצב ש"מ ע"י תכונות כל חלקיק וחלקיק (נק. מבט מיקרו) וגם מהווה תשתית לתיאור ההסתברותי (נק. מבט הסתברותית).

נק. מבט מיקרו של המערכת- תיאור המערכת בעזרת מאפיינים של כל חלקיק וחלקיק		
	מודלים דינמיים חישוביים (כיתה י' - ניסוח תשע"ו)	**מודל מכנו-סטטיסטי (כיתה יא')**
הגדרת תיאור מיקרו	"תיאור מיקרו: גדלים המאפיינים את חלקיקי המערכת. לדוגמא: מיקום כל חלקיק, מהירות כל חלקיק, רדיוס, מסה ועוד	מצב מיקרו - ערך מיקום ומהירות של כל אחד ואחד מחלקיקי מערכת בנק. זמן
התצפית הניסויית	מיקרוסקופ: הקולואיד נע באופן אקראי, המרחק הממוצע (על הרבה קולואידים או בזמנים ארוכים על קולואיד יחיד) מהראשית גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן[24]. לכן בחלוף הזמן הכתם נראה מתפשט.	
תנאי ההתחלה	מוגדרים היטב – מיקום, מהירות (מהירות רק ב MD)	
חוקי המודל	MD: חוקי ניוטון RW: התקדמות לאחד מארבע כיוונים בהגרלת מספר אקראי	הנחת ההסבתרות השווה: במערכת מבודדת בש"מ ישנה הסתברות שווה לכל אחד ממצבי-המיקרו האפשריים $P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}$ Ω_{tot} - מספר מצבי המיקרו האפשריים
חישוב במצב ש"מ		פירוט מרחב המדגם: מצבי-המיקרו שאפשרי שהמערכת תדגום בש"מ
חישוב התפתחות בזמן	פתרון נומרי של המודל: מיקום/מהירות כל החלקיקים	
תיאור של מצב ש"מ		בש"מ מתקיימת הנחת הסתברות שווה של מצבי המיקרו האפשריים: $P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}$
תיאור התפתחות בזמן	החלקיק נע עפ"י מודל RW, המרחק הממוצע (על הרבה חלקיקים או בזמנים ארוכים על חלקיק יחיד) מהראשית גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן[1]. הדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים, ולכן בחלוף הזמן צבר החלקיקים נראה מתפשט.	אין הסתברות שווה לכל אחד ממצבי-המיקרו האפשריים [25, 26]

טבלה 3.5: מודלים דינמיים (כיתה י') ומכנו-סטטיסטי (כיתה יא') של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המיקרוסקופית

נק. מבט מקרוסקופית של המערכת: תיאור "גירעון גס coarse grained של המערכת בעזרת מאפיינים ממוצעים ע"פ אזור גדול במערכת ומבלי להתייחס למיקום כל חלקיק וחלקיק- א. מקרו במרחב		
	מודלים דינמיים חישוביים (כיתה י' - ניסוח תשע"ו)	**מודל מכנו-סטטיסטי (כיתה יא')**
הגדרת צפיפות מקומית	מספר החלקיקים הנדגמים במוניטור בנפח בעל סקלת אורך השווה לנפח המערכת (או המרחק הממוצע בין מולקולות/ממוצע נפח פר חלקיק במוניטור), בנקודת זמן t	
תנאי התחלה	המערכת יכולה להיות מלכתחילה במצב בו הצפיפות לא אחידה	
חישוב במצב ש"מ	פתרון נומרי: חישוב של מספר החלקיקים הנדגמים, במוניטור מסוים (גרף צפיפות-זמן) או במספר מוניטורים	שיוך ערך של צפיפות מקומית לכל מצב מיקרו אפשרי במרחב המדגם.
חישוב התפתחות בזמן		
תיאור מצב ש"מ	גרף צפיפות זמן: הצפיפות המקומית גדלה/ קטנה בזמן עד כדי תנודות קלות, עד הגעה למצב שיווי-משקל בו הצפיפות המקומית	
תיאור התפתחות בזמן		

טבלה 3.6: מודלים דינמיים (כיתה י') ומכנו-סטטיסטי (כיתה יא') של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המקרוסקופית- מקרו במרחב. <u>פונט עם קו תחתון:</u> הגדרות דקלרטיבית, התלמידים לא ביצעו משימות ; פונט רגיל: התלמידים גם ביצעו משימות

[24] למרות שההעתק הממוצע מהראשית שווה לאפס.

[25] בתהליך שאינו קואזיסטטי

[26] בגלל שבמצב שאינו ש"מ- הסיכוי למיקום החלקיק / ערך הצפיפות המקומית הנמדדת – תלויים בתנאי ההתחלה. לדוגמא, אם בזמן t=0 כל החלקיקים ממוקמים במרכז הקופסא, אז, הסיכוי להמצאות חלקיק במרכז הקופסא בפרק זמן המדידה ההתחלתי הוא גבוה וככל שהזמן עובר הוא קטן/ הצפיפות המקומית הנמדדת בהתחלה במרכז הקופסא היא גבוה וככל שעובר הזמן היא קטנה.

נק. מבט מקרוסקופית של המערכת: תיאור ״גירעון גס coarse grained של המערכת בעזרת מאפיינים ממוצעים ע״פ אזור גדול במערכת ומבלי להתייחס למיקום כל חלקיק וחלקיק- ב. מקרו במרחב ובזמן[27]		
	מודלים דינמיים חישוביים (כיתה י׳ - ניסוח תשע״ע)	**מודל מכנו-סטטיסטי (כיתה יא׳)**
הגדרת תיאור מקרו של המערכת	גדלים מקרוסקופיים: גדלים המאפיינים באופן גס את המערכת, המתקבלים במדידה, גדלים אלו מבטאים ממוצע על גדלים מיקרוסקופיים בפרק זמן המדידה.	מצב-מקרו: תיאור גס של המערכת באמצעות מספר מצומצם של ערכי גדלים פיסיקליים ברי מדידה. ערכים אילו מבטאים ממוצע על ערכי מצבי-המיקרו המתקבלים בפרק זמן המדידה[28].
התצפית הניסויית	רוחב הכתם של טיפת גביש קאלי (זהו האזור בו צפיפות חלקיקי הקאלי גבוהה) המונחת תחילה במרכז צלוחית מלאה במים גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן, עד הגעה לריכוז אחיד בכל חלקי התמיסה אשר אינו משתנה עם הזמן (בהירות התמיסה קבועה בזמן ואחידה בכל הכלי).	
צפיפות מקומית נמדדת	ממוצע של ערכי הצפיפות המקומית הנדגמים במהלך פרק זמן המדידה.	ממוצע של ערכי הצפיפות המקומית הנדגמים במהלך פרק זמן המדידה בו החלקיקים מספיקים לדגום את כל מצבי-המיקרו הנגישים להם מספר רב של פעמים.
חוקי המודל		פונקציית אי-הוודאות[29]- אנטרופיה: $S = ln\Omega_{tot}$ חוק 2 של התרמודינמיקה: $\Delta S = ln\Omega_{tot} \geq 0$
חישוב במצב ש״מ	בגרף צפיפות-זמן, שרטוט קו המיצג איכותית ערך ממוצע בזמן ועוד קו המיצג איכותית את ערכי הקיצון שהמערכת מקבלת בממוצע, כך שהמרחק בין שני הקווים מיצג תנודה ממוצעת. הממוצע על פני זמן לא חושב כמותית ולא נידון במפורש.	מתוך התפלגות ההסתברות ניתן לחשב: 1. $\langle n \rangle$ הצפיפות המקומית הממוצעת: $\langle n \rangle = \sum_{i=0}^{N} n_i P_i$. ממוצע המשוקלל של ערכי הצפיפות האפשריים בהתפלגות. כאשר הסכימה היא על ערכי הצפיפות האפשריים n_i המוכפלים בהסתברות לקבלתם P_i. בפועל ערך הצפיפות המסתבר ביותר נלקח להיות הממוצע. 2. σ_n סטיית התקן- $\sigma_n = \sqrt{\sum_i P_i (n_i - \langle n \rangle)^2}$ או ע״י מדידת רוחב ההתפלגות בחצי הגובה המקסימלי (FWHM). 3. $\frac{\sigma_n}{\langle n \rangle}$ סטיית התקן היחסית.
חישוב בהתפתחות בזמן		בתהליך קאוזיסטטי[30] עבור כל נפח התחום ע״י חזית הדיפוזיה, פונקציית האנטרופיה המיקומים האפשריים: - מודל גז-שריג: $S=\ln (M!)/(N!*(M-N)!$ M- נפח המערכת/מספר התאים התחומים ע״י חזית הדיפוזיה, N- מספר החלקיקים - קירוב סטרלינג: במערכות מקרוסקופיות-אנטרופיה פר-חלקיק כתלות בריכוז c. $S/N = \frac{1}{c}(-c \ln c - (1-c)\ln(1-c))$ ע״פ החוק השני המערכת תתקדם למצב ש״מ שיש בו אנטרופיה מקסימלית
תיאור מצב ש״מ	גרף צפיפות-זמן: הצפיפות המקומית הממוצעת משתנה בזמן[3], עד הגעה למצב ש״מ בו היא לא משתנה בזמן. זהו ש״מ דינמי- החלקיקים בתנועה, ולכן ישנן תנודות סביב ערך הצפיפות המקומית הנמדדת, אך, מספר החלקיקים הנכנסים	צפיפות מקומית ממוצעת אחידה בכל חלקי המערכת. כאשר- במערכות עם מספר קטן של חלקיקים: סטיית התקן היחסית גדולה, ולכן, הצפיפות המקומית הממוצעת אינה מתארת היטב את מצב המערכת (ולכן צריך תיאור הסתברותי אשר הינו מפורט יותר).

[27] ההנחה הארגודית אומרת כי בש״מ ממוצע על פני זמן המדידה של מערכת אחת אקוויולנטי לממוצע על פני צבר של מערכות זהות בתנאיהן החיצוניים למערכת הנחקרת. אנו במבנית התרכזנו בממוצע על פני הזמן מכיוון והוא מייצג מדידה ניסוית המתרחשת על פני זמן ממושך ושתוצאתה מאפיינת את מצב המקרו של המערכת.

[28] בהקשר של דיפוזיה, בתחילת כיתה יא׳, מצב-מקרו של המערכת הוגדר כערך של צפיפות מקומית כאשר, או באופן כללי יותר- כערך של משתנה מקרי, כאשר התפלגות ההסתברות מורכבת מערכי הצפיפות המקומית האפשריים, נשים לב, כל אחד מערכים אילו הינו בר-מדידה. בהמשך השנה, מצב-מקרו של המערכת הוגדר כממוצע על פני הזמן של ערכים אילו.

[29] עבור כל מצב-מקרו בו נמצאת המערכת פונ׳ האי-וודאות (האנטרופיה) מכמת את מידת אי-הוודאות לגבי מצב-המיקרו בו נמצאת המערכת.

[30] חזית הדיפוזיה נעה הרבה יותר לאט מהחלקיקים (כך שעבור כל חזית נתונה המערכת נמצאת בשיווי-משקל).

	למוניטור שווה בממוצע (על פני הזמן) למספר החלקיקים היוצאים ולכן צפיפות זו אינה משתנה בזמן. בשיווי משקל, התנודות היחסיות (ממוצע גודל התנודה ביחס לצפיפות הממוצעת) קטנות ככל שמספר החלקיקים גדל (בנפח קבוע). ולכן, במערכת מציאותית (מקרוסקופית) גודל התנודה היחסית אפסי ואינו ניתן להבחנה בעין בלתי מזויינת.	ככל שמספר החלקיקים N הולך וגדל- ההתפלגות יותר ויותר חלקה וסטיית התקן היחסית קטנה $\frac{\sigma_n}{\langle n \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$. במערכות מקרוסקופיות- סטיית התקן היחסית זניחה, והמערכת מתוארת היטב ע"י הצפיפות המקומית הממוצעת.
תיאור התפתחות בזמן	גרף צפיפות-מקום: רוחב האזור בו יש בממוצע צפיפות גבוהה של חלקיקים גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן.	האנטרופיה/אנטרופיה לחלקיק גדלה, ככל שהנפח הנגיש לחלקיקים M גדל (חזית הדיפוזיה מתקדמת)/ ככל שריכוז החלקיקים הכולל קטן. אנטרופיה מקסימלית מתקבלת כאשר החלקיקים תופסים את כל נפח המיכל/בריכוז חלקיקים מינימלי תחת אילוצי המערכת (נפח המיכל).

טבלה 3.7: מודלים דינמיים (כיתה י') ומכנו-סטטיסטי (כיתה יא') של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט המקרוסקופית- מקרו במרחב ובזמן. פונט עם קו תחתון: הגדרות דקלרטיבית, התלמידים לא ביצעו משימות ; פונט רגיל: התלמידים גם ביצעו משימות

נק. מבט הסתברותית על המערכת- תיאור המערכת בעזרת ההסתברות לקבלת ערכי הצפיפות המקומית בש"מ		
	מודלים דינמיים חישוביים (כיתה י' - ניסוח תשע"ו)	**מודל מכנו-סטטיסטי (כיתה יא')**
הגדרת הסתברות לקבלת ערך צפיפות מקומית A		השכיחות היחסית לקבלת ערך הצפיפות A במהלך פרק זמן המדידה בו נדגמו מספר רב של מצבי-מיקרו.
חוקי המודל	RW: התקדמות לאחד מארבע כיוונים בהגרלת מספר אקראי	הנחת הסתברות שווה של מצבי מיקרו במצב ש"מ: $P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}$, Ω_{tot} - מספר מצבי המיקרו האפשריים
חישוב במצב ש"מ	-החלקיק מתקדם מספר רב של מהלכים אקראיים -בגרף צפיפות-זמן, שרטוט קו המיצג איכותית ערך ממוצע בזמן ועוד קו המיצג איכותית את ערכי הקיצון שהמערכת מקבלת בממוצע, כך שהמרחק בין שני הקווים מיצג תנודה ממוצעת. הממוצע על פני זמן לא חושב כמותית ולא נידון במפורש.	פירוט מרחב המדגם: פירוט כל מצבי-המיקרו שאפשרי שהמערכת תדגום בש"מ, Ω_{tot}. חישוב ההסתברות לקבלת A- בהתבסס על הנחת הסתברות שווה: $P(A) = \frac{\Omega_A}{\Omega_{tot}}$, כאשר Ω_A הינו מספר מצבי-המיקרו בהם ערך הצפיפות המקומית הוא A. חישוב התפלגות ההסתברות- ההסתברות לקבלת כל ערכי הצפיפות המקומית האפשריים, A.
תיאור של מצב ש"מ	- לאחר הרבה מהלכים אקראיים ניתן להניח, במערכת ללא אינטראקציה בין החלקיקים, כי ישנה הסתברות שווה למצוא חלקיק מסוים בכל המקומות האפשריים במערכת. הדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים. - ככל שמספר החלקיקים גדל, התנודה היחסית קטנה, ולכן גם קטן הסיכוי למצוא את המערכת בערך של צפיפות מקומית השונה יחסית מהערך הממוצע.	תיאור מצב ש"מ של מערכות עם מספר קטן של חלקיקים- ציון ההסתברות לקבלת כל ערכי הצפיפות המקומית האפשריים. התפלגות זו הינה מדורגת וסימטרית סביב ערך של צפיפות אחידה.
תיאור ההתפתחות בזמן	החלקיקים נעים על פי מודל מהלך אקראי, הסיכוי שכל החלקיקים הנמצאים בחזית הדיפוזיה ינועו פנימה, הוא אפסי. כל שכן, הסיכוי שדבר זה יתרחש מספר רב של פעמים (כך שהכתם הולך ומתרכז) הוא זניח	נניח כי תהליך ההתפשטות/התרכזות הוא תהליך קואזיסטטי: תהליך של התקדמות אינטיפיסימילית – מעבר בין סדרה אינסופית של מצבי שיווי-משקל בכל רוחב כתם נתון. בכל אחד ממצבי- שיווי המשקל ניתן להניח הנחת הסתברות שווה. נניח ששטח הכתם הינו A, ההסתברות שכל החלקיקים ימצאו במרכז הכתם הנתון, לדוגמא, בשטח בעל גודל A/2, הוא: $P = \left(\frac{1}{2}\right)^N$ כאשר N הוא מספר החלקיקים. עבור מערכת אמיתית N הוא עצום ולכן ההסתברות להתרכזות הכתם הינה זניחה.

טבלה 3.8: מודלים דינמיים (כיתה י') ומכנו-סטטיסטי (כיתה יא') של תופעת הדיפוזיה מנקודת המבט ההסתברותית- ההסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית בש"מ. פונט עם קו תחתון: לא נלמד באופן מפורש בכיתה י' ויא', אך התלמידים יכולים לחשוב כך על סמך מה שנלמד בכיתה זו

נשים לב, האופן בו התלמידים למדו בכיתה י' לא דייק את תמונת המומחה עד תומה בשני המובנים הבאים:

1. בכיתה י' התלמידים למדו כי ניתן לתאר את תופעת הדיפוזיה גם באמצעות <u>הצפיפות מקומית בנקודת זמן t</u> וגם באמצעות <u>הצפיפות המקומית הנמדדת</u> (ממוצע על פני הזמן). בפועל, תמונת המומחה הינה שתופעת הדיפוזיה מתוארת רק ע"י ערכים ברי-מדידה של צפיפות מקומית נמדדת המוגדרת כממוצע של ערכי הצפיפות המקומית הנדגמים במהלך פרק זמן המדידה. נשים לב, לדיוק זה, בין הצפיפות המקומית והצפיפות המקומית הנמדדת, יש השלכה לגבי טיב ההבחנה בין מצב ש"מ למצב שאינו ש"מ. אפרט, תלמיד הלמד כי ניתן לתאר את מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה, באמצעות צפיפות מקומית בנק. זמן t, יכול להסיק כי מצב ש"מ מוגדר כמצב בו ערך הצפיפות המקומית (בנק. זמן מסוימת) הינו של חלוקה שווה, וזאת למרות, שערך זה יכול להתקבל כתוצאה מתנודה קיצונית במהלך ההגעה לש"מ, תנודה המביאה רגעית לערך של חלוקה שווה. לעומת זאת, הגדרת מצב ש"מ כמצב בו ערך הצפיפות המקומית הנמדדת (ממוצע על פני זמן המדידה) הינו של חלוקה שווה, יכול למנוע חוסר בהירות זה.
2. בכיתה י', התלמידים למדו על הזמן בו לוקח למערכת להגיע לשיווי משקל- השלב הדינמי של המערכת. ולכן, בכדי לתאר זמן זה, פרק זמן המדידה צריך להיות קטן ממנו, כלומר, הגדרה מדויקת יותר של הצפיפות הנמדדת היא- ממוצע של ערכי הצפיפות המקומית הנדגמים במהלך פרק זמן המדידה Δt סביב נק. זמן t (כלומר ממוצע בין t ל $t+\Delta t$). כאשר, Δt גדול בהרבה מפרק הזמן של התנגשות בודדת בין חלקיקים וקטן בהרבה מפרק הזמן בו מתרחשת התופעה (לדוגמא - הזמן עד שהמערכת מתייצבת בש"מ). אך בכיתה י', לא שמו דגש על הגדרה מדויקת של פרק הזמן הדרוש.
נשים לב, להגדרה המדויקת של פרק זמן המדידה ישנה גם השלכה לגבי תיאור מצב שיווי-משקל של תופעת הדיפוזיה, אפרט: במצב ש"מ המתואר ע"י צפיפות מקומית הנמדדת במהלך פרק זמן Δt, הקטן בהרבה מפרק הזמן בו מתרחשת התופעה, ייתכנו תנודות קטנות בערך הצפיפות המקומית הנמדדת (יחסית לערך הנמדד תנודות אילו מתכונתיות ל $\frac{1}{\sqrt{N}}$ כאשר N הוא מספר החלקיקים). לעומת זאת, במצב ש"מ המתואר ע"י צפיפות המקומית הנמדדת בפרק זמן הגדול בהרבה מפרק הזמן בו מתרחשת התופעה, הצפיפות המקומית הנמדדת <u>קבועה בזמן</u> (וללא תנודות בערכה).

3.2 ארגון היררכי של מטרות הלמידה

להלן אציג את שיקולי הדעת שהנחו אותנו בקביעת סדר, קשרים פנימיים ודגשים של מטרות הלמידה למבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" במתכונת של שאלות מובילות:

<u>1. האם לעסוק בהרחבה הן בהסבר תהליך ההגעה למצב שוו"מ באמצעות חוק 2 של התרמודינמיקה, והן בהסבר מצב שוו"מ לכשעצמו באמצעות התפלגות ההסתברות?</u>

ניתן לחלק את תהליך הדיפוזיה לשני פרקי זמן:

א. פרק הזמן בו מערכת החלקיקים מתפתחת לעבר מצב שוו"מ

ב. פרק הזמן בו המערכת נמצאת בשוו"מ [31] (אינסופי במידה ואין הפרעה כלשהי למערכת).

[31] נדגיש כי גם במצב שוו"מ החלקיקים ממשיכים לנוע ללא הרף, אך הגדלים הממוצעים קבועים בזמן.

מחד: התנהגות המערכת ניתנת להסבר באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה, ובפרט:

א. בפרק הזמן בו מערכת החלקיקים מתפתחת לעבר מצב שוו״מ: הסבר התנהגות המערכת מבוסס על ההנחה כי סקאלת הזמן בה חזית הדיפוזיה נעה הינה ארוכה בהרבה מסקאלת הזמן האופיינית לתנועה האקראית של החלקיקים. באופן כזה, בכל תזוזה של חזית הדיפוזיה ניתן להניח שהחלקיקים דגמו הרבה ממצבי-המיקרו האפשריים בנפח הכלוא ע״י חזית זו. כך, ניתן לחשב את האנטרופיה עבור כל נפח המוגדר ע״י חזית הדיפוזיה בשלבים השונים בהתפשטות החזית. בדרך זו נמצא כי האנטרופיה גדלה ככל שהריכוז המקומי של החלקיקים קטן (כלומר, במספר חלקיקים קבוע, האנטרופיה גדלה עם הנפח התפוס ע״י חזית הדיפוזיה). עפ״י החוק השני, המערכת תתפתח באופן המקטין את ריכוז החלקיקים, עד הגעה למצב שוו״מ בו הריכוז המקומי של החלקיקים הוא הקטן ביותר תחת אילוצי המערכת (קירות המיכל).

ב. פרק הזמן בו המערכת נמצאת בשוו״מ: ברור מהאמור למעלה נובע שהאנטרופיה המקסימלית מתקבלת במצב שוו״מ כאשר החלקיקים התפזרו בכלל המערכת.

מאידך: ניתן להסביר את המתרחש בפרק הזמן בו המערכת בשוו״מ ע״י התפלגות ההסתברות: לדוגמא, חילקנו את המערכת לשני חצאים שווים, וחישבנו באמצעות הנחת שוו״מ סטטיסטי, את ההסתברות לקבלת מגוון חלוקות של ריכוזים בין שני החצאים. בדרך זו נמצא כי הסתברות מקסימלית מתקבלת כאשר יש שוויון ריכוזים בין חצאי המערכת ועבור מערכות מקרוסקופיות סטיית התקן היחסית הינה זניחה.

יש מספר יתרונות לרצף הוראה העוסק מלכתחילה בהרחבה בשוו״מ בלבד, באמצעות ניתוח של התפלגות ההסתברות, בנוסף על הניתוח של הגעה למצב שוו״מ באמצעות חוק השני.

היתרונות הינם:

1. בשוו״מ פשוט יותר לחדד את המשמעות של האנטרופיה כמתכונתית למספר מצבי המיקרו האפשריים (*Moore and Schroeder, 1997*). הדבר יאפשר להקנות בהמשך משמעות מוחשית לחוק השני במונחי ההסתברות (*Leff, 2012*).
2. התפלגות ההסתברות היא התיאור הסטטיסטי השלם ביותר של המערכת, ובפרט, מתארת את ההסתברות לקבלת כל ערכי הריכוזים המקומיים האפשריים (ולא רק את הערך הממוצע). לאחר שהתלמידים נחשפים לתיאור המלא, ניתן להראות כי עבור מערכות מקרוסקופיות הערך הממוצע של הריכוז המקומי מספיק לתאר היטב את המערכת (*Konold & Pollatsek, 2002*) ולהסתייע בכך כאשר עושים שימוש בהסבר המערכות באמצעות החוק השני.

יש מספר חסרונות לרצף הוראה העוסק מלכתחילה בהרחבה בשוו״מ בלבד:

1. הוראת מושגים הסתברותיים לפני ובנפרד להוראת החוק השני יכולה ליצור אצל התלמידים רושם שהחוק השני אינו מסביר את הפיזור האחיד במצב שוו״מ אלא רק את ההתפתחות לעבר מצב זה.
2. החוק השני ייתפש ע״י התלמידים לא כחוק טבע אלא כחוק הנגזר משיקולים הסתברותיים. התמקדות בתאור המבוסס על החוק השני בלבד יוצרת הבנה שחוק זה הוא חוק טבע הניתן ליישום הן על תיאור ההתפתחות לעבר מצב שוו״מ והן על תיאור מצב שוו״מ ואין הסברים שונים לתופעות השונות.

3. יישום החוק השני לתופעת הדיפוזיה דורש גזירת נוסחה אחת בלבד (הגם שמורכבת) של האנטרופיה כתלות בריכוז (המקומי)[32], בניגוד לבניית התפלגויות התלויות במספר החלקיקים ובאופן בו מחלקים את המערכת.
4. הוראת שוו״מ לפני הוראת תהליך ההתפתחות לעבר מצב זה, הפוכה מהסדר הכרונולוגי שבו תופעת הדיפוזיה מתרחשת.

בשל היתרונות שבהמחשה ובפשטות בחרנו ברצף הוראה העוסק מלכתחילה בהרחבה בשוו״מ בלבד.

2. כיצד לקשר בין מודל מכנו סטטיסטי של מערכת בשוו״מ לבין מודלים דינמיים לתופעת הדיפוזיה אותן התלמידים למדו בכיתה י׳?

בחרנו לקשר בין הנלמד בכיתה י׳ למודל המכנו-סטטיסטי בשני אופנים:

הנגדה בשפה של פוריות המודל בהיבטים שונים: חזרנו על תוצאות המודלים מכיתה י׳ בכדי לשכנע כי תיאור של מצב שוו״מ באמצעות ערכים ממוצעים על פני המון מצבי-מיקרו דינמיים יכול לתת מידע מספק על מערכות מקרוסקופיות, ובפרט על תופעת הדיפוזיה. הראנו באמצעות המודלים הדינמיים כי המערכת מגיעה באופן בלתי הפיך למצב שוו״מ המתואר היטב ע״י ממוצע ריכוז מקומי שאינו משתנה עם הזמן (סטיית התקן היחסית קטנה מאוד) וללא תלות בפרטי דינמיקת החלקיקים[33] (הדבר בולט במיוחד במודל מהלך אקראי שבו החלקיק יכול לקפוץ רק לתאי שריג שכנים או לתאי שריג רחוקים יותר). תוצאות אילו מראות כי תיאור מצב שוו״מ בלבד, ובאופן שאינו מפרט את מיקום כל חלקיק וחלקיק אלא רק מציין גדלים ממוצעים[34], נותן מספיק מידע על המערכת (Gould, Tobochnik & 2010).

מודל מהלך אקראי כבסיס להנחת שוו״מ סטטיסטי ולמודל המכנו-סטטיסטי: נעזרנו במודל מהלך אקראי בכדי להראות את ההיגיון של הנחת שוו״מ סטטיסטית. בפרט, אם נסתכל על חלקיק, הנע באופן אקראי, בסקאלת זמן בה הרבה מהלכים אקראיים התרחשו, ניתן להניח כי (בסקלאת זמן זו) החלקיק יכול להימצא בכל אתר שריג במערכת. בנוסף, דבר זה נכון עבור כל חלקיקי המערכת, ולכן ניתן להניח כי בסקאלת זמן מספקת ניתן להניח כי כל מצבי-המיקרו (פירוט מיקומי כל החלקיקים) אפשריים באותה המידה.

---

[32] ביטוי כללי לאנטרופיה במערכת בינארית כתלות ב C_1 ריכוז חלקיקים מסוג 1 וכתלות במספר החלקיקים ובמספר התאים הריקים (N ו (M − N) בהתאמה): $(*)\ S = -NlnC_1 - (M-N)ln(1-C_1)$
בכדי לתאר התפשטות החלקיקים לעבר מצב ש״מ בו הם תופסים את כל נפח המערכת, תהליך בו מספר החלקיקים נשאר קבוע, אנו מחלקים את הנוסחה (*) ב N ומקבלים אנטרופיה פר-חלקיק כתלות בריכוז המקומי C_1 בתהליך הדיפוזיה: $\frac{S}{N} = -lnC_1 - (\frac{1}{C_1} - 1)ln(1-C_1)$. ובכדי לתאר את ערבוב החלקיקים לעבר מצב ש״מ בו יש ריכוז חלקיקים אחיד, תהליך בו נפח המערכת M נשאר קבוע, אנו מחלקים את הנוסחה (*) ב M ומקבלים אנטרופיה פר-יחידת נפח/תא שריג כתלות בריכוז המקומי C_1 בתהליך הדיפוזיה: $\frac{S}{M} = -C_1lnC_1 - (1-C_1)ln(1-C_1)$

[33] התנאי היחיד הוא שלכל חלקיק יהיה את החופש הדינמי לדגום את כל הקונפיגורציות האפשריות (לפחות באופן עקרוני, מכיוון ובסימולציה ניתן לדגום רק חלק מכל הקונפיגורציות האפשריות). לדוגמא, בדינמיקה מולקולרית המודל מחשב את כל מסלולי החלקיקים ומסלולים אלו הפיכים בזמן. אולם, ההתנהגות היא כאוטית, חלקיקים המרוחקים בהבדל קטנטן בתנאי התחלה יגיעו למיקומים שונים לחלוטין ולכן בפועל המערכת דוגמת את כל הקונפיגורציות האפשריות.

[34] Scientific note: Averaged over the long time scales or over a short time but in a very large system where one averages over the dynamics of many particles. These averages are time independent, but there is still short time dynamics, even in equilibrium!

היתרונות של אופן קישור זה ברורים- החיסכון והיעילות של המודל המכנו-סטטיסטי על פני המודלים הדינמיים (מיקומי כל החלקיקים בכל רגע ורגע), נלקחים בחשבון. כמו כן המודל המכנו-סטטיסטי של המערכת נבנה על בסיס הידע הקודם של התלמידים במודל "מהלך אקראי" ומהווה המשך שלו (תיאור המערכת בסקאלת זמן ארוכה יותר מ RW).

מאידך, יכולנו להנגיד בין המודלים הדינמיים ובין המודל המכנו- סטטיסטי באופן המייתר את המידע המיקרוסקופי שהמודלים הדינמיים נותנים. בפרט, עבור מערכות עליהן איננו יודעים את תנאי ההתחלה (כמו מערכת מקרוסקופית של חלקיקים מתפשטים) איננו יכולים לתאר נכונה את מיקומי כל החלקיקים בכל רגע ורגע. כלומר, אינסוף הנתונים המיקרוסקופיים (מיקום ומהירות כל חלקיק וחלקיק) המתקבלים מהמודלים הדינמיים הינם חסרי משמעות (Reif, 2010). ומכאן, נובע הצורך למודל מכנו- סטטיסטי החוזה הסתברות לערכי הצפיפות המקומית המשקפים ממוצע על פני המון מצבי-מיקרו דינמיים. הנגדה זו מדגישה באופן חד את חסרונות המודלים הדינמיים ואת יתרון המודל המכנו-סטטיסטי. חיסרון אפשרי הוא שהתלמידים יחושו כי מה שהם למדו בכיתה י היה חסר משמעות. יש לחדד שדבר זה אינו נכון גם מבחינה מדעית- דינמיקת חזית הדיפוזיה יכולה להתקבל ממודלים דינמיים, וגם מבחינה פדגוגית- אין הבניה של ידע.

<u>3. א. האם ללמד את התפלגות ההסתברות בהקשרים אופייניים להוראת הסתברות שאינם בהקשר בעיית הדיפוזיה (דוגמת זריקת קוביות)?</u>

<u>ב. האם להעמיק בהצגת המונחים הפורמליים בהסתברות?</u>

<u>ג. האם לעסוק באופן נרחב במערכות עם מספר סופי של חלקיקים עבורן נדרש התיאור הסטטיסטי המפורט ביותר (התפלגות הסתברות לקבלת כל ערכי הריכוזים המקומיים השונים)?</u>

המודל המכנו-סטטיסטי של מצב שוו"מ כולל בתוכו את מושג "ההתפלגות". ההתפלגות הינה אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי משתנה מקרי[35] שונים, ובפרט, בהקשר של תופעת הדיפוזיה, אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי הריכוזים המקומיים השונים (באזור מסוים במערכת). אנחנו בחרנו לתת דגש רב על נושא זה, ובפרט:

א+ב) נושא זה נלמד תחילה בהקשר לא חלקיקי (זריקת קוביות משחק) ותוך הקפדה על פירוט המינוח המתמטי[36] של המושגים ההסתברותיים, ואח"כ בהקשר חלקיקי כאשר המינוח המתמטי מתורגם למינוח הפיזיקלי (לדוגמא- תוצאה/מצב-מיקרו...).

יתרונות:

- הרחבת אופקים: התלמידים לומדים על תורת ההסתברות באופן כללי ולא רק בהקשר הפיזיקלי.
- הקישור למערכות המוכרות להם מחיי היום-יום יעזור להם להבין טוב יותר את המושגים ההסתברותיים ואת תוצאות המודל הסטטיסטי בהקשר של מערכת פיזיקלית של חלקיקים.

חיסרון: השימוש הן במינוח המתמטי והן במינוח הפיזיקלי יכול להעמיס ולהקשות על התלמידים.

ג) בכל אחד מההקשרים הנ"ל, הנושא נלמד תחילה עבור מערכת המורכבת ממספר מצומצם של קוביות/חלקיקים.

יתרונות:

---

35 משתנה מקרי מוגדר כ פונקציה התלויה במצבי-המיקרו והמתאימה ערך מספרי מסוים לכל מצב מיקרו.

36 תוצאות של ניסוי הסתברותי, מרחב מדגם של תוצאות, מאורע, משתנה מקרי...

- המחשת המושגים מצב-מיקרו וערכי משתנה מקרי- עבור מערכות אילו, התלמידים יכלו לפרוט את מרחב המדגם, כלומר, לציין את כל התוצאות/מצבי-המיקרו האפשריים (ולא רק לספור אותם באמצעות מקדם בינומי) ולשייכם לערכי המשתנה המקרי השונים.
- הקלה בעומס הקוגניטיבי ע״י מעבר הדרגתי ממערכת עם מעט למערכת עם הרבה חלקיקים.
- בכדי להבין מדוע הערך הממוצע מתאר היטב את המערכת המקרוסקופית נדרש תחילה להבין מהו התיאור הסטטיסטי המפורט ביותר? ומדוע הוא נדרש במערכות עם קצת חלקיקים? ורק אח״כ ניתן להבין מדוע תיאור מפורט זה אינו נדרש במערכות מקרוסקופיות (מכיוון וסטיית התקן היחסית מתכונתית הפוך לשורש מספר החלקיקים, היא זניחה במערכות מקרוסקופיות).

חסרון: נתינת דגש רב על נושא זה בתחילת השנה בעוד שבהמשך שנה זו ובשנה הבאה (כיתה יא׳ ויב׳ בהתאמה) כמעט ואיננו נדרשים להתפלגות. בפרט, אנו מתעניינים במערכות מקרוסקופיות המתוארות היטב ע״י הערך הממוצע בלבד, ובהתעלמות מתנודה מערך זה. דבר היכול לגרום לנושא זה להישכח. לחילופין, ניתן היה לבצע הוראה ספירלית של נושא זה. לדוגמא- בהתחלה להתרכז אך ורק במערכות מקרוסקופיות בהן סטיית התקן היחסית זניחה ולכן הערך הממוצע מתאר היטב את המערכת, ורק אחר-כך, כשיהיה צורך, ללמד על סטיות מממוצע זה ועל התיאור המפורט ביותר של ההתפלגות (לדוגמא- כאשר מלמדים על סידור מרחבי של פולימר). היתרונות בהוראה ספירלית זו הינן: א. מעבר הדרגתי מתיאור סטטיסטי פחות מפורט ליותר מפורט. ב. הצגת התיאורים הסטטיסטיים האפשריים בהקשרים הנכונים- עבור רוב המערכות המעניינות אותנו בקורס זה, הערך הממוצע מספיק לתיאור המערכת, ולכן, הצגתו תחילה מדגישה זאת. בהמשך, כאשר יש צורך בתיאור סטטיסטי יותר מפורט ניתן להציגו.

<u>4. האם ללמד את נוסחת ההתפלגות הבינומית המאפשרת לחשב באופן אנליטי את התפלגות ההסתברות של מערכות המורכבות ממספר חלקיקים רב והיכולות להימצא באחד משני מצבים (Two state system) או לקבל באופן נומרי הסתברויות אילו?</u>

בחרנו לקבל באופן נומרי התפלגויות אילו, כלומר, מתוך הדמיה המחלקת חלקיקים בקופסא על בסיס הנחת שוו״מ סטטיסטי וקבלת התפלגות השכיחות היחסית לקבלת ריכוז חלקיקים באזור מסוים במערכת מצבר סטטיסטי של מצבי-מיקרו המתקבל בהדמיה (התפלגות שכיחות יחסית מצבר סטטיסטי הינה התפלגות ההסתברות).

היתרון של בחירה זו הינו המחשה של המושג הסתברות (כשכיחות היחסית מצבר סטטיסטי של ניסויים) ושל הנחת שוו״מ סטטיסטית (הסתברות שווה לכל אחד ממצבי-המיקרו האפשריים).

אך מצד שני, התלמידים לא למדו על הכלי האנליטי החזק ביותר לתיאור הסטטיסטי של מערכות אילו. כך יכול להיווצר הרושם שבכדי לתאר באופן סטטיסטי מערכת עם הרבה חלקיקים אנו חייבים להיעזר בפתרון נומרי. בנוסף, ההתפלגות הבינומית נותנת הבנה לסיבה מדוע ההסתברויות קטנות כאשר מספר החלקיקים הולך וגדל (ובפרט, אמנם יש יותר מצבי-מיקרו השייכים לכל ערך של משתנה מקרי אך ההסתברות לקבלת ערך זה קטנה).

<u>5. האם להציג את החוק השני מלכתחילה במונחי אי וודאות או אנטרופיה?</u>

בחרנו להציג תחילה את החוק השני בשפה הסתברותית. בפרט, המערכת מתקדמת ממצב מקרו בעל אי-וודאות נמוכה למצב-מקרו בעל אי-וודאות גבוה יותר. כאשר, אי-הוודאות בהימצאות במצב-

מיקרו מסוים קשורה למספר מצבי-המיקרו שיש במצב זה. ובפרט, ככל שיש יותר מצבי-המיקרו, כך קטנה ההסתברות לקבלת אחד מהם / גדלה אי-הוודאות (על פי הנחת שוו״מ סטטיסטי).

היתרון בבחירה זו הינו גם פדגוגי- החוק השני נבנה על מושגים שהתלמידים מכירים (ובפרט, מצבי-מיקרו והנחת שוו״מ סטטיסטית), וגם מדעי- המערכת מתקדמת לעבר מצב-המקרו בעל מספר מצבי-המיקרו הרב ביותר (ולא לדוגמא- לעבר המצב המבולגן יותר). החיסרון הוא שהתלמידים יכולים לתפוס את החוק השני לא כחוק טבע התקף לכל התופעות והיכול להיות מיושם גם ללא מודל מכנו-סטטיסטי, חלקיקי, של המערכת אלא כחוק הסתברותי הניתן ליישום רק באמצעות מודלים מכנו-סטטיסטיים, חלקיקים, של המערכת.

<u>6. האם בתאור ההגעה לשוו״מ יש לתת דגש על מערכות של מספר חלקיקים קטן או לחתור במהירות לביטויים מקורבים במערכות עם מספר חלקיקים גדול?</u>

במודל גז-שריג לתופעת הדיפוזיה האנטרופיה במרחב המיקום היא $\boldsymbol{S_{pos} = ln[\frac{M!}{N!(M-N)!}]}$

M – מספר התאים, N – מספר החלקיקים מסוג ״1״, (M-N) – מספר החלקיקים מסוג ״2״ או מספר התאים הריקים.

בשימוש בקירוב סטירלינג (עבור מספר חלקיקים N>>1), הביטוי המתקבל לאנטרופיית מרחב המקום בגז שריג הוא: $(*)\ S = -Nln(\frac{N}{M}) - (M-N)ln\left(\frac{M-N}{M}\right)$

בתהליך ההתפשטות בתופעת הדיפוזיה, מספר החלקיקים נשאר קבוע (הנפח משתנה), כך שבמערכות רבות חלקיקים ניתן להציג האנטרופיה לחלקיק במרחב המיקום כתלות בריכוז החלקיקים המקומי $\boldsymbol{\frac{S_{pos}}{N} = \frac{1}{c}[-c\,ln\,c - (1-c)ln(1-c)]}$.

בחרנו לחתור מיד לגזירת הביטוי עבור מערכות מקרוסקופיות במטרה להגיע מהר לעיסוק במערכת מציאותית . ביטוי זה מאפשר לנו לחשב את האנטרופיה כתלות במשתנה אינטנסיבי (ריכוז מקומי) המתאר את המערכת (בניגוד למשתנים האקסטנסיביים N ו M שאינם מתארים את המערכת).

מאידך, לתלמידים קשה מאוד לגזור ביטוי זה בכוחות עצמם, ובפרט יתקשו בכך אם יצטרכו לעשות שימוש בקירוב זה למטרות נוספות כמו לתאר תהליך של מגע מכני והשוואת לחצים על התלמידים. במקרה האחרון עליהם לגזור ביטוי שבו מספר החלקיקים בכל צד של המחיצה נשאר קבוע אך נפח כל צד של המחיצה משתנה.

לעומת זאת, במערכות עם מספר חלקיקים קטן, ניתן מיד לאחר תיאור תהליך הדיפוזיה באמצעות החוק השני, לבקש מהתלמידים ליישם, בכוחות עצמם, את הביטוי הכללי לאנטרופיה: $S_{pos} = ln[\frac{M!}{N!(M-N)!}]$ בהקשרים חדשים.

4. עיצוב סביבת הלמידה (מימד II ב MER)

4.1 רצף המפגשים: נושאים ואמצעי הוראה מרכזיים

הניתוח בסעיף 3 הניב את רצף המפגשים במבנית המתואר בטבלה 4.1. כל מפגש אורך 4 ש' אקדמיות. בנוסף מוצג בטבלה הרצף 11-14 שבין תום המבנית ועד מבחן המחצית שבו נבחנו התלמידים על המבנית.

מפגש	נושאי המפגש	אמצעי ההוראה
1-2	מעבר מתיאור דינמי לתיאור מצב שוו"מ של תופעת הדיפוזיה: חץ הזמן/תהליכים הפיכים ואי-הפיכים. תיאור מצב שוו"מ באמצעות צפיפות ממוצעת. תלות התנודה היחסית במספר החלקיקים.	* התלמידים חקרו סימולציה מוכנה של כדורים הנעים תחת הנחת מודל MD ומאפיינים את מידת אי-ההפיכות כתלות במספר חלקיקים. * התלמידים חקרו סימולציה חצי- מוכנה של כדורים הנעים תחת הנחת מודל מהלך אקראי ומאפיינים את מצב שיווי המשקל באמצעות ערכים ממוצעים שאינם משתנים עם הזמן.
2-6	תיאור סטטיסטי של מצב שוו"מ של תופעת הדיפוזיה: היכרות עם התיאור הסטטיסטי של מערכת זוג קוביות משחק, ובפרט, קבלת התפלגות ההסתברות. יישום התיאור הסטטיסטי הנ"ל למערכת עם מספר קטן של קולואידים בממס הנעים מהלך אקראי בקופסא. יישום התיאור הסטטיסטי למערכת מרובת קולואידים, ובפרט- קבלת תלות הממוצע וסטיית התקן היחסית במספר החלקיקים, מתוך התפלגות השכיחות היחסית.	למידת הגישה ההסתברותית התבצעה ב 4 שלבים: 1. היכרות עם החוקים והרעיונות הבסיסיים בהסתברות בהקשר של התערבויות. 2. היכרות עם התיאור הסטטיסטי של מערכת זוג קוביות משחק, ובפרט, קבלת התפלגות ההסתברויות. 3. יישום התיאור הסטטיסטי הנ"ל למערכת מספר קטן של קולואידים בממס הנעים מהלך אקראי בקופסא. 4. יישום התיאור הסטטיסטי למערכת מרובת קולואידים, וקבלת ערכים ממוצעים מתוך התפלגות ההסתברות * התלמידים חזו את התפלגות ההסתברות לקבלת מאורעות שונים בזריקת זוג קוביות משחק/ במערכת של 4 קולואידים הנעים מהלך אקראי. אח"כ, השוו בין ההתפלגות החזויה להתפלגות השכיחויות היחסיות המתקבלות בהדמיה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי המתארת הטלת קוביות משחק/הטלת 4 קולואידים לשני חצאי קופסא. * התלמידים פתרו דף פעילות בו הם היו צריכים להגדיר מצבי-מיקרו וערכי משתנה מקרי למערכות שונות (לדוגמא- פולימר זוחל). * התלמידים חקרו הדמיה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי של התפלגות השכיחות היחסית לקבלת "ערכי צפיפות קולואידים באזור מסויים בקופסא" כתלות במספר החלקיקים. התלמידים מצאו כי סטיית התקן היחסית מתכוננת לאחד חלקי שורש מספר החלקיקים $1/\sqrt{M}$.
6-9	תיאור תהליך הדיפוזיה באמצעות החוק השני הגדלת אי-הוודאות בתהליך הדיפוזיה, בפרט- ספירת ממצבי-מיקרו Ω_{tot} באמצעות מודל השריג, החוק השני של התרמודינמיקה במונחים של אי-וודאות והגדרת האנטרופיה $S = ln(\Omega_{tot})$ כמדד לאי-וודאות. הגדלת האנטרופיה בתהליך הדיפוזיה, בפרט- החוק השני של התרמודינמיקה: עבור כל תהליך המתרחש במערכת מבודדת - $\Delta S = S_{final} - S_{initial} \geq 0$, אנטרופיה פר-חלקיק/פר יחידת נפח כתלות בריכוז החלקיקים ותיאור תופעת הדיפוזיה באמצעות החוק השני.	* משחק "משבצות מוזיקליות" להמחשת תלות מספר מצבי-המיקרו במודלים השונים * דף פעילות- גזירת הביטוי $\Omega_{tot,pos}(lattice) = \frac{M!}{N!(M-N)!}$ * דף פעילות על פונקציית האנטרופיה ותכונותיה * דף פעילות – מציאת ביטוי לאנטרופיה ליחידת נפח כתלות בריכוז החלקיקים $\frac{S}{M} = -c \ln c - (1-c)\ln(1-c)$
10	סיכום המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה"	* משימת ארגון ידע – הכנת מפת מושגים למבנית. * השוואה בין המודל המכנו-סטטיסטי למודלים הדינמיים.
11-14	מגע תרמי – דיפוזיה במרחב האנרגיה	לא חלק מהמבנית
15	מבחן אמצע	מבחן האמצע כלל שאלות הן על פיזור במרחב המקום ("דיפוזיה") והן על פיזור במרחב האנרגיה (מגע תרמי)

טבלה 4.1: רצף המפגשים במבנית "מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" (מפגשים 1-10)

4.2 עקרונות עיצוב פדגוגיים

המבנית "מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" התבססה על שני עקרונות עיצוב פדגוגיים-ייצוג מושגים מופשטים בהקשר מציאותי ובכלים ויזואליים והבנייה ואתגור. בסעיפים הבאים אפרט על עקרונות אילו ואתן דוגמאות בהן הם יישמו במבנית.

4.2.1 ייצוג מושגים מופשטים בהקשר מציאותי ובכלים ויזואליים – מושגים מכנו סטטיסטיים בהקשר של פיזור חלקיקים

בספרות המחקר החינוכי על הבנת מושגים מכנו-סטטיסטיים ניכר הקושי של התלמידים בהבנת מושגים מופשטים אילו, בפרט – קושי בהבנת מושגים הסתברותיים: נטיה לפרש הסתברות כחיזוי של ניסוי בודד במקום שכיחות תוצאה במספר ניסויים רב (Konold, 1995), וקושי בהתבססות על מספר סידורים אפשריים או על החוק השני כמנבאים מצב שיווי-משקל של מערכת ונטייה להסברים סיבתיים של פעולה ותגובה (Kesidou & Duit, 1988). מאידך, מודלים נומריים המתארים את המנגנון החלקיקי שבבסיס התופעה באופן דינמי, צעד אחר צעד (Chabay & Sherwood, 2008) הינן מוחשיים ונגישים לתלמידים (Sherin, 2001), מודלים כאלו מסייעים לתלמידים להבין תופעות צומחות (Levy & Wilensky, 2008). לכן, כפי שהוצג בהרחבה בסעיף 3.1, החלטנו להקדים מודלים של דינמיקת חלקיקים (בכיתה י') להצגת המכניקה הסטטסטית, כך שהצגת המודלים המכנו-סטטיסטיים נשענת על היכרותם עם מודלים אילו.

ידע מקדים זה על מודלים דינמיים איפשר ליישם עקרון עיצוב שעיקרו קונקרטיזציה של המושגים המכנו-סטטיסטיים המופשטים ע"י ייצוגם בהקשר מציאותי (פיזור חלקיקים) ובכלים ויזואליים (מוניטורים ממוחשבים). הדבר נעשה בשני אופנים:

I. מודל מהלך אקראי כבסיס למודל המכנו-סטטיסטי - רצף הלמידה במבנית מתחיל ממודל מהלך אקראי של הדיפוזיה. באמצעות מודל זה אנו מצדיקים את הנחת ההסתברות השווה (המשמשת הן לתיאור ההסתברותי של ש"מ והן לפונקציית האנטרופיה ולחוק השני של התרמודינמיקה). בפרט, בזמן מדידה ארוך (בו התבצעו הרבה מהלכים אקראיים), חלקיק מבצע הרבה צעדים אקראיים, יכול לנוע לכל אחד מתאי המערכת, ולכן – יש לחלקיק זה סיכוי שווה להיות בכל מקום במערכת, מכיוון והדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים – יש סיכוי שווה לכל קונפיגורציה מרחבית (מצב-מיקרו).

II. קונקרטיזציה של המושגים המכנו-סטטיסטיים – הגדרת ההסתברות כשכיחות יחסית בצבר סטטיסטי של ניסויים (ולא כמייצגת ניסוי בודד), הומחשה באמצעות הדמיה של תנועה אקראית של חלקיקים בקופסא. בפרט, התלמידים השוו בין התפלגות ההסתברות החזויה לשכיחות היחסית המתקבלת מתוך הדמיה המדמה ארבעה חלקיקים הנעים אקראית בקופסא. בהדמיה זו, השכיחות היחסית של מספר החלקיקים בחצי השמאלי של הקופסא, נבנתה (באמצעות מוניטורים המייצגים חיישנים) והתקרבה לערך התפלגות ההסתברות החזויה ככל שמשך זמן ההדמיה גדל. כלומר – התלמידים ראו כי ההסתברות מתייחסת למספר גדול של דגימות/ניסויים/ צעדי זמן בהדמיה.

4.2.3 הבנייה ואתגור

תלמידים מצטיינים מאופיינים בשאיפה להתנסות אותנטית (ב. אלון, 2007), בהקשר של המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה", דרך ההוראה צריך לספק להם הבניית ידע עצמאית תוך כדי חקירה. פרדיגמת הוראה מתאימה לזה הינה חניכה קוגניטיבית , *Cognitive Apprenticeship* (*Collins, et al., 1991*). בפרדיגמה זו, התלמידים לוקחים אחראיות ובעלות הולכת וגדלה על תפקידם בפתרון בעיה מורכבת עם המבנה וההדרכה של המורה. גישה זו מציעה שלושה שלבי הנחיה: *Modeling* - המומחה מדגים פתרון בעיה תוך החצנה של תהליך המחשבה שלו, לדוגמא, הצגה של שיקול הדעת בשלבי תכנון שונים כאשר ניגשים לבעיה מורכבת. *Coaching* - המומחה מנחה תהליכי פתרון בעיות אצל תלמידים, תוך שהוא מספק להם פיגומים (*scaffolding*) שעוזרים להם בכך. *Fading* - המומחה מפחית בהדרגה את התמיכה שלו ומגדיל את דרגות החופש כדי לאפשר לתלמידים פתרון עצמאי של בעיות.

מטרת התמיכה של המורה בתלמיד היא כפולה: עליו לתמוך בתלמיד כדי שיצליח לפתור את הבעיה איתה הוא מתמודד באותו רגע, וכן לעזור לו להכליל את הניסיון המוצלח ולפתח את היכולת שלו לפתור בעיות דומות בעתיד. על מנת לבנות תמיכה *scaffolding* שתסייע לתלמידים אך לא תפגע ביכולת שלהם לפתור בעיות באופן עצמאי בהמשך. *Reiser* מציע להבחין בשני מנגנוני *scaffolding* - מנגנון של הבניה *structuring* ואתגור *problematizing* (*Reiser, 2004*).

הבעיות איתם תלמיד מתמודד במחקר הן לעתים קרובות פתוחות מדי או מורכבות מדי עבור התלמיד. הבניה היא יצירת שינוי או תוספת במבנה המשימה במטרה להוריד עומס הקוגניטיבי ולמקד מאמץ כך שהתלמיד יוכל להתמודד עם המשימה בהתאם לידע המקדים שלו (לדוגמא, ע"י פירוק משימה מורכבת לתת משימות, הורדת חלק מהשלבים והצגת כללי עבודה או אסטרטגיות נפוצות בתחום הדעת). ההבניה צריכה להיעשות באופן כזה שעדיין מאתגר את התלמיד ומעמיד מולו בעיה שדורשת פתרון, ולא באופן כזה שנוטל את העוקץ מהבעיה כולה ומשאיר לו רק למלא אחר הנחיות המורה.

מושג האתגור problematizing הוא במידת מה הפוך למושג ההבניה. פירושו שעל מנת לעזור לתלמידים להחצין את תהליך העבודה שלהם ולפתח את יכולת פתרון הבעיות שלהם אנו הופכים משימות שבדרך כלל הן טריוויאליות עבורם למאתגרות ומשמעותיות. במהלך פתרון הבעיה התלמיד נדרש להרבה החלטות ופעולות שלא תמיד הוא מודע לכך שעשה אותן, ולכן הפניית תשומת ליבו של התלמיד אליהן תעזור לו בהחצנת תהליך העבודה שלו ובהכללתו לטובת פתרון בעיות בעתיד.

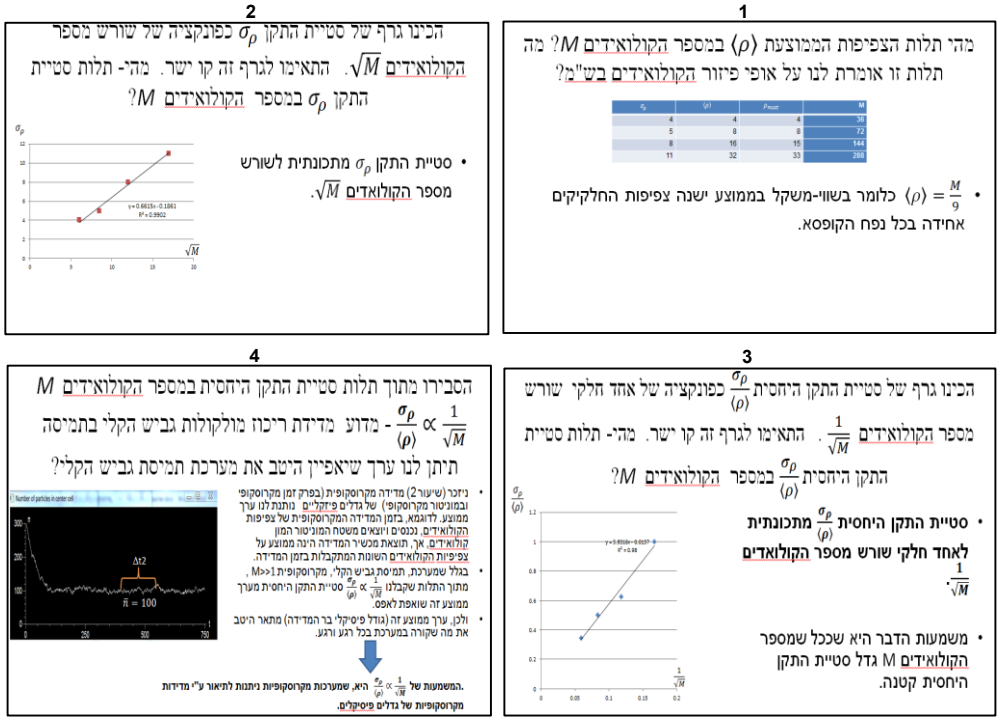
אתגור בוצע באמצעות כמה כלים: משימות "מצא את ההבדלים", משימות "נבא והסבר POE – predict observe explain" ומשימות "אבחון טעויות נפוצות".

להלן דוגמאות ליישום עקרונות עיצוב אלו:

4.2.3.1 הבנייה – פירוק לתת משימות בהקשר תלות סטיית התקן במספר החלקיקים

הבניה נעשתה בתהליך חקירת ההסטוגרמות המתקבלות באמצעות ההדמיה במטרה לקבל את תלות סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים $\frac{\sigma_N}{\langle N \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ ומשמעותה לתיאור הסטטיסטי. חקירה

מורכבת זו, נעשתה באופן מודרך ובאופן המפרק את המשימה לכמה תתי-משימות (תרשים 4.1).



תרשים 4.1: דוגמא להבניה-פתרון בכיתה של דף הפעילות Lesson5 ws2 מתוך מצגת שיעור 6

4.2.3.2 אתגור –באמצעות משימת "מצא את ההבדלים" בהקשר הנחת שוו"מ סטטיסטי

למושג "הנחת שוו"מ סטטיסטי" בוצע איתגור באמצעות משימת מציאת הבדלים בין שתי הדמיות המושתתות על עקרון שונה ומייצרות תוצר דומה. דף הפעילות בה בוצעה ההנגדה הינו *Lesson5 ws2*[37]. התלמידים מונחים בחקירת הדמיות המייצרות היסטוגרמת שכיחות יחסית של צפיפות הקולואידים באזור מסוים ולא את תנועת החלקיקים עצמם. עליהם לצקת משמעות בקוד תכנית ההדמיה: האם הוא מבוסס על הנחת שוו"מ הסטטיסטי, או על דינמיקת מהלך אקראי? ההנגדה בין עקרונות המודל המכנוסטטיסטי לעקרונות מודל מהלך אקראי (RW) מאתגרת את התלמידים לחדד לעצמם את המושג הנחת שוו"מ-סטטיסטי (תרשים 4.2).



תרשים 4.2: דוגמא לאתגור- פתרון בכיתה של דף הפעילות Lesson 5 ws2 מתוך מצגת שיעור 6 (רצף השקפים מימין לשמאל)

[37] נספח א'- דף הפעילות `Lesson5 ws2` שניתן לתלמידים.

4.2.3.3 איתגור באמצעות POE ובאמצעות הנחיה באבחון טעויות נפוצות. בהקשר "התפלגות ההסתברות"

פעילויות POE בוצעו להקניית המושג "הסתברות"/"התפלגות ההסתברות" בהקשר של הטלת זוג קוביות משחק[38] ושל תופעת הדיפוזיה[39] (ראו דפי פעילות *Lesson3 ws1* ו *Lesson5 ws1*)

a) ניבוי predict:

התלמידים חזו את התפלגות הסתברות המאורעות "סכום שתי הקוביות" בזריקת זוג קוביות משחק ו "מספר החלקיקים בחצי השמאלי של המערכת" במצב שיווי-משקל של ארבעה חלקיקים הנעים אקראית. לאחר קבלת ההתפלגות התלמידים נדרשו לחזות את משמעות ההסתברות כשכיחות היחסית במספר גדול של ניסויים/דגימות ע"י שאלות הבחונות מה ניתן ומה לא ניתן לחזות באמצעות ההסתברות:

- בהקשר של הטלת קוביות משחק התלמידים התבקשו להסביר טענה שגויה:

  עומרי, תלמיד כיתה יוד' "מח בינתחומי" אומר- "ההסתברויות הנ"ל אומרות לי שכאשר אני אזרוק זוג קוביות פעם אחת אקבל כי סכום הקוביות הינו 7 בהסתברות של 1/6" האם עומרי צודק? מדוע?

- כמו כן גם בהקשר של תופעת הדיפוזיה התלמידים התבקשו להסביר טענה שגויה ולהסברי מה ניתן לנבא באמצעות ההסתברות:

  נתון כי בזמן t=3000sec (לאחר שהמערכת הגיעה לש"מ) צפיפות הקולואידים בחצי השמאלי של הקופסא היא ρ=1.

  א. מהי צפיפות הקולואידים בזמן t=5000sec? ומהי צפיפות הקולואידים בזמן t=7000sec? הסבירו.

  ב. מה ניתן לנבא על צפיפות הקולואידים אילו היינו מסריטים את מערכת הקולואידים ומתחשבים במספר גדול מאוד של פריימים עוקבים בין t=3000sec ל t=7000sec ?

b) צפייה observe:

לאחר החיזוי התלמידים צפו בהדמיה המדמה זריקת זוג קוביות משחק הוגנות ומחשבת את השכיחות היחסית לקבלת הסכומים השונים של הקוביות/ בהדמיה המתארת תנועה אקראית של חלקיקים בקופסא ומחשבת, באמצעות גלאי הדוגם את מספר החלקיקים בחצי השמאלי, את השכיחות היחסית לקבלת מספר חלקיקים בחצי השמאלי.

c) הסבר:

בהקשר של הטלת הקוביות התלמידים התבקשו שוב לענות על אתה הטענה השגויה אך הפעם בהתייחס להיסטוגרמות השכיחות היחסית שהם קבלו:

עומרי, תלמיד כיתה י' "מח ביולוגיה" אומר- "מהחלק I של דף הפעילות, אני יודע כי בזריקת זוג קוביות, ההסתברות לקבלת סכום הקוביות "7" היא 1/6, ולכן אם אזרוק 6 פעמים זוג קוביות בוודאות אקבל פעם אחת "7" " האם עומרי צודק? הסבירו! בתשובותיכם התבססו על ההיסטוגרמות שקבלתם בסעיף הקודם.

בהקשר של תופעת הדיפוזיה התלמידים התבקשו להשוות את השכיחויות היחסיות הנצפות להתפלגות ההסתברות שהם חזו. ולקשר בין משך הזמן לדיוק החיזוי.

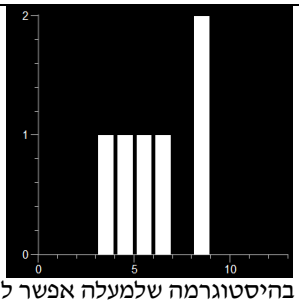
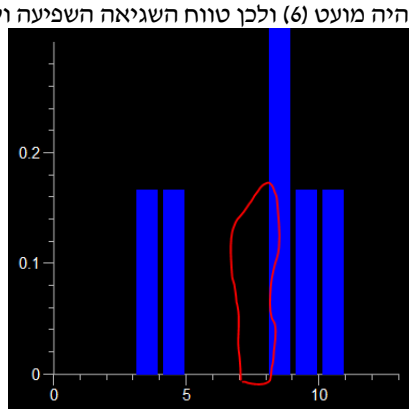
---

[38] נספח ב'- דף הפעילות `Lesson3 ws1` שניתן לתלמידים.

[39] נספח ג'- דף הפעילות `Lesson5 ws1` שניתן לתלמידים.

השוו את השכיחויות היחסיות הנצפות בסעיף הקודם להסתברויות שחזיתם בחלק I סעיף ב'. מה הקשר בין משך הזמן בו אנו צופים במערכת (מתכונתי למספר התצפיות על המערכת) לדיוק החיזוי?

דוגמא לתשובות התלמידים, בשלב החיזוי ובשלב ההסבר, בהקשר של הטלת קוביות משחק:

תלמיד	ציטטות - חיזוי	ציטטות- הסבר
s15 s2 s12	כן משום שישנם 6 אופציות שמקיימות את המשתנה המקרי סכום קוביות לערך 7 . $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	 בהיסטוגרמה שלמעלה אפשר לראות שלא יצא לנו סכום של 7 אפילו "שזרקנו" 6 פעמים וזה מוכיח שאם תזרוק קובייה 6 פעמים לא בהכרח יצא לכך סכום של 7 לעומת זאת בהיסטוגרמה של 10000 הסיכוי לקבלת סכום של 7 בערך שישית מן הזריקות, הוא גבוה, ואפשר לראות זאת בהיסטוגרמה של השכיחות היחסית.
s3 s6	כן, ישנם שש אופציות למאורע 7, 6/36 = 1/6	לא, לשכיחות היחסית יש טווח שגיאה. ככל שישנם יותר זריקות כך טווח השגיאה פחות משמעותי למערכת. לדוגמה: בהיסטוגרמה זו מספר הזריקות היה מועט (6) ולכן טווח השגיאה השפיעה ולא יצא אפילו פעם אחת 7. 

טבלה 4.2: דוגמא לתשובות התלמידים, בשלב החיזוי ובשלב ההסבר, בהקשר של הטלת קוביות משחק

בדוגמאות אילו ניתן לראות כיצד התלמידים מפתחים את הבנתם למושג ההסתברות, ממושג המתייחס למדידה בודדת לעבר מושג המתייחס למספר גדול של מדידות.

5. מחקר אמפירי (מימד III ב MER) – מתודולוגיה

5.1 איסוף הנתונים

איסוף הנתונים מיועד לענות על שתי שאלות המחקר האמפירי המתייחסות לתפישות התלמידים בעקבות לימוד המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה" כפי שנוסחו בסעיף 1.1:

1. כיצד מיישמים התלמידים בעקבות לימוד המבנית את המודל המכנו-סטטיסטי להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה[40], בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

2. האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה באמצעות מודל דינמי, מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית? ; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

שאלות המחקר ממוקדות בתוצרי הלמידה ולא בתהליך הלמידה. בהתאם בכדי לתת מענה לשאלות אלו הועברו שאלונים טרם לימוד המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה", מיד לאחר השלמת המבנית, ובחלוף מספר חודשים מהשלמת המבנית, בפרט:

1. שאלון קדם (נספח ד) - תפישות התלמידים את הסבר תופעת הדיפוזיה ודומותיה טרם כניסתם למבנית כאשר באמתחתם רק מודלים דינמיים, הועבר בשיעור הראשון של השנה;

2. מבחן מחצית (פוסט מיידי) (נספח ה)- בוחן את הבנת התלמידים מעט אחרי תום המבנית, בפרט, כיצד הם עושים שימוש במודל המכנו-סטטיסטי;

3. פוסט דחוי- ראיון- (נספח ו) הבוחן את תפישות התלמידים בסוף השנה, בפרט, כיצד התלמידים עושים שימוש במודלים דינמיים ובמודל מכנו-סטטיסטי.

הנתונים נאספו בסבב II של ההוראה במהלך כיתה יא' שנה"ל תשע"ז – שהשתתפו בה 17 תלמידים. הקבוצה כללה 9 בנים ו 8 בנות והתפלגה באופן הבא מבחינת מקצועות ההרחבה במדעים: N=7 תלמידים מרחיבים פיסיקה וכימיה; N=4 פיסיקה, מחשבים או רובוטיקה; N=2 כימיה, מחשבים או רובוטיקה; N=3 כימיה; N=1 ביולוגיה.

להלן אפרט מעט יותר על כלי איסוף הנתונים:

<u>שאלת מחקר 1: שאלה זו ממוקדת</u> בהבנת התלמידים את הסבר תופעת הדיפוזיה באמצעות מודל מכנו-סטטיסטי, בעקבות לימוד המבנית. מבחן המחצית- פוסט מיידי (נספח ה) הינו מבחן סטנדרטי המתבצע באופן יחידני, וכולל תשובות בכתב של כלל התלמידים N=17. שאלות 1 ו 2 במבחן הן השאלות הרלוונטיות לשאלת המחקר:

שאלה 1 מתרכזת בתיאור מצב ש"מ באמצעות התפלגות הסתברות גבהי הפולימר בהקשר של פולימר ספוח על קולואיד[41]. בשאלה זו, אנו מניחים שהמונומרים המרכיבים את הפולימר נעים

[40] תופעות שעיקרן שינוי בסידורי החלקיקים במרחב המקום כאשר מתקיימות אך ורק אינטראקציות דוחות קצרות טווח בין החלקיקים

[41] ינותחו רק סעיפים א-ה. סעיף ו' לא ינותח משתי סיבות: א. זו שאלת רשות ולכן לא כל התלמידים ענו עליה. ב. זו שאלה שעוסקת בתיאור מכנו-סטטיסטי של מערכת שעבורה לא ניתן להניח את הנחת שוו"מ סטטיסטית ולכן הינה מעבר לחומר הנלמד במהלך המחצית הראשונה.

במרחב באופן אקראי וללא אינטראקציה (מלבד אינטראקציה דוחה קצרת טווח - אינטראקציית גוף קשיח), באופן דומה להנחות בתופעת הדיפוזיה. ולכן, הקשר זה מאפשר לתלמידים לבצע transfer על המושגים שהם למדו בהקשר של תופעת הדיפוזיה.

שאלה 2 מתרכזת בתיאור ההתפתחות לעבר מצב ש״מ באמצעות החוק השני בהקשר של תופעת ערבוב של תערובת בינארית[42]. שאלה זו עושה שימוש במונחים של ערבוב בעוד בכיתה התלמידים עשו שימוש במונחים של התפשטות/התקדמות חזית הדיפוזיה. ולכן, גם בשאלה זו התלמידים נדרשים לבצע transfer של מושגים שלמדו בכתה.

יש לשים לב שהמבחן התבצע לא מיד לאחר סיום המבנית ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״, אלא לאחר שהתלמידים עסקו במגע תרמי המהוה תופעה אנלוגית לדיפוזיה במרחב המקום בהקשר שונה: דיפוזיה במרחב האנרגיה (בהתאם לרצף ההוראה מיוצג בטבלה 4.1). הדבר אפשר לתלמידים ליישם את הכלים המכנו סטטיסטיים שלמדו במבנית בהקשר נוסף.

<u>שאלת מחקר 2: מתמקדת</u> בשינוי בתפישת התלמידים את תופעת הדיפוזיה בעקבות המבנית, ובהתאם נאספו נתונים בשתי נקודות זמן:

I. שאלון קדם המתמקד במודלים דינמיים נומריים לתופעת הדיפוזיה ודומותיה, שנלמדו בכתה י׳ (נספח ד).
שאלון זה התקיים בשיעור הראשון של כיתה יא׳, לאחר שהתלמידים למדו על מודלים דינמיים של תופעת הדיפוזיה (כיתה י׳), ולפני הוראת המודל המכנו-סטטיסטי של תופעה זו. על שאלון זה ענו כלל התלמידים N=17, באופן יחידני ובכתב.
בשאלון זה התמקדתי בשתי שאלות הרלוונטיות להבנת תופעת הדיפוזיה:
שאלה 2 מתרכזת במספר סופי של מולקולות גז הנמצאות בתוך במיכל ומבקשת לזהות, להצדיק ולתאר את מאפייני מצב שיווי המשקל של המערכת. חלק א׳ של שאלה 3 המתרכז בתיאור ההתפתחות בזמן של תופעת הדיפוזיה.

II. ראיון פוסט-דחוי שהתקיים עם תלמידים נבחרים בתום שנה״ל, מספר חודשים מתום המבנית. מטרת הראיון לבחון- איזה מודל נגיש לתלמידים- דינמי או מכנו-סטטיסטי? בצעתי ראיונות לשבעה תלמידים שהראו רמת תלמידאות גבוהה במהלך שנת הלימודים, בפרט- תלמידים אלו היו נוכחים כמעט בכל השיעורים, השתתפו בשיעור והיו פעילים במהלך העבודה בזוגות על דפי הפעילות שניתנו. בניתוח התמקדתי בשני מקרי בוחן שנבחרו בהתאם לתשובתם לשאלון הקדם, בפרט שני התלמידים מתארים את המערכת באמצעות דגש על נקודות מבט שונות מלכתחילה: נק. מבט מיקרו+הסתברותית ונק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן.
בחרתי בתלמידים בעלי נקודת מבט שבה מרכיבים המשותפים הן למודלים הדינמיים והן למודל המכנו-סטטיסטי הנלמד בכיתה יא׳ (ראו טבלאות 3.5, 3.7 ו 3.8 בפרק 3). מעניין לבחון האם תלמידים אילו, בפוסט הדחוי, מתארים נקודות מבט אילו באמצעות המודלים הדינמיים, המכנו-סטטיסטי או שילוב של מודלים אילו. יש לציין שנקודת המבט הנפוצה היתה של מקרו- ממוצע במרחב (תיאור הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע) שפחות בלטה במודל המכנו-סטטיסטי כפי שנלמד במבנית (ראו טבלה 3.6 בפרק 3).

[42] ינותחו רק סעיפים א-ב. סעיף ג׳ עוסק במערכת בה יש אינטראקציות בין החלקיקים שהינה מעבר למטרות מחקר זה.

לצורך מענה על שאלת המחקר אתמקד בשאלות 1 ו 2 בראיון (ראו נספח ו – ראיון קיץ), המתמקדות בבירור המודל ונקודת המבט איתה התלמידים ניגשים בבואם להסביר את תופעת הדיפוזיה ודומותיה.

- שאלה 1 מבקשת מהתלמידים לתאר ולהסביר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה.
- שאלה 2 מבקשת מהתלמידים לחזות ולהסביר את ההתפתחות לעבר מצב שיווי-המשקל, בשני הקשרים- התפשטות של גז בואקום, התפשטות של גז בואקום עם מחיצה חסרת חיכוך. מכיוון ובפוסט הדחוי (ראיון) התלמידים יכולים לבחור בין מודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי בכדי להסביר את התופעה, ההקשר השני נועד לעורר את התלמידים להשתמש במודל דינמי (מכיוון והוא מעורר התייחסות להתנגשות של החלקיקים עם המחיצה) ולכן תשובות התלמידים להקשר זה יכולות לברר את מידת הדבקות שלהם במודל המכנו-סטטיסטי או במילים אחרות את חוזק השינוי (במידה וישנו) בתפישת התלמידים.

הראיון כלל שאלות נוספות שבסופו של דבר לא נותחו מהסיבות הבאות:

- שאלה 3 עסקה בהשוואה מובנית בין מודל RW ומודל המכנו-סטטיסטי כהסבר לתופעת הדיפוזיה, אולם בדיעבד נוכחתי שמובנות היתר של השאלה לא מאפשרת לי לברר מה נגיש לתלמידים. ניתוח תשובות התלמידים לשאלה זו יכול להסביר את מידת הבנתם את המודלים RW ומכנו-סטטיסטי לאחר כחצי שנה (מכנו-סטטיסטי) וכשנה (RW) בה התלמידים לא למדו מודלים אילו, אך לא את שאלת נגישותם של מודלים אלו. בנוסף, התלמידים נגשו לענות על שאלה זו לאחר שהם כבר הסבירו את תופעת הדיפוזיה בשאלות 1 ו 2, דבר זה יצר חזרתיות מיותרת.
- שאלה 4 היא משימת ארגון ידע של המושגים והרעיונות המכנו-סטטיסטיים שנלמדו בתחילת כיתה יא' בהקשר של תופעת הדיפוזיה; ניתוח עתידי יוכל להוסיף מידע על האופן בו התלמידים מסבירים את תופעת הדיפוזיה, בפרט, מדוע הם בוחרים לתאר אותה באמצעות החוק השני ולא באמצעות התפלגות ההסתברות?
- שאלה 5 עוסקת בהשוואה בין תופעת הדיפוזיה ותופעת המגע התרמי והיא חורגת מהבנת התלמידים את המבנית.

ניתוח כלל מרכיבי הידע במבנית מוצג בטבלאות 3.5-3.8 (פרק 3).

ניתוח זה מאפשר לאפיין לגבי תפישות התלמידים:

- האם תפיסתם מבוססת מודל דינמי, מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי או גם וגם.
- האם נקודת מבטם את המערכת הינה:

א. מיקרו- תיאור המערכת בעזרת מאפיינים של כל חלקיק וחלקיק (טבלה 3.5).

ב. מקרו- תיאור "גירעון גס /coarse grained" של המערכת בעזרת מאפיינים ממוצעים ע"פ אזור גדול במערכת ומבלי להתייחס למיקום כל חלקיק וחלקיק, בפרט:

a. מקרו ממוצע במרחב- התייחסות לערכים השונים של הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע (טבלה 3.6).

b. מקרו ממוצע במרחב ובזמן- התייחסות לערכי הצפיפות המקומית על פני זמן ממושך (טבלה 3.7).

ג. הסתברותית- תיאור המערכת בעזרת ההסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית אפשריים (טבלה 3.8).

מיפוי מפורט של מרכיבי-הידע הנדרשים בכדי לענות על כל משימה ומשימה בשאלון הפרה, המחצית והראיון מוצג בפרק 6 ו 7 בצמוד לממצאים. היות וניתן לענות לשאלות באמצעות מודלים דינמיים או מכנוסטטיסטיים, ובכל אחד מהם ניתן להדגיש נקודות מבט שונות (כמו תאור של ממוצעים במרחב ו/או בזמן לעומת תאור הסתברותי), מוצגים מרכיבי הידע בהתאם למודלים ונקודות המבט השונות. המיפוי של מרכיבי הידע הנדרשים לענות על המשימות השונות מופיע ב:

מבחן מחצית: פרק 6, טבלה 6.1 ו 6.2

שאלון הקדם: פרק 7, סעיף 7.1 טבלאות 7.1-7.6 .

ראיון: פרק 7 סעיף 7.2, טבלאות 7.10-7.17 .

5.2 ניתוח הנתונים

- פוסט מיידי (מבחן המחצית) ושאלון מקדים

תשובות התלמידים למבחן המחצית ולשאלון המקדים נותחו באופן בר כימות, ובמטרה לאפשר בחינת הדירות. עקבתי אחר שלבים מרכזיים בגישתה של *Chi* לניתוח נתונים מילוליים (*Verbal analysis method*) (*Chi 1997*), בפרט, נכתבו קטגוריות *top-down* ו *bottom-up* והגידי התלמידים קודדו לקטגריות השונות (עבור מבחן המחצית ראו סעיף 6.1.2, ועבור שאלון הקדם ראו סעיף 7.1.2).

ההבחנה בין גישת הניתוח במבחן המחצית לשאלון הקדם הינה:

- מטרת מבחן המחצית הינה בחינת השגת מטרות הלמידה במבנית. לכן, כלי הניתוח לתשובות התלמידים במבחן המחצית, בחנו האם וכיצד התלמידים מבינים ומיישמים כל אחד ממרכיבי הידע הנדרשים לפתרון הסעיפים השונים במבחן זה- מרכיבי הידע הינם מטרות הלמידה במבנית. ולכן, הקטגוריות השונות נכתבו באופן המדגיש את מרכיבי הידע עליהן הן מבוססות וקידוד תשובות התלמידים בחנו באילו מרכיבי ידע התלמדים משתמשים? וכיצד? אם כי, ניתן גם דגש על נקודות המבט אליהן משוייכים מרכיבי הידע השונים.
- מטרת שאלון הקדם הינה איפיון התחלתי של נקודת המבט (מיקרו, מקרו, הסתברותית) איתה התלמידים מסבירים ומתארים את תופעת הדיפוזיה באמצעות המודלים הדינמיים (כאשר בפוסט הדחוי נבדק האם המודל בו התלמידים מתארים נקודת מבט זו משתנה מדינמי למכנו-סטטיסטי). המחקר לא התמקד בשלב זה במידת שליטתם במרכיבי הידע השונים. בהתאם, כלי ניתוח הנתונים בשאלון הקדם הינם "גסים" יותר מכלי הניתוח ששמשו במבחן המחצית. בפרט, הניתוח התרכז בקידוד היגדי התלמידים לנקודות המבט, ובתפישות נאיביות, במידה ועלו כאלו, אך לא בשליטה בכל אחד ואחד ממרכיבי הידע.

- פוסט דחוי- ראיון

גישת הניתוח כאן שונה משלוש סיבות:

א. הנתונים הרבה יותר עשירים שכן מדובר בראיון.

ב. ההתמקדות היא במספר מצומצם של מקרי בוחן, הן משום שלא כל התלמידים הסכימו להתראיין, והן משום ההיקף הרחב של הנתונים.

ג. מטרת הריאיון היא לבחון אילו רעיונות התלמידים תופסים כמרכזיים להסבר תופעת הדיפוזיה, ולא את המתאם בין הבנתם להבנת מומחה.

בהתאם, לא ניתן לבצע השוואה כמותית ישירה על אותם ממדים הנבחנים בפרה ובפוסט.

בהתאם, גישת הניתוח ששימשה לניתוח הריאיון (להרחבה ראו סעיף 7.2.2), כללה: 1. שקלוט קטעים מרכזיים בריאיון וקידוד היגדי התלמידים המביעים נקודת מבט או מודל מסוים; 2. תמצות אופן החשיבה של התלמיד באופן המאפשר לייצג את תפישת התלמיד כפי שעולה מהריאיון באופן מרוכז, ולייצגו, בתרשים זרימה מתאים המתאר את ההשתנות בתפישת התלמיד מהקדם לפוסט הדחוי.

6. השגת מטרות הלמידה במבנית –פוסט מיידי (מבחן מחצית)

6.1 מתודולוגיה

סעיף זה מתמקד בשאלת המחקר:

1. כיצד מיישמים התלמידים בעקבות לימוד המבנית את המודל המכנו-סטטיסטי להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה[43], בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

הנתונים המשמשים לשאלה זו הם תשובות התלמידים לשאלות 1 ו 2 במבחן המחצית. להלן אציג כיצד עוצבה משימת ניתוח הנתונים לתת מענה לשאלת המחקר. בפרט, אלו מטרות למידה נבחנות במשימות מבחן מחצית, ומהי גישת ניתוח הנתונים.

6.1.1 איסוף הנתונים - מיפוי מרכיבי ידע שנדרשו במשימות המבחן

המיפוי מבוסס הן על מרכיבי הידע שתוארו בניתוח מבנה הדעת המבוקש בפרק 3 (טבלאות 3.5 - 3.8), והן על תשובות מומחה לכל סעיפי המשימות באמצעותן בוצע איסוף הנתונים. תאור מפורט של האופן בו מרכיבי ידע באים לידי ביטוי בתשובות המומחה יוצג במסגרת תאור הממצאים במשימות השונות.

<u>מטרות הלמידה הנבחנות במשימות מבחן המחצית- שאלה 1</u>

הניתוח והממצאים שיוצגו להלן מתייחסים לאיסוף הנתונים בשאלה 1 המתרכזת בתיאור מצב שוו"מ באמצעות התפלגות ההסתברות בהקשר של פולימר ספוח על קולואיד. לכל אחד מסעיפי שאלה 1 בניתי תשובת מומחה אפשרית, ופירקתי אותה למרכיבי ידע שנלמדו במהלך השנה בנושא התיאור המכנו סטטיסטי של מצב שוו"מ. חילקתי את המרכיבים לשלוש נקודות מבט הרלוונטיות: נק. מבט מיקרו, הסתברותית, ומקרוסקופית. טבלה 6.1 מציגה את כלל מרכיבי ידע שנדרשו בסעיפים השונים, בהתאם לנקודות המבט.

<u>מטרות הלמידה הנבחנות במשימות מבחן המחצית- שאלה 2</u>

שאלה 2 סעיפים א-ג במבחן האמצע עסקה במודל מכנו סטטיסטי של התפתחות המערכת לשוו"מ בהקשר של תערובת בינארית (שני סוגי חלקיקים- כחולים B וירוקים G) על שריג דו-ממדי. לכל אחד מסעיפי המשימה של איסוף הנתונים בניתי תשובת מומחה אפשרית. טבלה 6.2 מציגה את כלל מרכיבי ידע שנדרשו בסעיפים השונים[44], בהתאם לנקודות המבט. שאלה זו הינה הרבה פחות מפורטת משאלה 1, בשני אופנים- מספר מרכיבי הידע הנדרשים לכל אחד מסעיפיה קטן יותר, ונקודת המבט הנדרשת בשאלה זו הינה רק נקודות המבט המקרוסקופית.

---

[43] תופעות שעיקרן שינוי בסידורי החלקיקים במרחב המקום כאשר מתקיימות אך ורק אינטראקציות דוחות קצרות טווח בין החלקיקים

[44] הערה: זהו ניתוח תוכן לכלל השאלה, סעיפים א-ג, להלן ינותח סעיף א ו ב בלבד.

היבט	מרכיבי ידע	סעיף
מיקרו	1) תנועת המונומרים המרכיבים את הפולימר הינה אקראית. 2) מצב מיקרו : ערך מיקום של כל אחד ואחד מחלקיקי המערכת בנקודת זמן מסוימת. 3) בנקודת זמן מתקבל מצב מיקרו אחד ויחיד. 4) הנחת ההסבתרות השווה : במערכת מבודדת[45] בש״מ ניתן להניח הסתברות לכל אחד ממצבי המיקרו האפשריים[46]. 5) מרחב המדגם- פירוט כל מצבי-המיקרו האפשריים.	א ב
מקרו	6) משתנה מקרי : פונקציה התלויה במצבי-המיקרו והמתאימה ערך מספרי מסוים לכל מצב מיקרו. 7) לכל מצב מיקרו ניתן להתאים ערך מסוים של משתנה מקרי (אך, לערך מסוים יכולים להתאים מספר מצבי-מיקרו).	ב
אוכלוסיה	3) הנחת ההסתברות השווה : במערכת מבודדת[43] בש״מ להניח הסתברות שווה לכל אחד ממצבי המיקרו האפשריים[44]. 8) הסתברות הינה המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים, המתבצעים על מערכות דומות, גדול מאוד $N : \mathrm{N} >> 1$. $P(A) = N(A)/N$. כאשר, $\mathrm{N(A)}$ הינו מספר הניסויים בהם התקבל ערך A . 9) בשוו״מ ההתנהגות המקרוסקופית[47] של המערכת אינה תלויה בזמן, ולכן, צפייה בסדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי[48], כמוה כביצוע מספר ניסויים רב במערכות דומות. 10) באמצעות הנחת ההסתברות השווה, ניתן לחשב את ההסתברות לקבלת ערך משתנה מקרי מסוים A : $P_A = \Omega(A)/\Omega_{tot}$, $\Omega(A)$ הינו מספר מצבי-המיקרו האפשריים המתאימים לערך A של המשתנה המקרי. 11) התפלגות הינה אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי המשתנה המקרי האפשריים.	ג1 ג2
אוכלוסיה מדגם	12) מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי. 13) בתאור ניסויי, מקרוסקופי, הערך הנמדד הינו ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים במהלך זמן המדידה (ממוצע על זמן המדידה). 14) חיזוי של הערך הנמדד בהתבסס על ההתפלגות החזויה מתקבל ממוצע על ערכי המשתנה המקרי השונים שבהתפלגות החזויה- $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$. כאשר $\sum_A A \cdot P_A$ הינה סכימה על ערכי המשתנה המקרי A האפשריים המוכפלים בהסתברות לקבלתם P_A. 15) סטיית התקן- σ_A, ממוצע הסטייה מהערך הממוצע החזוי או מהערך הנמדד: $\sigma_A = \sqrt{\langle (A - \langle A\rangle)^2\rangle}$ סטיית התקן יכולה להתקבל גם ע״י רוחב ההתפלגות בחצי הגובה המקסימלי FWHM. 16) σ_A מתכונתית לשורש מספר החלקיקים $\sigma_A \propto \sqrt{N}$. 17) סטיית התקן היחסית- $\sigma_A/\langle A\rangle$, סטיית התקן יחסית לערך הממוצע החזוי או לערך הנמדד. 18) $\sigma_A/\langle A\rangle$ הינה מדד כמותי למידה בה הערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד מאפיין את מערכת. מכיוון, וערכה של $\sigma_A/\langle A\rangle$ משמש כמדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מערך זה. 19) סטיית התקן היחסית מתכונתית הפוכה לשורש מספר החלקיקים $\sigma_A/\langle A\rangle \propto 1/\sqrt{N}$, כלומר, ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה. 20) במערכות מקרוסקופיות הערך הממוצע החזוי שווה לערך המסתבר ביותר.	ד ה

טבלה 6.1: כלל מרכיבי ידע שנדרשו לשאלה 1 מבחן האמצע סעיפים א-ה

היבט	מרכיבי ידע	סעיף
אוכלוסיה מדגם מיקרו	1) האנטרופיה של המערכת הינה סכום האנטרופיות הקשורות למהירויות האפשריות S_{vel} ולמיקומים האפשריים S_{vel}: $S_{tot} = ln\Omega_{tot} = \ln(\Omega_{pos} \cdot \Omega_{vel}) = ln\Omega_{pos} + ln\Omega_{vel} = S_{pos} + S_{vel}$ 2) מצב-מקרו- תיאור המערכת ע״י מספר מצומצם של ערכים של גדלים פיסקליים הנמדדים ניסיונית. הערכים הנמדדים הינם ממוצע על פני הזמן של הערכים הנדגמים במהלך המדידה (המשויכים למצבי-המיקרו המתקבלים במהלך המדידה). 3) החוק השני של התרמודינמיקה : עבור כל תהליך המתרחש במערכת מבודדת $\Delta S = S_{final} - S_{initial} \geq 0$ כלומר- בכל תהליך המתרחש במערכת מבודדת האנטרופיה של המערכת לעולם לא קטנה! המערכת המבודדת מתקדמת ממצב-מקרו אחד לשני כך ש $\Delta S > 0$, כלומר, $S_{final} > S_{initial}$. מתי התהליך מסתיים? כאשר המערכת מגיעה למצב שוו״מ שבו האנטרופיה מקסימלית תחת אילוצי המערכת. 4) ״מערכת מורכבת״- הינה מערכת מבודדת המורכבת מ 2 מערכות שביניהן יש מגע תרמי (או מכני). ולכן, אנרגיה יכולה לעבור בין המערכות אך האנרגיה של המערכת המורכבת נשמרת 5) החוק השני של התרמודינמיקה במערכת מורכבת : עבור כל תהליך ספונטני המתרחש במערכת מורכבת מבודדת $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \geq 0$ 6) תהליך ערבוב/הפרדה של תערובת בינארית ניתן לתיאור באמצעות האנטרופיה פר יחידת נפח : $S/M = -\mathrm{c}\ln \mathrm{c} - (1-\mathrm{c})\ln(1-\mathrm{c})$	ב ג

טבלה 6.2: מרכיבי ידע שנדרשו לשאלה 2 מבחן האמצע

כמובן לא כל מרכיבי הידע המוצגים בפרק 3 כלולים במשימה זו. בנוסף, מרכיבי הידע בחלקם זהים עם מרכיבי הידע בפרק 3, וחלקם מפורטים יותר (לדוגמא - בנקודת זמן מתקבל מצב מיקרו אחד

[45] מערכת שאין מעבר אנרגיה אליה או ממנה.

[46] יש לחדד שמדובר בהסתברות של מצבי המיקרו הבסיסיים. תלמידים לעתים מבלבלים בינה לבין ההסתברות לערך מסוים של משתנה אקראי (דוגמת צפיפות מסוימת באזור מסוים) המשקפת את מספר מצבי המיקרו המתאימים לערך זה (רכיבי ידע 6, 7 ו 10).

[47] ההתנהגות המקרוסקופית- ההתנהגות הממוצעת על פני זמן ארוך או ההתפלגות נשארת קבועה. כמובן שהמערכת משתנה בסקאלת זמן קצרה. משמעות שוו״מ הינה שכל מצבי-המיקרו יכולים להתרחש.

[48] פרק זמן ארוך בהרבה מסקלת זמן ההתנגשות בין החלקיקים. בפרק זמן זה מתקבלים מצבי-מיקרו רבים.

ויחיד) או מותאמים למשימות המסוימות (לדוגמא, ערך מיקום של כל אחד ואחד מחלקיקי המערכת בנקודת זמן מסוימת).

6.1.2 גישת ניתוח הנתונים

תשובות התלמידים למבחן האמצע נותחו באופן בר כימות, ובמטרה לאפשר בחינת הדירות. עקבתי אחר שלבים מרכזיים בגישתה של *Chi* לניתוח נתונים מילוליים (*Verbal analysis method*) (*Chi 1997*) המוצגים להלן:

i. בחירת "יחידת ניתוח", וקיטוע הטקסט ליחידות אלו: תשובות התלמידים חולקו למקטעים - רצפי היגדים המייצגים טיעון. לעיתים, תשובת התלמיד מייצגת יותר מטעון אחד ולעיתים טיעון זה אינו מיוצג בהיגד רציף.

ii. חיפוש דפוסים משותפים - קטגוריזציה

לכל שאלה במבחן האמצע נבנה מחוון ניתוח המכיל קטגוריות משותפות לתשובות התלמידים, הן קטגוריות המייצגות ידע אידאלי, והן קטגוריות המייצגות תפישות נאיביות של תלמידים.

קטגוריות top-down: נכתבו תשובות מומחה אפשריות המייצגת ידע אידאלי. תשובות אלו פורקו למרכיבי ידע מומחה הדרושים לענות על השאלה (טבלה 6.1 מציגה את כלל מרכיבי הידע הנדרשים לענות על סעיפי השאלה העוסקים במצב שוו"מ. טבלה 6.2 מציגה את כלל מרכיבי הידע הנדרשים לענות על סעיפי השאלה העוסקים בהגעה לשוו"מ). נבנו קטגוריות המייצגות תהליכי פתרון תקינים (לעתים רבות תהליך אחד) ומבחינות בין תשובות מקיפות המכילות את כלל מרכיבי הידע ותשובות חלקיות העושות שימוש בחלק ממרכיבי הידע

קטגוריות bottom up: תפישות נאיביות שעלו בהיגדי התלמידים. קטגוריות אלו עלו מקריאה חוזרת ונשנית של תשובות התלמידים. קטגוריות התווספו במהלך הקריאה של היגדי תלמידים נוספים. כאשר תפישה נאיבית דומה הופיעה במספר היגדים היא נוסחה מחדש באופן המדגיש את התפישה השווה ביניהם.

iii. פראפרזה – לעתים נוסח מקטע מחדש במטרה לחדד את תמצית טיעון התלמיד.

iv. חיפוש דפוסים משותפים - קידוד

ההיגדים קודדו לקטגוריות השונות. לעיתים תהליך קידוד היגד מסוים לקח בחשבון היגד אחר המתייחס לאותה שאלה. בוצע שיפוט של שני שופטים על כרבע מהנתונים. השוואת קידודי השופטים הניבה דיונים שגרמו לקטגוריזציה וקידוד מחודש עד להסכמה מלאה.

יש לציין שהסדר למעלה אינו לינארי.

בדיון המסכם בוצע פירוש לדפוסים המשותפים שנמצאו: ממצאי הקידוד נידונו בהתייחס לסוג ביצוע ההבנה הנדרש בשאלה (החל בהקניית משמעות לגודל פיזיקלי וכלה בשליפה והצבה בנוסחא מוכרת), תוך הבחנה בין נקודות מבט שונות הנדרשות בשאלות (מיקרו ומקרו). במידת האפשר בוצעה טריאנגולציה עם תשובות של התלמיד לשאלות נוספות.

להלן אציג דוגמא ליישום שלבי הניתוח i-iv:

אתמקד בשאלה 1 סעיף ד:

"מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית (בפרק זמן מקרוסקופי ובמוניטור מקרוסקופי) של גובה הפולימר הנ"ל המורכב מ 3 מונומרים? הסבירו. האם ערך זה מאפיין היטב מערכת זו? הסבירו."

בפרט, אתייחס רק לחלק הראשון בשאלה: "מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית (בפרק זמן מקרוסקופי ובמוניטור מקרוסקופי) של גובה הפולימר הנ"ל המורכב מ 3 מונומרים? הסבירו" אתמקד בתשובות התלמידים s9 ו s6 (עמודה ימנית בטבלה 6.3).

i. בחירת "יחידת ניתוח", וקיטוע הטקסט

קטע התשובה עם קו תחתון מייצג את חלק הטקסט המתיחס לשאלה "מהו ערך הגובה H..."

תלמיד	שלב i- חלוקה למקטעים	שלב iii- פראפרזה	שלב iv- קידוד
s9	לפי התפלגות ההסתברות כנראה התוצאה תהיה H=2, אך ערך זה אינו מאפיין טוב את המערכת מפני שהוא מציג מצב מקרו אחד מתוך שלושה מצבי מקרו קיימים למערכת. בנוסף, סטיית התקן במערכת זו היא יחסית גדולה, לפי היחס $\frac{\sigma_A}{\langle A\rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{n}}$. מפני שיש רק 3 חלקיקים, אז סטיית התקן היא גדולה יחסית לכן ישנו סיכוי גדול יותר שהמערכת לא תמצא במצב המקרו הכי מסתבר."		קטגוריה ב- רוב הסיכויים שיתקבל הערך המסתבר ביותר
s6	הערך שנקבל במדידה מקרוסקופית הוא H=2 בקירוב טוב. זאת משום שבמדידה מקרוסקופית הערך המתקבל הוא ערך ממוצע, מכיוון שבזמן רב של במספר גדול של מדידות הערך שיתקבל בכמות הגדולה ביותר הוא H=2 אני מניח כי ממוצע הערכים יהיה H=2 בקירוב טוב. ערך זה אינו מאפיין טוב את המערכת משום שטווח השגיאה גדול מידי. אין מספיק ערכים אפשריים בכדי שהערך הממוצע הסופי יהיה הערך המסתבר ביותר בקירוב טוב"	במדידה מקרוסקופית נדגמים מספר רב של גבהים ותוצאת המדידה משקפת ממוצע על גבהים אילו. ממוצע זה הוא בקירוב טוב הגובה המסתבר ביותר.	מרכיבי ידע- 12, 13, 14[1] קטגוריה א – תשובת מומחה - ערך מקרו נמדד הוא ממוצע

טבלה 6.3: דוגמא ליישום שלבים i, iii ו iv בגישת ניתוח הנתונים

ii. חיפוש דפוסים משותפים - קטגוריזציה

תשובת המומחה לשאלה:

> בזמן המדידה המקרוסקופית של גובה הפולימר, הפולימר מבצע הרבה מהלכים אקראים ונמצא בהרבה מצבי-מיקרו בעלי גבהים שונים. תוצאת מכשיר המדידה הינה ממוצע על ערכי הגבהים השונים המתקבלים בזמן המדידה. ניתן לקבל ממוצע זה מתוך התפלגות ההסתברות לפי: $\langle H\rangle = \sum_{H=1}^{3} P(H)\cdot H = \frac{2}{7}\cdot 1 + \frac{4}{7}\cdot 2 + \frac{1}{7}\cdot$

בתשובת המומחה באים לידי ביטוי מרכיבי הידע הבאים (מתוך רשימת מרכיבי הידע לסעיפים העוסקים בשוו"מ, ראה טבלה X):

> 12) מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי.
> 13) בתיאור ניסויי, מקרוסקופי, הערך הנמדד הינו ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים במהלך זמן המדידה (ממוצע על זמן המדידה).
> 14) חיזוי של הערך הנמדד בהתבסס על ההתפלגות החזויה מתקבל מממוצע על ערכי המשתנה המקרי השונים שבהתפלגות החזויה- $\langle A\rangle = \sum_A A\cdot P_A$. כאשר $\sum_A A\cdot P_A$ הינה סכימה על ערכי המשתנה המקרי A האפשריים המוכפלים בהסתברות לקבלתם P_A ·

בנוסף לקטגוריה א המייצגת את תשובת המומחה, נבנתה **גם קטגורית bottom up המשקפת ידע נאיבי** שהיה משותף לשלושה תלמידים:

קטגוריה ב- "רוב הסיכויים שיתקבל הערך המסתבר ביותר".

תשובה כזו אינה מתייחסת לערך הממוצע בכלל. במקום, התלמיד מתמקד בהתפלגות הסיכוי לקבלת ערכי משתנה מקרי, בפרט - סיכוי מקסימלי לערך המסתבר ביותר.

ב **קטגוריה ג** (אחר/ללא תשובה) מוינו תשובות שניתנו ע"י לא יותר מתלמיד אחד.

iii-iv. פראפרזה וקידוד

בעמודה המרכזית בטבלה 6.3 מיוצגות פראפרזות המחדדות את טענות התלמידים.

בעמודה השמאלית מיוצג הקידוד. התלמידים ענו ברמות שונות, אולם הקידוד לאו דוקא הפריד בין רמות אלו. לדוגמא, תשובת המורה האידאלית מכילה את מרכיבי הידע 12, 13 ו 14, אך מתשובות התלמידים עולה כי חלקם פירשו את השאלה "מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית ..." באופן מצומצם כ:

א. בקשה לתאר את תהליך המדידה המקרוסקופית ואיפיון הערך שמתקבל במהלכה כממוצע (מרכיבי ידע 12, 13);

ב. בקשה להצגת תהליך החישוב של הממוצע – הוא ערך המקרו הנמדד (מרכיב ידע 14 בלבד).

בנוסף, מרכיב ידע 14 לא תורגל בכיתה, ובהתאם חלק מהתלמידים התקשו בחישוב, גם אם הבינו שהערך הנמדד הוא ממוצע המתקבל מההתפלגות. תשובות אילו סומנו ב 14'.

ההבנה שהערך הנמדד הינו ממוצע משותפת הן לתשובות המכילות את כל מרכיבי הידע (12,13,14), הן לתשובות חלקיות (12,13 או 14) והן לתשובה חלקית דוגמת 14' . תשובות תלמידים המשקפות הבנה זו קודדו כתקינות **ומוינו לקטגוריה א** – "תשובת מומחה".

להלן אציג בנפרד את כלי איסוף הנתונים וממצאי הניתוח לכל אחד מנושאי העל (מודל מכנו סטטיסטי של מערכת בשוו"מ ושל התפתחות מערכת לשוו"מ). בכל אחד מנושאי העל אציג בשלב א' ניתוח תוכן הממפה את משימות איסוף הנתונים למרכיבי ידע הנדרש בתשובת מומחה, ונקודות מבט המוצפות באמצעותם. בשלב ב' איישם ניתוח תוכן זה בקטגוריות ניתוח תשובות התלמידים, בד בבד עם קטגוריות של מרכיבי ידע נאיביים שעלו bottom-up בתשובות התלמידים.

הסעיפים הבאים 6.2 (עבור שאלה 1) ו 6.3 (עבור שאלה 2) מציגים את הניתוח והממצאים לכל סעיף בשאלה בנפרד. לכל סעיף בשאלה אציג:

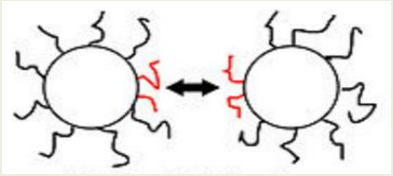
I. נוסח סעיף השאלה; II. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע (בהתאם לטבלאות 6.1 ו 6.2); III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד; IV. ממצאים.

6.2 ממצאים - מצב ש"מ

6.2.1 מרחב המדגם והתפלגות ההסתברות

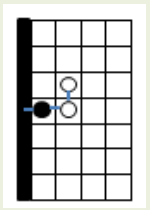
I. סעיף א+ב בשאלה

לעיתים משתמשים בקולואידים בכדי להוביל תרופות בתוך גוף האדם. בכדי ליצור תרחיף קולואידים הומוגני (בעל ריכוז אחיד בכל הכלי) ולמנוע מהקולואידים להימשך אחד לשני, להצטבר ולשקוע, מחברים לפני-שטח הקולואידים פולימרים (ראו תמונה 1) היוצרים דחייה בין הקולואידים ועי"כ מונעים מהם להצטבר ולשקוע. פולימר הינה מולקולה ענקית המורכבת מהרבה מונומרים- יחידות בסיס החוזרות על עצמן.



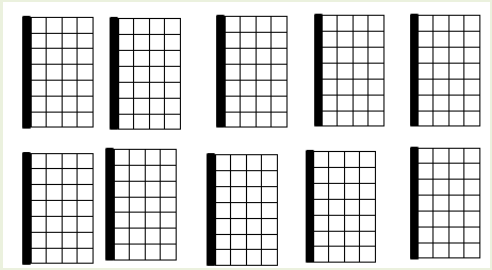
תמונה 1: תרשים של קולואידים (עיגול לבן) המצופים בפולימרים (מעיין שערות היוצאות מפני שטח הקולואיד). כאשר שני קולואידים מתקרבים אחד לשני, הפולימרים מתכווצים (שערות אדומות), דבר היוצר דחייה בין שני הקולואידים ומונע מהם להצטבר.

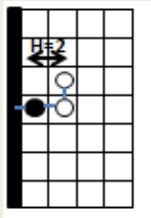
בהנחה שהפולימרים מספיק רחוקים אחד מהשני, ניתן להניח שהם אינם באים במגע זה עם זה, ולכן, ניתן לבחון את תצורת פולימר בודד בשוו"מ. נסתכל על פולימר בודד המורכב מ 3 מונומרים והמחובר לפני-שטח קולואיד (ראו תמונה 2). המונומר הצבוע בשחור מחובר בקשר כימי לפני-שטח הקולואיד ואינו יכול לנוע. שאר המונומרים יכולים לנוע במהלך אקראי על פני שריג דו-ממדי, אך, אינם יכולים להיכנס אחד לתוך השני וגם לא לתוך פני-שטח הקולואיד (דחיית "כדור קשיח")[49].



תמונה 2: מצב-מיקרו מסויים של פולימר המורכב מ 3 מונומרים (עיגולים) והמחובר לפני שטח של קולואיד (פס שחור עבה). המונומר השחור מחובר בקשר כימי לקולואיד ולכן לא יכול לנוע, 2 המונומרים הלבנים יכולים לנוע במהלך אקראי על פני שריג דו ממדי, אך, אינם יכולים להיכנס אחד לתוך השני וגם אינם יכולים להיכנס לתוך שטח הקולאיד.

א. פרשו את מרחב המדגם, כלומר, פרשו את כל מצבי-המיקרו האפשריים לפולימר זה. היעזרו במשבצות המצורפות בכדי לצייר מצבים אילו (מספר המשבצות אינו בהכרח מייצג את מספר מצבי-המיקרו האפשריים).





ב. השתמשו במרחב המדגם שקבלתם בסעיף א' ובנו את התפלגות ההסתברות בשוו"מ עבור המשתנה המקרי "גובה הפולימר H מפני שטח הקולואיד". בטאו גובה זה במספר המשבצות מפני-שטח הקולואיד ועד קצה הפולימר (ראו דוגמא בתמונה 3). הסבירו כיצד קבלתם התפלגות זו.

תמונה 3: עבור מצב-המיקרו המתואר, גובה הפולימר H ביחידות של "מספר המשבצות מפני שטח הקולאיד"" הוא H=2.

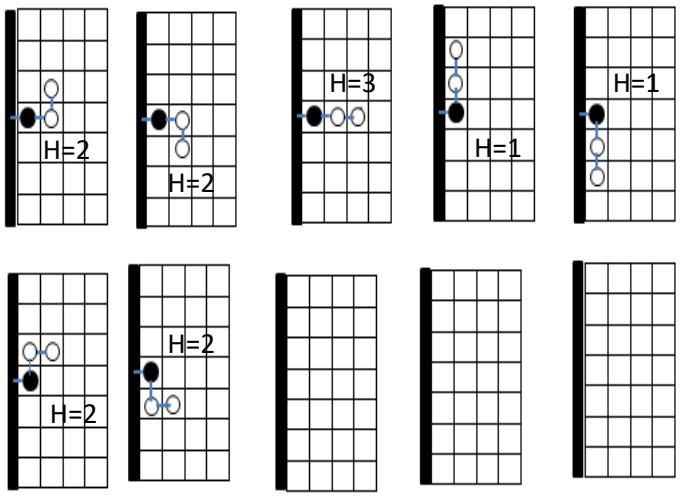
תרשים 6.1: שאלה 1 סעיפים א + ב

מטרות הלמידה הנבחנות בשאלה הן מרחב המדגם - זיהוי של כל מצבי-המיקרו במערכת זו, שיוך מצבי-מיקרו לערכי משתנה מקרי, ובניית התפלגות ההסתברויות במערכת בעלת מספר חלקיקים קטן.

[49] שרשרת המונומרים/הפולימר אינה יכולה להישבר בגלל הקשרים החזקים בין המונומרים , ולכן מונומרים שכנים אינם יכולים להיפרד זה מזה.

II. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

בטבלה 6.4 תשובת המורה לשאלה 1 סעיפים א' + ב' מנוסחת באמצעות מרכיבי הידע (ראו טבלה 6.1) בנק. המבט השונות.

<table>
<tr><th>מרכיבי ידע – היבט הסתברותי</th><th>מרכיבי ידע- היבט מקרו במרחב</th><th>מרכיבי ידע – היבט מיקרו</th></tr>
<tr><td>סעיף א':
2) מצב מיקרו: ערך מיקום אפשרי של כל אחד ואחד מחלקיקי המערכת בנקודת זמן מסוימת.
5) מרחב המדגם- פירוט כל מצבי-המיקרו האפשריים</td><td>סעיף ב':
6) משתנה מקרי: פונקציה התלויה במצבי-המיקרו והמתאימה ערך מספרי מסוים לכל מצב מיקרו.
7) לכל מצב מיקרו ניתן להתאים ערך מסוים של משתנה מקרי (אך, לערך מסוים יכולים להתאים מספר מצבי-מיקרו).</td><td>המשך סעיף ב':
10) באמצעות הנחת ההסתברות השווה, ניתן לחשב את ההסתברות לקבלת ערך משתנה מקרי מסוים A: $P_A = \frac{\Omega(A)}{\Omega_{tot}}$ כאשר $\Omega(A)$ הינו מספר מצבי-המיקרו האפשריים המתאימים לערך A של המשתנה המקרי
11) התפלגות הינה אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי המשתנה המקרי האפשריים.
יישום:
ניתן לחשב את ההסתברות לקבלת ערכי הגבהים השונים $P(H)$ בעזרת הביטוי הבא[50] - $P(H) = \frac{\Omega(H)}{\Omega_{tot}}$
<table><tr><th>ערך משתנה מקרי H</th><th>$\Omega(H)$</th><th>$P(H)$</th></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>2/7</td></tr><tr><td>2</td><td>4</td><td>4/7</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>1/7</td></tr></table>כאשר $\Omega(H)$ מספר מצבי-המיקרו האפשריים המתאימים לערך ערך מסוים של גובה הפולימר H , ו Ωtot הינו מספר הכולל של מצבי-המיקרו האפשריים.</td></tr>
<tr><td colspan="3">יישום:
 
</td></tr>
</table>

טבלה 6.4: תשובת המורה מנוסחות באמצעות מרכיבי ידע, מבחן אמצע שאלה 1 סעיפים א' וב'

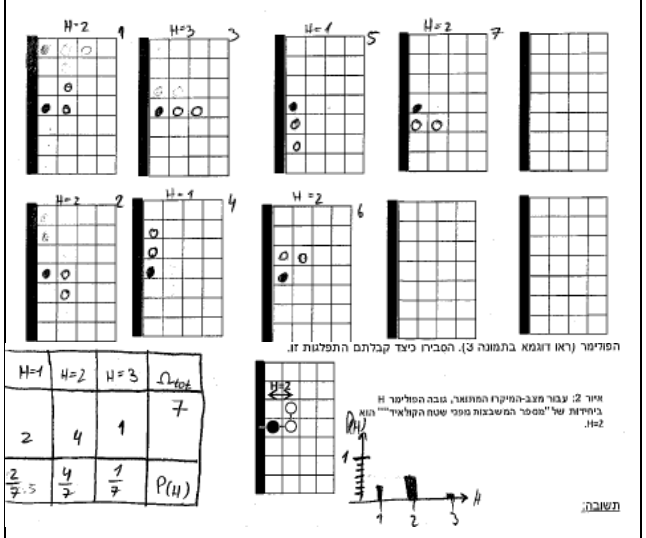
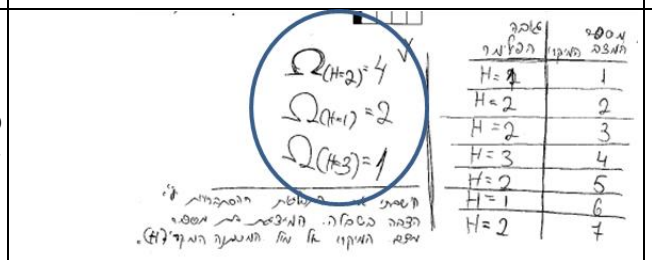
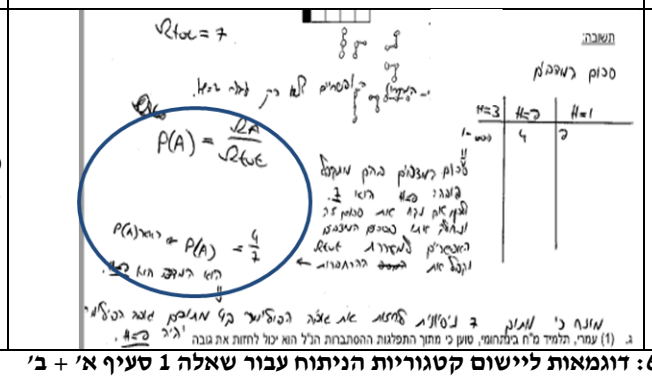
יש לשים לב שהמשימה תומכת בהתייחסות למרכיבי ידע 2 ו 6 - הגדרת מצב-המיקרו והמשתנה המקרי בהתאמה. התמיכה מתבטאת בכך שבמשימה מוצגת דוגמא למצב מיקרו (תרשים 6.1, תמונה 2) ולערך המשתנה המיקרי המתאים לו (תרשים 6.1, תמונה 3).

III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

קידוד: כזכור, כלי הניתוח משלבים קטגוריות top-down: כיצד, אם בכלל, מיישמים התלמידים מרכיבי הידע המופיעים בתשובת המומחה, ועולים בקנה אחד ההסבר המקובל מדעית? וקטגוריות bottom-up: באלו מרכיבי ידע נאיביים נוספים משתמשים התלמידים בתשובותיהם? אולם, במשימה זו לא עלו תפישות נאיביות של תלמידים, הם עשו שימוש במרכיבי ידע המומחה, אם

[50] ביטוי זה מתקבל מתוך הנחת שוו"מ סטטיסטי האומרת כי- "עבור מערכת מבודדת הנמצאת בשוו"מ, כל מצבי-המיקרו שווי-הסתברות" כלומר- $P(i) = 1/\Omega_{tot}$, כאשר i מגדיר מצב-מיקרו במרחב המדגם ו Ω_{tot} הינו מספר מצבי-המיקרו האפשריים. מכיוון וניסוח השאלה לא מבהיר לתלמידים כי עליהם לציין הנחה זו והקשר שלה לחישוב ההסתברות, בניתוח הנתונים אינני מתייחס להאם התלמידים כתבו או לא כתבו הנחה זו.

כי לעתים השימוש ההתייחסות למרכיבים אלו חלקית. לדוגמא, במרכיב 10, היו תלמידים שבמקום להציג את $P_A = {\Omega(A)}/{\Omega_{tot}}$ התייחסות אך ורק ל $\Omega(A)$. במקרים כאלו התווסף תג ' לקוד מרכיב הידע.

תלמיד	**ציטטות - תשובות התלמידים לסעיפים א' וב'** סימון בעיגול בוצע ע"י החוקר, בהתאם לקידוד	קידוד	**הסבר לקידוד**
s15		7 ,6 ,5 ,2 10,11	התלמיד מפרט את שבעת מצבי-המיקרו האפשריים במרחב המדגם, משייך כל מצב-מיקרו לערך משתנה-מקרי מתאים ומחשב נכונה את ההתפלגות-ההסתברות $P(H)$ לקבלת כל ערכי הגבהים השונים H
s6		10' 11	התלמיד מחשב אך ורק $\Omega(H)$ עבור כל אחד מערכי המשתנה המקרי (אך לא מחשב את ההסתברות עבורם).
s8		10 11'	התלמיד מחשב את ההסתברות אך ורק עבור המצב המסתבר ביותר: " $P(A) = \frac{4}{7}$ כאשר $P(A)$ הוא המצב הוא H=2"

טבלה 6.5: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף א' + ב'

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע.י [51]) לגבי 50% מהנתונים. אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

IV. ממצאים

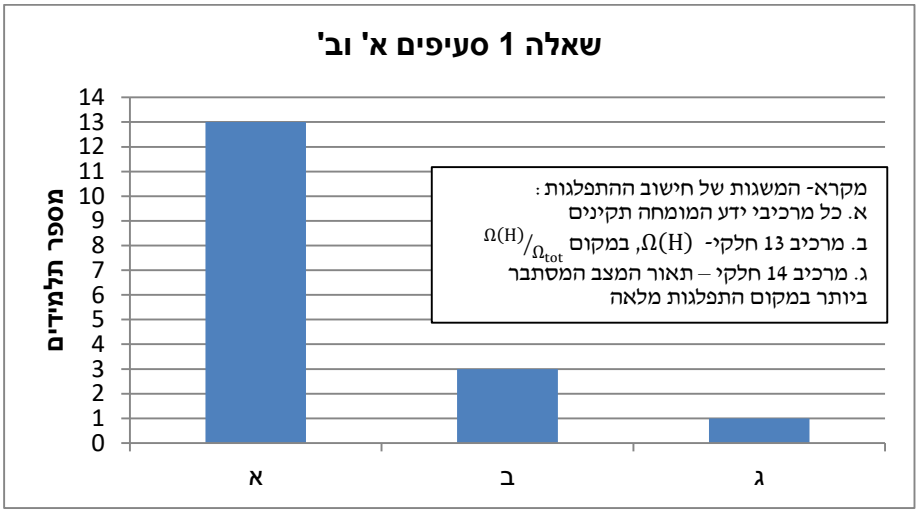
תרשים 6.2 מייצג גרפית את תשובות כלל התלמידים למשימה (N=17). הייצוג מתייחס ל 3 קבוצות של קטגוריות. בכולן התלמידים מתייחסים לכל מרכיבי ידע המומחה, הגם שלחלקם באופן סמוי. בקבוצות ב ו ג ההתייחסות לחלק ממרכיבי ידע המומחה חלקית:

[51] א.ש. – אריאל שטיינר, ע.י. – פרופ' עידית ירושלמי, מנחת העבודה

קבוצה א. כל מרכיבי ידע המומחה מופיעים.

קבוצה ב. מרכיב 10 חלקי- מופיעה $\Omega(\mathrm{H})$, במקום הגדרת ההסתברות $\Omega(\mathrm{H})/\Omega_{\mathrm{tot}}$.

קבוצה ג. מרכיב 11 חלקי - בתיאור ההתפלגות מוצג רק את המצב המסתבר ביותר.



תרשים 6.2: התפלגות תשובות התלמידים בשאלה 1 א+ב

בכל שלושת הקבוצות התלמידים מיישמים באופן העולה בקנה אחד עם המשגת המומחה את מרכיבי הידע המשויכים לנקודת המבט המיקרוסקופית (2, 5, 6, 7) בבואם לבנות את התפלגות ההסתברות עבור מערכת בעלת מספר חלקיקים קטן. בפרט, כל התלמידים פרטו את מצבי-המיקרו האפשריים ושייכו אותם לערכי המשתנה המקרי-"גובה הפולימר H מפני שטח הקולואיד" באופן המקובל מדעית. לגבי מרכיבי ידע 2 ו 6, יש לסייג קביעה זו. כפי שנאמר בסעיף II, במשימה מוצגות דוגמאות למרכיב 2 ו 6. בהתאם, המשימה אינה מאפשרת לבחון האם התלמידים שולפים מרכיבים אלו ללא תמיכה. מרבית התלמידים (N=13) עשו שימוש נאות בכל מרכיבי הידע לחישוב ההתפלגות. מיעוטם, N=3 כתבו את מספר מצבי-המיקרו המתאימים לערכים השונים של המשתנה המקרי[52] - $\Omega(H)$, במקום הסתברויות (הווה אומר, $\frac{\Omega(H)}{\Omega_{tot}}$), וגם מבין אלו לגבי שנים (s6 ו s2) ניכר בהמשך השאלה שמבינים היטב את המושג הסתברות. תלמיד אחד (s8) חישב את ההסתברות רק למצב המסתבר ביותר , אך, ניכר בהמשך השאלה שתלמיד זה מבין את המושג הסתברות ומה ההתפלגות חוזה. אלו טעויות קלות, שבדרך כלל אינן מעידות על חוסר הבנה.

6.2.2 חיזוי באמצעות התפלגות ההסתברות

שאלה ג כללה שני סעיפים, ג1 עסק במידע שמספקת התפלגות ההסתברות לגבי נקודת זמן, וג2 עסק במידע שמספקת התפלגות ההתסברות בפרק זמן, בשני המקרים לאחר שהמערכת הגיע לשוו"מ.

[52] בכדי להימנע מטעות זאת בעתיד, כדאי יהיה לשאול את התלמידים לסכום על כל ההסתברויות. ניתן גם לשאול אותם שאלה מקדימה – "לפי דעתכם למה שווה סכום ההסתברויות?" או " מה ההסתברות לקבל כל אחד מערכי המשתנה המקרי?".

6.2.2.1 חיזוי בנקודת זמן

I. סעיף ג1 בשאלה

עמרי, תלמיד מ"ח בינתחומי, טוען כי מתוך התפלגות ההסתברות הנ"ל הוא יכול לחזות את גובה הפולימר בשוו"מ ב- t=5000sec. האם טענתו נכונה? הסבירו.

מטרת הלמידה בשאלה זו היא ההבנה שהתיאור הסטטיסטי המתקבל מהתפלגות ההסתברויות אינו נותן מידע לגבי ערך המשתנה המקרי או מצב-המיקרו הנדגם בנקודת זמן מסוימת (וזאת בניגוד למודלים הדינמיים אותם הם למדו בכיתה י') אלא נותן מידע לגבי פרק זמן ממושך בשוו"מ (בו מתקבלים הרבה מצבי-מיקרו המשמשים כצבר סטטיסטי), ובפרט- ההסתברות לערך מסוים הינה השכיחות היחסית לקבלת ערך זה בפרק זמן ארוך מספיק.

II. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

תשובתו (המוטעית) של עמרי היא טיעון המורכב מטענה והצדקה- א. טענה - ניתן לחשב את גובה הפולימר בנק. זמן t=5000. ב. הצדקה - ניתן לעשות זאת באמצעות התפלגות ההסתברות. גם הטענה וגם ההצדקה היו שגויות. התלמידים נקטו באופני תשובה מגוונים באבחון טיעון זה, ובתשובת המומחה (טבלה 6.6) הצגתי את מגוון האופנים האפשריים. בפרט, ניתן לסתור הטענה בלבד, ניתן לסתור ההצדקה בלבד, ניתן להמיר את סתירת התשובה בתשובה חלופית לשאלה עליה עונה עמרי, כלומר: מה התפלגות ההסתברות כן יכולה לחזות? בנוסף, מגוון אופני תשובת התלמידים האפשריים מתבצעים במרכיבי ידע המתמקדים בכל אחד מהיבטי תיאור המערכת.

III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

קידוד: טבלה 6.7 מציגה ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (מרכיבי ידע ואופני תשובת מומחה המופיעים בטבלה 6.6) וקטגוריות bottom-up: מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם. בהתאם:

קטגוריות א-ה: קטגוריות מומחה top down.

יש לשים לב לבעיה העולה מכך שקידוד תשובות התלמידים לאופני התשובה מסתמך על מרכיבי ידע בהם התלמידים עשו שימוש. אולם, מרכיבי ידע מסוימים מופיעים בכמה אופני תשובה של המומחה. לדוגמא, מרכיב 3 מופיע באופן תשובה ב' , ג' ו ד'. יתר על כן, תלמידים עשו שימוש רק בחלק מהמרכיבים. בכדי להכריע באיזו אופן תשובה נקט התלמיד, אם בכלל, סימנתי בטבלה 6.6 באפור את מרכיבי הידע הקריטים לאופנים השונים. כאשר תלמיד התמקד במרכיב קריטי מסוים השמתי אותו באופן התשובה המתאים.

קטגוריות ו-ט: קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים:

ו. בנקודת זמן מסוימת לא ניתן לנבא כשערכי ההסתברויות השונות בהתפלגות קרובים ואינם ברי הבחנה.

ז. נקודת זמן מאוחרת הינה פרק זמן סופי בו מתקבלים מצבי-מיקרו רבים.

ח. מתוך ההתפלגות ניתן לחזות רק את הערך הממוצע או רק את המסתבר ביותר.

ט. אחר/ ללא הסבר/ לא מובן.

א. אבחון טעות בטענה מרכיבי ידע - היבט מיקרו	**אבחון טעות בהצדקה**		**תשובה חלופית**	
	ב. שימוש במרכיבי הידע המתייחסים להיבט המיקרוסקופי של המערכת	**ג. שימוש במרכיבי הידע המתייחסים הן להיבט המיקרוסקופי והן להיבט ההסתברותי של המערכת**	**ד. מרכיבי ידע היבט מיקרו + הסתברותי**	**ה. מרכיבי ידע היבט מקרו**
1) תנועת המונומרים המרכיבים את הפולימר הינה אקראית. יישום: איננו יכולים לחזות את גובה הפולימר ברגע מסוים כי תנועתו אקראית.	3) בנקודת זמן מתקבל מצב מיקרו אחד ויחיד. 4) הנחת ההסבתרות השווה: במערכת מבודדת בש"מ ניתן להניח כי ישנה הסתברות שווה לכל אחד ממצבי המיקרו האפשריים. 7) לכל מצב מיקרו ניתן להתאים ערך מסוים של משתנה מקרי (אך, לערך מסוים יכולים להתאים מספר מצבי-מיקרו). יישום: עמרי טוען שבגישה המבוססת על הסתברות, ניתן לחזות ערך משתנה מקרי בנק. זמן. אולם בגישה המבוססת על הסתברות הדבר היחיד שידוע לנו על מצבי המיקרו הוא שיש להם הסתברות שווה להתרחש במצב שוו"מ (4), ולכן איננו יודעים לשייך מצבי מיקרו מסוימים לנק. זמן מסוימות, דוגמת t=5000s (4, 3). כלומר, בנק. זמן מסוימת יכול להתרחש כל מצב מיקרו באופן עקרוני. מכאן שאיננו יודעים את מצב המיקרו המסוים המתרחש בנק. הזמן המסוימת ובהתאם, גם לא את ערך המשתנה המקרי המתאים למצב מיקרו כזה או אחר (7).	3) בנקודת זמן מתקבל מצב מיקרו אחד ויחיד. 8) הסתברות הינה המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים, המתבצעים על מערכות דומות, גדול מאוד N >>1: $P(A) = N(A)/N$ כאשר, $N(A)$ הינו מספר הניסויים בהן התקבל הערך A ו N הינו מספר הניסויים הכולל. 9) בשוו"מ ההתנהגות המקרוסקופית של המערכת אינה תלויה בזמן, ולכן, צפייה בסדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי, כמוה כביצוע מספר ניסויים רב במערכות דומות. 11) התפלגות הינה אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי המשתנה המקרי האפשריים. יישום: איננו יכולים לחזות באמצעות התפלגות ההסתברויות בשוו"מ מה יהיה גובה הפולימר ב t=5000s, מכיוון ובנקודת זמן זו הפולימר נמצא במצב-מיקרו בודד (3) בעוד ההסתברות (וההתפלגות) אינה מוגדרת על מצב-מיקרו בודד אלא על סדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי (8, 9, 11). (לדוגמא- איננו יכולים לחזות האם נקבל "ראש" בהטלת מטבע בודדת אך אנו יכולים לחזות את השכיחות היחסית של קבלת "ראש" בהטלת המטבע מספר רב של פעמים).	כמו תשובה ג' רק המסקנה מנוסחת באופן חיובי: ההסתברות (וההתפלגות) מוגדרת על סדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי ובאמצעותה ניתן לחזות את השכיחות היחסית שבה יתקבל כלאחד מערכי המשתנה המקרי.	18) $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ הינה מדד כמותי למידה בה הערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד מאפיין את מערכת. מכיוון, וערכה של $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ משמש כמדד להסתברות לקבלת ערכים אשר באופן יחסי שונים משמעותית מהערך הממוצע. 19) סטיית התקן היחסית מתכונתית הפוכה לשורש מספר החלקיקים $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$, כלומר, ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה. 20) במערכות מקרוסקופיות הערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד, שווה לערך המסתבר ביותר. יישום: בניגוד למערכות עם מספר החלקיקים קטן, במערכות מקרוסקופיות, אנו יכולים לתאר את המערכת באמצעות ערך ממוצע/מסתבר ביותר המתקבל מהתפלגות ההסתברות. מכיוון ובמערכות מקרוסקופיות, סטיית התקן היחסית זניחה ולכן הערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד מאפיין טוב את המערכת.

טבלה 6.6: אופני תשובות מומחה מנוסחים באמצעות מרכיבי ידע, מבחן אמצע שאלה 1 סעיף ג. (1). באפור- מרכיבי הידע הקריטיים לאופנים השונים

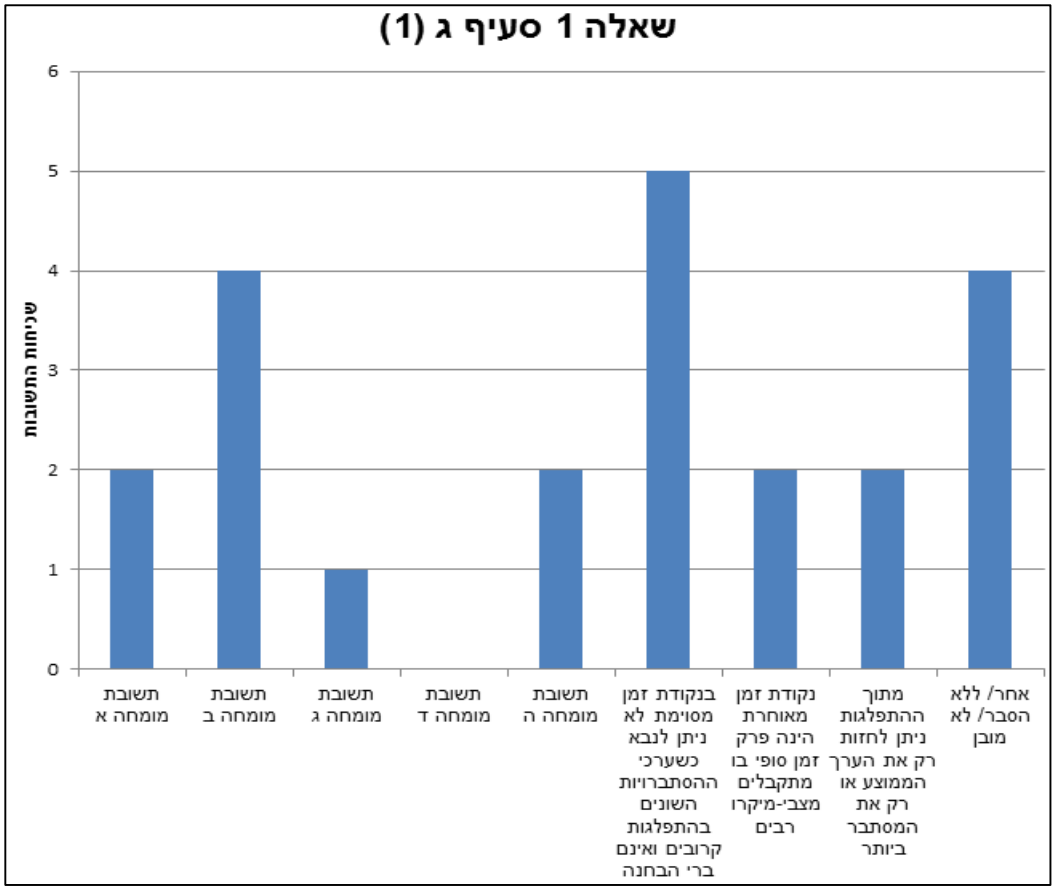
תלמיד	ציטטות - תשובות התלמידים לסעיף ג(1), וכן תשובות בסעיפים נוספים במידה והיתה התייחסות רלוונטית סימון בקו תחתון בוצע ע"י החוקר, בהתאם לקידוד	קידוד למרכיבי ידע ואופני תשובה	הסבר לקידוד
s6	עמרי אינו יכול לחזות במדוייק את גובה הפולימר בשוו"מ ב t=5000s מכיוון ותנועת הפולימר היא אקראית ואי-אפשר לחזותה במדוייק. עמרי יכול להגיד כי המצב הסביר ביותר הוא H=2, אך אין ביכולתו להגיד בוודאות כי זה המצב ב t=5000s	1 (א)	התלמיד שולל את הטענה של עמרי בהתבסס על היות התופעה אקראית ומכאן שאינה ברת ניבוי מדויק
s10	טענתו של עמרי לא נכונה, לא ניתן לחזות את מיקומו של הפולימר במצב שוו"מ מכיוון שלפי הנחת שוו"מ סטטיסטי מערכת מבודדת של חלקיקים הנמצאת במצב שוו"מ יכולה להימצא במידה שווה בכל אחד ממצבי-המיקרו שלה.	4 (ב)	התלמיד שולל את ההצדקה של עמרי בהתבסס על הנחת שוו"מ סטטיסטי
s14	**ג(1)** הוא לא יכול לחזות זאת מכיוון שהתפלגות ההסתברות לא נותנת לנו את הגובה של הפולימר בכל רגע אלא את ההסתברות לכל גובה. עמרי יכול להניח שלפי התפלגות ההסתברות יש הכי הרבה סיכוי שב T=5000 הגובה יהיה 2. **ג(2)** מספר הפעמים שנקבל כל גובה ביחס למספר הפעמים שצילמנו את המערכת יהיה קרוב מאוד להסתברות מכיוון שכשמספר הניסויים גדול ניתן להתייחס לכך כצבר סטטיסטי P(A)=N(A)/N (כשמספר הניסויים גדול מאוד).	8, 9, 11 (ג)	התלמיד מדגיש כי ההסתברות אינה חוזה את ערכי המשתנה המקרי בכל רגע ורגע, אך, ב ג(1) לא נותנת הסבר מפורש למה ההסתברות יכולה לחזות; אך, בתשובתו ל ג(2), התלמיד מסביר נכונה שההסתברות חוזה את השכיחות היחסית בצבר הסטטיסטי.
s13	...בנוסף השגיאה היחסית של מערכת זו גדולה משום שמספר המונומרים קטן ולכן הילד לא יכול לחזות במדויק את הגובה	18, 19 (ה)	התלמיד מתייחס לתלות השגיאה היחסית (כנראה מתכוון לסטיית התקן היחסית) במספר החלקיקים ואומר כי במערכות בעלות מספר חלקיקים קטן השגיאה יחסית גדולה .
s1	תשובתו של עמרי לא נכונה מכיוון שישנם שלושה מצבים שבה יכולה להמצא המערכת למרות שההסתברות לקבלת מצבים שונה אין הפרש גדול בין ההסתברויות ולכן אי אפשר לדעת בדיוק באיזה מצב תמצא המערכת.	11 (ו)	התלמיד מציין את העובדה שבהתפלגות ערכי ההסתברות לקבלת הגבהים השונים קרובים זה לזה כסיבה לשגיאה בטענתו של עמרי.
s4	עמרי יכול לחזות מה יקרה ב t=5000s מפני שבפרק זמן הזה קרו מיקרו רב כך שההתפלגות נכונה בקירוב טוב. כלומר, במצב זה ישנו סיכוי של 4/7- הסיכוי הגבוהה ביותר לקבל H=2. אך חזיונו לאו דווקא יהיה נכון מפני שיש סיכוי של: 3/7 שעמרי יטעה.	8, 9, 12 (ז)	האמירה: "עמרי יכול לחזות מה יקרה ב t=5000s מפני שבפרק זמן הזה קרו מספר מצבי מיקרו רב", מרמזת כי לדעת התלמיד נקודת זמן מאוחרת הינה פרק זמן סופי בו מתקבלים מצבי-מיקרו רבים
s17	... עפ"י התפלגות ההסתברות ניתן לחזות רק את הערך המסתבר ביותר במערכת, לא ניתן לחזות ערך מסוים.	20 (ח)	מתוך ההתפלגות ניתן לחזות רק את המסתבר ביותר
s5	טענתו של עמרי נכונה מכיוון שמתוך ההתפלגות אפשר לראות שהסיכוי לקבלת H=2 הוא הסיכוי הכי גבוה. טענה זו נכונה מכיוון ש t=5000s ובגלל שהזמן שעבר הוא גדול אפשר להסתמך על כך שמצב המיקרו בעל ההסתברות הגדולה ביותר הוא זה שסביר להניח יהיה גובה הפולימר ובמקרה זה הוא H=2.	11, 12, 20 (ט)	התלמיד אומר כי הקריטריון הקובע את המידה בה הערך המסתבר ביותר מתאר היטב את הערך הנמדד הוא פרק זמן המדידה (ולא מספר החלקיקים)

טבלה 6.7: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ג (1)

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע. י.) לגבי 50% מהנתונים (אלו המוצגים כאן). אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

IV. ממצאים

תרשים 6.3 מייצג גרפית את תשובות כלל התלמידים למשימה. מכיוון וחלק מהתלמידים נתנו יותר מתשובה אחת, מספר התשובות הכולל גדול ממספר התלמידים.



תרשים 6.3: התפלגות תשובות התלמידים בשאלה 1. ג(1)

ישנן שתי מגמות בולטות בתשובות התלמידים:

א. רוב ברור של תשובות התלמידים שאבחנו (ולא סיפקו תשובה חלופית) את תשובתו של עמרי, ועלו בקנה אחד עם המשגת המומחה, נעזרו במרכיבים המשויכים להיבט המיקרוסקופי של המערכת (תשובות מומחה א + ב) ולא נעזרו במושג הסתברות (תשובת מומחה ג)- 6 תשובות לעומת 1 בהתאמה.

ב. הרבה מתשובות התלמידים מרמזות על קושי בהבנת הגדרת "ההסתברות" (וההתפלגות) והקשר שלה לצפייה בסדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי (מרכיבי ידע 8 ו 9). הדבר בא-לידי-ביטוי גם באמצעות ריבוי ההמשגה המוטעית (5 תשובות)- קטגוריה ו': בנקודת זמן מסוימת לא ניתן לנבא כשערכי ההסתברויות השונים בהתפלגות קרובים ואינם ברי הבחנה - המייחסת באופן מרומז הסתברות לנקודת זמן מסויימת/מצב-מיקרו בודד, וגם במיעוט התשובות המשתמשות בהגדרת ההסתברות להזים את טענתו של עמרי או לספק תשובה חלופית (תשובת מומחה ג- 1 ותשובת מומחה ד- 0 תלמידים, בהתאמה).

בפסקאות הבאות אפרט מגמות אילו-

א. ניתן לחלק את תשובות התלמידים העולים בקנה אחד עם המשגת המומחה דרך נקודת המבט המיקרוסקופית לשניים:

1. תשובת מומחה ב: רוב תשובות אלו (4 מתוך 6) , הזימו את הצדקתו של עמרי תוך התבססות באופן מפורש או מרומז, על הנחת ההסתברות השווה כסיבה לחוסר הוודאות ברגע מסוים. לדוגמא s9 מציין הנחה זאת במפורש:

"... נתון כי המערכת נמצאת בשוו"מ לכן אנו יודעים שיש סיכויים שווים לקבלת כל מצב מיקרו"

ומתשובתו של s3 ניתן להסיק כי הוא מתבסס על הנחה זו:

"עמרי אינו יכול לדעת עובדה זו מכיוון שבהתפלגות ההסתברותית יש סיכוי, אפילו אם הוא קטן, שכל מצב מיקרו יופיע במודל הסתברותי, אין לדעת את התוצאה הסופית"

2. תשובת מומחה א: שתיים מתשובות אילו, הזימו את טענתו של עמרי, כלומר, הן לא התבססו על שיקולים הקשורים באופן ישיר למודל המכנו-סטטיסטי, אלא, הם נתנו סיבה המתבססת על דינמיקת החלקיקים ובפרט על התנועה האקראית שלהם כסיבה לכך שלא ניתן לדעת את גובה הפולימר ברגע מסוים. לדוגמא s6 טוען כי:

" עמרי אינו יכול לחזות במדוייק את גובה הפולימר בשוו"מ ב $t=5000s$ מכיוון ותנועת הפולימר היא אקראית ואי-אפשר לחזותה במדויק"

גם בראיון עם תלמיד זה, בהקשר של תופעת הדיפוזיה, הוא אומר כי האופן האקראי שבו המולקולות נעות אינו מאפשר לחזות במדויק את מיקומם ולכן פירוט המסלולים במודלים הדינמיים מיותר ודווקא המודל ההסתברותי הוא זה שמסביר נכונה את מצב המערכת.

ב. הגדרת ההסתברות-

הסתברות הינה המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים גדול מאוד $N>>1$:

$$\boldsymbol{P(A) = N(A)/N}$$

(כאשר, $N(A)$ הינו מספר הניסויים בהן התקבל הערך A ו N הינו מספר הניסויים הכולל)

אומרת, על דרך השלילה, כי - לא ניתן לייחס הסתברות לניסוי בודד/לתצפית בנקודת זמן מסוימת בה המערכת נמצאת במצב-מיקרו בודד.

הבנה זו חשובה מאוד להמשך הקורס, כאשר, התלמידים ילמדו לתאר, באמצעות המודל המכנו-סטטיסטי, מערכת של חלקיקים עם אינטראקציה או הנמצאים תחת השפעת שדה חיצוני, בעזרת פקטור בולצמן הקובע את ההסתברות של חלקיק להימצא במיקומים שונים במערכת. לדוגמא- למולקולות בשדה כבידה (כגון מולקולות $O2$ באטמוספרה), יש סבירות גבוהה יותר להיות קרובות יותר לאדמה. ניתן לחזות את ההסתברות כי מולקולה נתונה נמצאת בגובה H מעל פני האדמה באמצעות פקטור בולצמן- הסתברות זו הולכת כמו e^{-mgH/k_BT} (כאשר $-mgH$ הינה אנרגיית הכבידה ו k_BT הינו אנרגיה קינטית ממוצעת פר חלקיק). אך, הסתברות זו אינה מתייחסת למדידת מיקום חלקיק בנקודת זמן אחת, אלא, הסתברות זו מתייחסת למדידות רבות של מיקום של חלקיק נתון במשך זמן רב מאוד (או למדידות מועטות אך של מיקומי כלל החלקיקים במערכת מקרוסקופית). כלומר, שימוש בפקטור בולצמן מניח כי התבצע ממוצע על מיקום החלקיק במשך זמן מדידה ארוך, בו החלקיק דגם מיקומים מספר רב של פעמים.

אולם, תשובות התלמידים לשאלה זו מרמזות שהם מייחסים הסתברות לתצפית בנקודת זמן מסוימת, לדוגמא:

s1: " תשובתו של עמרי לא נכונה מכיוון שישנם שלושה מצבים שבה יכולה להימצא המערכת למרות שההסתברות לקבלת מצבים שונה אין הפרש גדול בין ההסתברויות ולכן אי אפשר לדעת בדיוק באיזה מצב תמצא המערכת"

s13: "טענתו של עמרי אינה נכונה, הוא אמנם יכול לומר מה הגובה שיש לו סיכוי רב להיות בו (H=2) משום שבו יש את מספר מצבי המיקרו הגובה ביותר ועל כן ההסתברות הכי גדולה היא שהוא יהיה בו, אך הוא אינו יכול לומר זאת בוודאות משום שעבור המצבים האחרים מספר מצבי-המיקרו קרובים לזה של H=2..."

כלומר, תלמידים אילו אומרים, שהטענה שניתן לחזות את גובה הפולימר בנקודת זמן מסוימת, הינה שגויה, בגלל שערכי ההסתברויות לקבלת הגבהים השונים אינם שונים מאוד זה מזה (ובפרט-ערך ההסתברות לקבלת הגובה המסתבר ביותר H=2, אינו שונה מאוד מערכי ההסתברות של שאר הגבהים) ולכן גם גבהים אילו אפשריים. ובעצם אומרים שעבור התפלגות צרה יותר כן היה ניתן לייחס הסתברות לנקודת זמן בודדת.

בנוסף, שני תלמידים הציעו תשובה חלופית לטענתו של עמרי, כלומר, הם ענו על השאלה- מה התפלגות ההסתברות כן יכולה לחזות? ובפרט, הציעו את תשובת המומחה ה':

s13: "...בנוסף השגיאה היחסית של מערכת זו גדולה משום שמספר המונומרים קטן ולכן הילד לא יכול לחזות במדויק את הגובה"

s15: "לצערנו עמרי טועה ☺. במצב שוו"מ אחרי t=5000s עמרי אינו יכול לדעת בוודאות מה יהיה גובה הפולימר שכן חוקי ההסתברות חלים בוודאות טובה אך ורק על גדלים ממוצעים במערכות N>>0 של "חלקיקים"..."

כלומר, תשובות התלמידים מרמזות כי הם מבינים היטב את נקודת המבט המקרוסקופית, ובפרט-ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה, ולכן, במערכות מקרוסקופיות שגיאת התקן היחסית זניחה כך שהערך הממוצע החזוי מתאר במדויק את הערך הנמדד.

אם כי, שני התלמידים מתעלמים מהתיאור הסטטיסטי המפורט ביותר שניתן לקבל מהתפלגות ההסתברויות: השכיחות היחסית לקבלת כל ערכי המשתנה המקרי השונים (כלומר, לא רק את הערך הממוצע). כאשר, דבר זה אינו תלוי במספר החלקיקים אלא במספר מצבי-מיקרו שנדגמו במהלך המדידה.

חוסר ההתייחסות או הקושי בהבנת התיאור הסטטיסטי השלם ביותר של ההתפלגות של s15 נראה גם בתשובתו לסעיף ג (2) (סעיף הבא) בו הוא מתייחס להתפלגות רק כמתארת את השכיחות היחסית הערך המסתבר ביותר ולא מתייחס לשאר הערכים.

6.2.2.2 חיזוי בפרק זמן

I. סעיף ג2 בשאלה

מצלמים את מצבי-המיקרו של הפולימר 7000 פעמים במשך זמן ארוך כלשהו. מתוך התפלגות ההסתברות הנ"ל מה ניתן לומר על גבהי הפולימר בתמונות שצולמו.

יש לציין שהשימוש במונח "מצלמים" בניסוח השאלה הסתמך על כך שהתלמידים לא יראו בכך צילום בזמן חשיפה סופי אלא ישייכו "מצלמים" ל snapshots של מצבי המיקרו הנדגמים בפרק זמן, כפי שהמונח "צילומים" שימש בדיונים בכתה. אכן כך קרה.

מטרת הלמידה הנבחנת בשאלה היא תיאור מצב שוו״מ באופן סטטיסטי מתוך ההתפלגות תוך שימוש בהגדרת ההסתברות לקבלת ערך מסוים כשכיחות היחסית של ערך זה בצבר סטטיסטי של פריימים בשוו״מ.

II. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

בטבלה 13 תשובת המורה לשאלה 1 סעיף ג (2) מנוסחת באמצעות מרכיבי הידע ונקודות המבט (בהתאם לטבלה 6.1) .

מרכיבי ידע – היבט הסתברותי
8) הסתברות הינה המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים, המתבצעים על מערכות דומות, גדול מאוד $N >> 1$: $P(A) = N(A)/N$ כאשר, $N(A)$ הינו מספר הניסויים בהן התקבל הערך A ו N הינו מספר הניסויים הכולל. 9) בשוו״מ ההתנהגות המקרוסקופית של המערכת אינה תלויה בזמן, ולכן, צפייה בסדרה גדולה של מצבי-מיקרו המתקבלים במהלך מדידה בפרק זמן סופי, כמוה כביצוע מספר ניסויים רב במערכות דומות. 11) התפלגות הינה אוסף ההסתברויות לקבלת ערכי המשתנה המקרי האפשריים. יישום: ניתן להניח ש 7000 מצבי-המיקרו שנדגמו במהלך מדידה זו הינו מספר מספיק גדול כך שהתפלגות ההסתברות אומרת לנו בקירוב טוב מהי השכיחות היחסית של מצבי המיקרו בהם נצפה בכל אחד מערכי המשתנה המיקרי ״גובה הפולימר H״ בשוו״מ. ובפרט- ניתן להגיד שכ 2/7 ממצבי מיקרו אילו יראו גובה H=1, ושכ 4/7 ממצבי מיקרו אילו יראו H=2, ושכ 1/7 יראו H=3.

טבלה 6.8: תשובת המורה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ג(2). באפור- מרכיב הידע המספיק לתשובת מומחה

ניסוח השאלה לא חייב את התלמידים להסביר את תשובתם, ולכן, ייתכן ותשובות חלק מהתלמידים לא יכללו את מרכיבי הידע 9 ורק ישתמשו במרכיב ידע 8 . בנוסף, תלמיד המשתמש במרכיב ידע 8 בתשובתו כנראה יודע את מרכיב ידע 11 גם אם לא כתב אותו במפורש. לכן, סימנתי בטבלה 6.8 באפור את מרכיב ידע 8 כמספיק לתשובת מומחה המתאים לניסוח שאלה זו.

III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

בהתאם לאמור מעלה מרכיב ידע 8 מהווה קטגורית מומחה למענה על השאלה.

כל התלמידים, חוץ מתלמיד אחד שלא ענה על השאלה s17, יודעים להשתמש במרכיב ידע 8, בין אם הם מדברים על כל מרכיבי ההתפלגות או מתמקדים במסתבר ביותר.

בהתאם, לא עלו קטגוריות נאיביות. כמו שנאמר למעלה, היו תלמידים, שבנוסף ליישום מרכיב ידע 8, גם הסבירו את תשובתם, לדוגמא:

> s5: *״מכיוון שמספר הפעמים שצולמו הוא רב והמערכת נמצאת בשוו״מ, כלומר הסיכוי שכל מצב-מיקרו יקרה הוא שווה, אפשר לומר שרוב הצילומים (בערך 4000 צילומים) יהיו שגובה הפולימר הוא H=2, חלק יותר קטן (בערך 2000 צילומים) יהיה שגובה הפולימר הוא H=1, וחלק קטן מאוד (בערך 1000 צילומים) שגובה הפולימר יהיה H=3״.*

והיו שהמענה שלהם לא מפורש ודל (יישום מרכיב ידע 8 ובאופן חלקי) , לדוגמא:

> s15: ״ ניתן לומר שברוב הצילומים גובה הפולימר יהיה H=2 משום שזהו הערך המסתבר ביותר למשתנה המקרי H גובה הפולימר.״

IV. ממצאים

מבחינת המענה על השאלה, N=16 תלמידים מיישמים מרכיב ידע 8, בין אם הם מדברים על כל מרכיבי ההתפלגות או מתמקדים במסתבר ביותר. מכאן סביר להניח שמבינים גם 11.

יש לשים לב שהמשימה רומזת ל ותומכת ב התייחסות למרכיבי ידע 8 -9 : הגדרת ההסתברות (8), והקשר שבין ההסתברות לערך מסוים לשכיחות היחסית לקבלתו במדידה בפרק זמן סופי בה נדגמים מספר רב של מצבי-מיקרו (8 ו 9). הרמיזה מתבטאת בכך שבמשימה זו מצויין מספר מצבי-המיקרו שצולמו וגם נאמר שהם צולמו "במשך זמן ארוך", דבר המכוון את התלמידים להתייחס למרכיבים 8 ו 9. התמיכה מתבטאת בכך שבמשימה זו התלמידים מתבקשים באופן מפורש לקשר בין התפלגות ההסתברות לגבהי הפולימר בתמונות שצולמו, דבר המכוון את התלמידים למרכיב 8.

ובאמת, בסעיף ג (1), רוב תשובות התלמידים לא ציינו מרכיבים אילו בתשובתם.

דוגמא לניסוח שלא היה מרמז ל ותומך ב התייחסות למרכיבי הידע הנ"ל- " מצלמים את מצבי-המיקרו של הפולימר בפרק זמן סופי. האם מתוך התפלגות ההסתברות הנ"ל ניתן לומר משהו על צילומים אילו? אם כן, מה ניתן לומר? הסבירו". ניסוח כזה אף היה דורש מהתלמידים להבין את מרכיב ידע 12- מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי.

מעבר למענה על השאלה, מעניין לשים לב לדגש שחלק מהתלמידים נותנים לערך המסתבר ביותר. לדוגמא:

> s15: "ניתן לומר שברוב הצילומים גובה הפולימר יהיה H=2 משום שזהו הערך המסתבר ביותר למשתנה המקרי H גובה הפולימר."

אחד מהתלמידים, אף, התייחס לממוצע – הגודל שיימדד בניסוי.

> s3: "רוב גבהי הפולימר יהיו ב H=2, מכיוון וההסתברות למצב זה היא הגבוהה ביותר: 4/7. הגובה הממוצע של הפולימר הוא H=1.857."

השימוש במילה "רוב" מרמז כי גם s15 וגם s3 מבינים את התיאור הסטטיסטי השלם המתקבל מההתפלגות, כלומר, הם מודעים לשכיחויות היחסיות גם של שאר הגבהים. אך, הם בכל זאת מתמקדים בקבלת הערך המסתבר ביותר ו/או הממוצע.

נשים לב, במקרה של הפולימר המורכב מ 3 מונומרים סטית התקן גדולה, כלומר, ישנה הסתברות לא מבוטלת לקבלת כל גבהי הפולימר אשר באופן יחסי שונים מאוד מהערך המסתבר ביותר והממוצע. ולכן, במודל המכנו-סטטיסטי, על מנת לתאר באופן הולם מערכת עם מספר קטן של חלקיקים, נדרשת לתאר את התפלגות כל הגבהים האפשריים.

מתשובת תלמידים אילו לשאלה זו, ניתן להסיק כי התלמידים "מסתכלים על המערכת במשקפיים מקרוסקופיים", כלומר- מה שחשוב זה מצב-המקרו של המערכת המאופיין ע"י ערך הנמדד מקרוסקופית (בפרק זמן מקרוסקופי), כאשר, ערך זה הוא ממוצע ערכי ההתפלגות ושווה לערך המסתבר ביותר במערכות מקרוסקופיות. גם בסעיף ג(1), s15, נותן מרכזיות להיבט המקרו לתיאור המערכת, דבר המחזק את טענה זו כלפיו:

> s15: "לצערנו עמרי טועה ☺. במצב שוו"מ אחרי t=5000s עמרי אינו יכול לדעת בוודאות מה יהיה גובה הפולימר שכן חוקי ההסתברות חלים בוודאות טובה אך ורק על גדלים ממוצעים במערכות N>>0 של "חלקיקים"..."

6.2.2.3 בין נקודת זמן לפרק זמן

להלן אשווה בין תשובות התלמידים לסעיף ג(1) וג(2):

השאלה	ג. (1). עמרי, תלמיד מ״ח בינתחומי, טוען כי מתוך התפלגות ההסתברות הנ״ל הוא יכול לחזות את גובה הפולימר בש״מ ב- t=5000sec. האם טענתו נכונה? הסבירו.	ג.(2). מצלמים את מצבי-המיקרו של הפולימר 7000 פעמים במשך זמן ארוך כלשהו. מתוך התפלגות ההסתברות הנ״ל מה ניתן לומר על גבהי הפולימר בתמונות שצולמו.
הקשר השאלה	נקודת זמן מסוימת/מצב-מיקרו מסוים	סדרה גדולה של מצבי-מיקרו
דרישה	אבחון טענה לגבי אפשרויות החיזוי באמצעות התפלגות הסתברות בנקודת זמן	שימוש בהגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית לחיזוי ביחס למצבי המיקרו בפרק זמן

השוואה בין שאלות ג(1) ו ג(2) בשאלה 1 במבחן האמצע

תשובת המומחה לסעיף ג (2) מחייבת שימוש במרכיב ידע 8- הגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בצבר גדול של ניסויים. גם על סעיף ג (1) ניתן לענות תוך שימוש במרכיב ידע 8 (תשובת מומחה ג, תרשים 7) הגם שקיימות גם דרכי מענה שאינן עושות שימוש במרכיב זה. בפועל רק תלמיד אחד ענה על סעיף ג (1) באמצעות הגדרת ההסתברות בעוד רוב התלמידים (N=16) השתמשו בהגדרה זו בתשובתם לסעיף ג (2). לעניות דעתי, הבדל זה נובע הן מההקשר המתואר בשאלה ג (1) והן מדרישתה. ההתייחסות לנקודת זמן מסוימת בסעיף ג (1) , כנראה הסיט את התלמידים לענות על שאלה זו באמצעות נקודת המבט-המיקרוסקופית/מצב-המיקרו המאפיין נקודת זמן מסוימת, כפי שבאמת הרבה מהתלמידים ענו (תשובות מומחה א+ב, תרשים 6.3). בנוסף, הדרישה בסעיף זה לאבחן טענה מסוימת, ״מאפשרת״ מגוון תשובות רב, כפי שבאמת קרה - תשובות התלמידים סווגו לשמונה קטגוריות (תרשים 7). ולבסוף, ההתייחסות לנקודת זמן מסוימת + הדרישה לאבחון הטענה השגויה של עמרי, גורמת להחצנת תפיסה נאיבית נפוצה (5 תלמידים, תרשים 6.3) הגורסת כי ההסתברות יכולה לנבא את המתרחש בנקודת זמן מסוימת/במצב מיקרו מסוים.

לעומת זאת, ההתייחסות בסעיף ג (2) לסדרה גדולה של מצבי-מיקרו, בנוסף לדרישה ״מתוך התפלגות ההסתברות הנ״ל מה ניתן לומר על גבהי הפולימר בתמונות שצולמו״, מכוונים את התלמידים להשתמש בהגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בסדרה גדולה של מצבי-מיקרו או מערכות דומות (רכיבים 8 ו 9) וליישם אותו לתיאור מצב שיווי-המשקל של המערכת[53]. ובאמת, כך קרה.

לסיכומו של דבר, נראה שהתלמידים מבינים כי מצב שיווי-משקל של מערכות עם מספר חלקיקים קטן מתואר באמצעות התפלגות ההסתברות, כלומר, באמצעות ההסתברות לקבלת ערכי משתנה מקרי שונים. אך, הגדרת ההסבתרות כשכיחות היחסית במספר רב של מערכות דומות או במספר רב של מצבי-מיקרו הנדגמים במהלך המדידה, אינה מבוררת די הצורך.

[53] דוגמא לניסוח שלא היה מרמז ל ותומך ב התייחסות למרכיבי הידע הנ״ל- ״ מצלמים את מצבי-המיקרו של הפולימר בפרק זמן סופי. האם מתוך התפלגות ההסתברות הנ״ל ניתן לומר משהו על צילומים אילו? אם כן, מה ניתן לומר? הסבירו״. ניסוח כזה אף היה דורש מהתלמידים להבין את מרכיב ידע 12- מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי.

6.2.3 בין הערך הנמדד (מקרו) להתפלגות ערכי המשתנה המקרי

להן אתייחס לשני סעיפים הקשורים ביניהם, האחד עוסק ב N קטן והשני ב N גדול:

I. סעיף ד בשאלה

מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית (בפרק זמן מקרוסקופי ובמוניטור מקרוסקופי) של גובה הפולימר הנ"ל המורכב מ 3 מונומרים? הסבירו. האם ערך זה מאפיין היטב מערכת זו? הסבירו.

I. סעיף ה בשאלה

האם מדידה מקרוסקופית של גובה פולימר המורכב מ 10,000 מונומרים, תיתן ערך שיאפיין יותר טוב מערכת זו מאשר מערכת 3 המונומרים הקודמים?

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה: מה קובע את המידה בה הערך הנמדד יאפיין טוב?

שאלות אלו בוחנות שתי מטרות למידה מרכזיות:

1. מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית? הבנת המושג "מדידה מקרוסקופית" וחיזוי/חישב הערך המתקבל במדידה זו. בפרט, "מדידה מקרוסקופית" הינה מדידה המתרחשת בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי. הערך המתקבל במדידה מקרוסקופית משקף ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים במהלך זמן המדידה (ממוצע על זמן המדידה). ניתן לחזות/לחשב את הערך הנמדד בניסוי ע"י ממוצע על ערכי המשתנה המקרי השונים - $\langle A\rangle = \sum_A A\cdot P_A$ מתוך ההתפלגות. כאשר $\sum_A A\cdot P_A$ הינה סכימה על ערכי המשתנה המקרי A האפשריים המוכפלים בהסתברות לקבלתם P_A.

2. האם הערך הנמדד מאפיין היטב מערכת זו? הבנת הגודל הפיזיקלי הקובע את המידה בה הערך הנמדד מאפיין את המערכת- סטיית התקן היחסית $\frac{\sigma_A}{\langle A\rangle}$ ותלותו במספר החלקיקים. בפרט, ערכה של סטיית התקן היחסית משמש כמדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מהערך הנמדד או הערך הממוצע החזוי. סטיית התקן היחסית, מתכונתית הפוכה לשורש מספר החלקיקים $\frac{\sigma_A}{\langle A\rangle}\propto\frac{1}{\sqrt{N}}$. לכן, במערכות עם מספר קטן של חלקיקים, ערך סטיית תקן יחסית גבוה (כלומר- ערכה של סטיית התקן σ_A הינו מסדר גודל של הערך הממוצע $\langle A\rangle$), דבר המצביע על הסתברות גבוה לקבלת ערכים רחוקים מהערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד, ולכן ערך זה אינו מאפיין טוב את המערכת (וההפך).

בסעיפים הבאים ניתוח הנתונים והדיון יתבצע בפרד לכל אחת מתתי-השאלות ומטרות הלמידה המרכזיות בנפרד.

6.2.3.1 חיזוי הערך המתקבל במדידה מקרוסקופית – N קטן

I. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

בטבלה 6.9 תשובת המורה לשאלה הראשונה בסעיף ד' מנוסחת באמצעות מרכיבי הידע ונקודות המבט (בהתאם לטבלה 6.1).

מרכיבי ידע – היבט מקרו
ש: מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית של גובה הפולימר הנ"ל המורכב מ 3 מונומרים? הסבירו.
12) מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי. 13) בתיאור ניסויי, מקרוסקופי, הערך הנמדד הינו ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים במהלך זמן המדידה (ממוצע על זמן המדידה). 14) חיזוי של הערך הנמדד בהתבסס על ההתפלגות החזויה מתקבל מממוצע על ערכי המשתנה המקרי השונים שבהתפלגות החזויה- $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$. כאשר $\sum_A A \cdot P_A$ הינה סכימה על ערכי המשתנה המקרי A האפשריים המוכפלים בהסתברות לקבלתם P_A · יישום מרכיבי הידע בזמן המדידה המקרוסקופית של גובה הפולימר, הפולימר מבצע הרבה מהלכים אקראים ונמצא בהרבה מצבי-מיקרו בעלי גבהים שונים. תוצאת מכשיר המדידה הינה ממוצע על ערכי הגבהים השונים המתקבלים בזמן המדידה. ניתן לקבל ממוצע זה מתוך התפלגות ההסתברות לפי $\langle H\rangle = \sum_{H=1}^{3} P(H)\cdot H = \frac{2}{7}\cdot 1 + \frac{4}{7}\cdot 2 + \frac{1}{7}\cdot 3 = 1\frac{6}{7}$

טבלה 6.9: תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ד', תת-שאלה ראשונה

II. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

טבלה 6.10 מציגה ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (מרכיבי ידע ואופני תשובת מומחה המופיעים בטבלה 6.9). וקטגוריות bottom-up: מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם.

קטגוריות מומחה top down.

ניסוח שאלה זו- "מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית ..." יכול להתפרש באופנים שונים:
א. תיאור המדידה המקרוסקופית, הערך שמתקבל במהלכה וחיזוי ערך זה מתוך ההתפלגות (כפי שהתכוון המורה- מרכיבי ידע 12, 13, 14).
ב. תיאור המדידה המקרוסקופית והערך שמתקבל במהלכה (מרכיבי ידע 12, 13).
ג. חיזוי/חישוב הערך שמתקבל במדידה המקרוסקופית (מרכיב ידע 14 בלבד).
רוב התלמידים התייחסו לאופן ג'. המשותף לשלושת האופנים הוא ההבנה שהערך הנמדד הינו ממוצע (על פני זמן המדידה או על פני ערכי המשתנה המקרי שבהתפלגות ההסתברות). ולכן, לתשובות תלמידים המשקפות הבנה זו אתייחס כתקינות. בנוסף, חלק מתשובות התלמידים מראות כי הם יודעים שהערך שמתקבל הינו ממוצע, אך, הם לא יודעים כיצד להשתמש בנוסחה לחישוב הממוצע: $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$ (מרכיב ידע 14) או לא היו מודעים לנוסחה זו ולכן אמרו כי הערך המסתבר ביותר או בקירוב הערך המסתבר ביותר הוא הממוצע. אסמן תשובות אלו כ 14'. גם תשובות אילו אקבל כתקינות. להחלטה זו ישנן שתי סיבות: 1. ההבנה שהערך שמתקבל הוא ממוצע (ולא לדוגמא אחד מערכי המשתנה המקרי) היא ההבנה החשובה בחלק זה של השאלה, ולא חישוב ממוצע זה. 2. במהלך השנה הנוסחה הוצגה בכיתה, אך לא תורגלה. התלמידים חישבו את הערך הממוצע כערך המסתבר ביותר בהתפלגות סימטרית שהתקבלה מהדמיה נומרית (מבוססת מודל מכנו סטטיסטי).
בהתאם, הגדרתי קטגוריה א – "תשובת מומחה - ערך מקרו נמדד הוא ממוצע".
לקטגוריה זו מוינו תשובות ברמות ביצוע שונות: הן תלמידים שענו תשובה נכונה ומקיפה (מלוא מרכיבי הידע 12,13,14), נכונה (14), או תקינה בנורמות הכתה (14').

קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים:

תשובות שניתנו ע"י לא יותר מתלמיד אחד מוינו לקטגוריה ג (אחר/ללא תשובה).
אצל שלושה תלמידים צפה קטגוריה נאיבית משותפת מהנוסח
קטגוריה ב- "רוב הסיכויים שיתקבל הערך המסתבר ביותר".

תשובה כזו אינה נותנת את המענה המצופה - חישוב ערך מקרו יחיד. היא אינה מתייחסת לערך הממוצע בכלל, ובפרט כערך המסתבר ביותר או קרוב לערך זה. במקום, התלמיד מתמקד בהתפלגות הסיכוי לקבלת ערכי משתנה מקרי, בפרט - סיכוי מקסימלי לערך המסתבר ביותר.

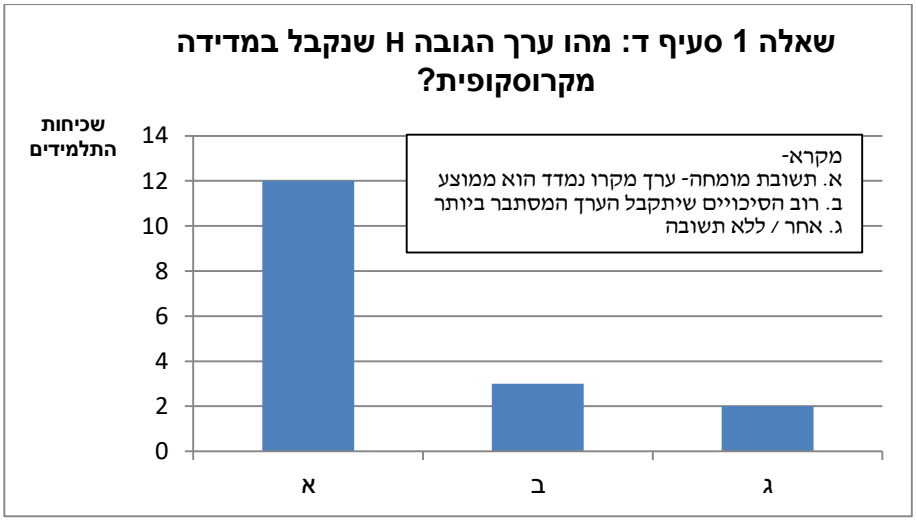
	ציטטות - תשובות התלמידים ד'- חלק ראשון: מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית? סימון בקו תחתון בוצע ע"י החוקר, בהתאם לקידוד	**מרכיבי ידע וקטגוריה**	**הסבר לקידוד**
s14	מצב זה הוא מצב של צבר סטטיסטי מכיוון שזוהי מערכת בשוו"מ כלומר אינה תלויה בזמן שיש המון תצפיות ברצף במערכת, ערך הגובה H שיינתן לי הוא הערך הממוצע של כל הגבהים כלומר- $\langle A\rangle = \sum_{i=0}^{A} A\cdot P(A) \Rightarrow \langle H\rangle = \left(1\cdot\frac{2}{7}\right)+\left(2\cdot\frac{4}{7}\right)+\left(3\cdot\frac{1}{7}\right) = 1\frac{6}{7}$	12, 13, 14 (א)	תשובת מומחה- אופן א': בתשובה זו יש הסבר על מהי מדידה מקרוסקופית על הערך שמתקבל במדידה זו וחישב של ערך זה מתוך ההתפלגות.
s1	...ככל שמגדילים את הזמן כך מצטרפים עוד ערכים לפעמון ואז הממוצע אמור לתת לנו ערך שיתאר את המערכת...	12 ,13 (א)	תשובת מומחה- אופן ב': בתשובה זו יש הסבר על מהי מדידה מקרוסקופית ומהו הערך שמתקבל במדידה זו אך אין חישוב של ערך זה מתוך ההתפלגות.
s5	$\langle H\rangle = \left(1\cdot\frac{2}{7}\right)+\left(2\cdot\frac{4}{7}\right)+\left(3\cdot\frac{1}{7}\right) = 1\frac{6}{7} = 1.857$. 1.857 הוא הערך הממוצע של גובה H במדידה המקרוסקופית "	14 (א)	תשובת מומחה- אופן ג': בתשובה זו יש רק חישוב של הממוצע המתקבל מתוך ההתפלגות.
s6	הערך שנקבל במדידה מקרוסקופית הוא H=2 בקירוב טוב. זאת משום שבמדידה מקרוסקופית הערך המתקבל הוא ערך ממוצע, מכיוון שבזמן רב של במספר גדול של מדידות הערך שיתקבל בכמות הגדולה ביותר הוא H=2 אני מניח כי ממוצע הערכים יהיה H=2 בקירוב טוב	12 ,13, 14' (א)	אמנם התלמיד לא יודע להשתמש בנוסחא $\langle A\rangle = \sum_A A\cdot P_A$ אך הוא יודע שהערך שצריך להתקבל הוא ממוצע והוא בקירוב טוב כנראה יהיה הערך המסתבר ביותר.
s10	רוב הסיכויים שנקבל H=2, משום שלגובה זה יש את הסבירות הכי גדולה...	11 (ב)	תשובה זו אומרת כי הסיכוי הכי גבוה הוא שיתקבל הערך המסתבר ביותר
s13	הערך H שנקבל הוא H=2, ע"פ החוק השני של התרמודינמיקה עבור כל תהליך ספונטני במערכת מבודדת האנטרופיה גדלה, על פי תכונות האנטרופיה אנו יודעים שכאשר מצבי-המיקרו רבים יותר האנטרופיה גדולה יותר ולכן, במערכת זו האנטרופיה הכי גדולה היא עבור H=2 ולכן זהו הגובה שנקבל במדידה מקרוסקופית.	(ג)	המסתבר ביותר יתקבל כי האנטרופיה מקסימלית עבורו.

טבלה 6.10: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה ראשונה

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע. י.) לגבי 40% מהנתונים (אלו המוצגים כאן). אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

III. ממצאים

תרשים 6.4 מייצג גרפית את התפלגות התשובות. מתוך 17 התלמידים שענו לשאלה הרוב, N=12, מבינים כי הערך המתקבל במדידה מקרוסקופית הינו ערך ממוצע על פני זמן המדידה ו/או משוקלל מההתפלגות.



תרשים 6.4: התפלגות תשובות התלמידים בחלק הראשון של שאלה 1 סעיף ד'

7 מ 12 התלמידים השתמשו בהתפלגות: $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$, ארבעה מתוכם בצורה תקינה. הדבר כנראה נובע מכך שלא בוצע תרגול של הביטוי לחישוב הממוצע (כמתואר למעלה), וכדאי לחזק היבט זה בסבבים הבאים. 3 מ 12 התלמידים לא פירטו את רכיב ידע 13 "בתיאור ניסויי, מקרוסקופי, הערך הנמדד הינו ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים במהלך זמן המדידה (ממוצע על זמן המדידה)" אלא רק השתמשו בנוסחת חישוב הממוצע.

בקטגוריה ב', N=3 תלמידים אומרים כי ההסתברות הגבוה ביותר לקבל את הערך המסתבר ביותר במדידה מקרוסקופית, בניסוי. תשובות אלו מחשיבות ערך המתקבל בניסוי כערך המשויך למצב-מיקרו בודד (לנקודת זמן מסוימת) הנדגם במקרה באמצעות מכשיר המדידה. בהמשך נראה שתפיסה זו של הערך הנמדד המתקבל בניסוי גם מתבטאת בתשובת תלמידים אילו לגבי החלק השני של שאלה 4, בפרט, הם טוענים כי הערך הנמדד לא יכול לאפיין את המערכת כי יש הסתברות גם לקבלת ערכים אחרים.

תשובת תלמידה s13, מעניינת. תלמידה זו נעזרת בחוק השני של התרמודינמיקה בכדי לחזות את הגודל שיתקבל בניסוי. אולם, תשובה זו מרמזת על אי-בהירות לגבי ההבחנה בין ערכי משתנה מקרי שבהתפלגות לבין מצב-מקרו. בפרט, ההתפלגות מתייחסת להסתברויות לקבלת כל ערכי המשתנה המקרי בשוו"מ. ואילו, החוק השני מתייחס להתפתחות המערכת בין מצב-מקרו אחד לאחר, כאשר, מצב-מקרו מוגדר ע"י ממוצע על ערכי המשתנה המקרי שבהתפלגות. כלומר- התפלגות ההסתברות הינה תיאור סטטיסטי מפורט יותר ממה שהחוק השני מתאר. התלמידה בתשובתה התייחסה לערך משתנה מקרי כמצב-מקרו. תשובות חלק מהתלמידים בהמשך המבחן, בשאלה על התפתחות בזמן של מצבי-המקרו באמצעות החוק השני (שאלה 2 ב, סעיף 6.3.2) מרמזות על אי-בהירות הפוכה, כלומר, תשובות אילו עונות במונחים של הסתברות ערכי המשתנה המקרי במקום בהתפתחות מצבי-המקרו.

6.2.3.2 סטיית התקן היחסית ותלותה במספר החלקיקים– N קטן

I. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

בטבלה 6.11 תשובת המורה לתת-השאלה השנייה בסעיף ד'- האם הערך הנמדד מאפיין היטב מערכת זו? מנוסחת באמצעות מרכיבי הידע ונקודות המבט (בהתאם לטבלה 6.1).

מרכיבי ידע – היבט מקרו	
האם הערך הנמדד מאפיין היטב מערכת זו? הסבירו	
מה הגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין" את המערכת?	**מה קובע את המידה בה הערך הנמדד יאפיין טוב?**
18) $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ הינה מדד כמותי למידה בה הערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד מאפיין את מערכת. מכיוון, וערכה של $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ משמש כמדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מערך זה. יישום: סטיית תקן יחסית קטנה, כלומר- מרבית מצבי המיקרו הנדגמים במהלך המדידה הם בעלי ערך קרוב לערך הנמדד A.	19) סטיית התקן היחסית מתכונתית הפוכה לשורש מספר החלקיקים $\frac{1}{\sqrt{N}} \propto \frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$, כלומר, ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה. יישום: מספר N החלקיקים. הסיבה: ככל ש N גדול יותר, סטית התקן היחסית קטנה יותר

טבלה 6.11: תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ד', תת-שאלה שנייה

תת-שאלה זו חולקה לשני מרכיבי ידע, אחד הנוגע למשמעות סטיית התקן היחסית (18) והשני לתלותה במספר החלקיקים (19).

II. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

טבלה 6.12 ו 6.13 מציגות ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (מרכיבי ידע ואופני תשובת מומחה המופיעים בטבלה 6.11). וקטגוריות bottom-up: מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם.

1. מה הגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין" את המערכת?

קטגוריות א: קטגוריות מומחה top down.

א. הגודל המייצג את המידה בה "ערך נמדד מאפיין את המערכת" הוא סטית התקן היחסית. ערך נמדד מאפיין טוב את המערכת כאשר מרבית מצבי המיקרו הנדגמים במהלך המדידה הם בעלי ערך קרוב לערך הנמדד A. סטית התקן היחסית היא מדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מהערך הממוצע. בהתאם, הערך הנמדד מאפיין טוב את המערכת כאשר סטית התקן היחסית קטנה, ולהיפך.

קטגוריות ב-ג: קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים

ב. הגודל המייצג את המידה בה "ערך נמדד מאפיין את המערכת" הוא ההסתברות לקבלת ערכים שונים (א.ש. לאו דווקא רחוקים) מהערך הנמדד.

בפרט, כאשר יש הסתברות גבוהה לקבלת ערכים כלשהם השונים מהערך הנמדד אזי ערך זה לא מאפיין טוב את המערכת, ולהיפך. אולם, בהחלט אפשרי שיש הסתברות לא זניחה לקבלת ערכים שונים מהערך הנמדד ועדיין סטיית התקן היחסית קטנה, והערך הנמדד מאפיין היטב את המערכת, כמתואר בדוגמא הבאה: בגז המכיל מספר אבוגדרו N של חלקיקים, הערך הנמדד הינו $\overline{\mathrm{N}} = \mathrm{N}/2 = 5 \times 10^{23}$ מולקולות בכל מחצית של הקופסא. במערכת זו ישנה הסתברות לא זניחה לקבלת תנודות של עד 10^{12} מהערך הנמדד (סטית התקן). אמנם, זהו מספר רב של תנודות אך גם תחת תנודות אלו מספר החלקיקים במחצית הקופסא שווה בקירוב לערך הנמדד. לדוגמא, עבור תנודה של 10^{12}, נקבל שבמחצית הקופסא יש $\mathrm{N}' = 5.00000000001 \times 10^{23}$, אך ערך זה בקירוב שווה לערך הנמדד $\frac{\mathrm{N}'}{\overline{\mathrm{N}}} \cong 1$. כלומר, במערכות מקרוסקופיות ישנה הסתברות לקבלת הרבה ערכים השונים המערך הנמדד אך ערכים אילו אינם רחוקים מערך זה אלא בקירוב שווים לו ולכן ערך זה מאפיין טוב את המערכת.

ג. הגודל המייצג את המידה בה "ערך נמדד מאפיין את המערכת" הוא ההתאמה בין הערך הנמדד לערך הממוצע המתקבל מההתפלגות החזויה.

ד. אחר/לא ברור/ אין תשובה

תלמיד	ציטטות - מה הגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין" את המערכת? סימון בקו תחתון בוצע ע"י החוקר, בהתאם לקידוד	מרכיבי ידע קטגוריה	הסבר לקידוד
s15	הגובה H שסביר יחסית שנקבל הוא H=2. ערך זה אינו מאפיין את המערכת בצורה טובה יחסית משום שסטיית התקן גדולה יחסית במצב זה וגדלים ממוצעים מאפיינים את המערכת בצורה טובה רק כאשר סטיית התקן במערכת זו קטנה יחסית ולכן ערך זה לא יאפיין את המערכת בצורה טובה במיוחד. תוספת: $\frac{\sigma_n}{\langle N \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ אינו קטן במיוחד (לעומת $\frac{1}{\sqrt{N_a}}$ (מספר אבוגדרו) לדוגמא) לכן סטיית התקן במערכת זו גדולה ולכן הערכים הממוצעים אינם מאפיינים טוב את המערכת)	18 (א)	
s9	לפי התפלגות ההסתברות כנראה התוצאה תהיה H=2, אך ערך זה אינו מאפיין טוב את המערכת מפני שהוא מציג מצב מקרו אחד מתוך שלושה מצבי מקרו קיימים למערכת. בנוסף, סטיית התקן במערכת זו היא יחסית גדולה, לפי היחס $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{n}}$. מפני שיש רק 3 חלקיקים, אז סטיית התקן היא גדולה יחסית לכן ישנו סיכוי גדול יותר שהמערכת לא תמצא במצב המקרו הכי מסתבר.	11 (ב)	למרות שהתלמיד מציין את סטיית התקן היחסית ואת תלותה במספר החלקיקים, ניכר שהתלמיד חושב כי סטיית התקן היחסית הינה מדד להסתברות לקבלת ערכים כלשהם השונים מהערך הנמדד (קטגוריה ב). הערה: כשהתלמיד אומר מצבי-מקרו הוא מתכוון לערכי הגבהים האפשריים.
s1	כן, למרות שהשגיאה היחסית גדולה במספרים קטנים עלפי פעמון ההתפלגות הסטיסטי ככל שמגדילים את הזמן כך מצטרפים עוד ערכים לפעמון ואז הממוצע אמור לתת לנו ערך שיתאר את המערכת.	8, 12, 13, 14 (ג)	תלמיד זה מודע לסטיית התקן היחסית ולתלותה במספר החלקיקים, אך, חושב שבמקרה זה דווקא ההתאמה בין הערך הנמדד לערך הממוצע המתקבל מההתפלגות החזויה היא הגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה הערך הנמדד "מאפיין" את המערכת. בפרט- ככל שמשך זמן המדידה גדול יותר, נדגמים יותר ערכים (12) והתפלגות השכיחות היחסית מקבלת את צורת הפעמון. כלומר- היא יותר מתקרבת להתפלגות ההסתברות החזויה (8), ואז הערך הנמדד (ממוצע על ערכי המשתנה המקרי הנדגמים 13) הוא הערך הממוצע החזוי (14), ולכן, מתאר טוב יותר את המערכת.
s11	ערך הגובה שנקבל במדידה מקרוסקופית הוא 1.857 ממוצע מכיוון שזהו ערך ממוצע של גודל פיזיקלי (H) ערך זה לא מאפיין את המערכת הזאת טוב מכיוון שבמערכות כל-כך קטנות הסטיית תקן היחסית גדולה מאוד וכל סטייה קטנה מתרחקת מאוד מהממוצע. בנוסף, במערכת זאת ספציפית לא יכול להיווצר מספר לא שלם כי החלקיקים חייבים להיות על סריג.	(ד)	בנוסף לתשובת המומחה- סטיית התקן היחסית, תלמידה זו מציינת גם את ההתאמה בין הערך הנמדד לערכי המשתנה המקרי האפשריים במודל השריג.

טבלה 6.12: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה שניה, מרכיב ידע 18

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע. י.) לגבי 20% מהנתונים (אלו המוצגים כאן). אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

2. מה קובע את המידה בה הערך הנמדד מאפיין טוב את המערכת?

קטגוריות א: קטגוריות מומחה top down.

א. תשובת מומחה- מספר N החלקיקים.

הסיבה: ככל ש N גדול יותר, סטית התקן היחסית קטנה יותר.

קטגוריות ב-ג: קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים

ב. מספר הערכים הנדגמים במהלך המדידה.

ג. גודלו של מרחב המדגם- מספר מצבי-המיקרו האפשריים.

ד. אחר/לא ברור/ אין תשובה

תלמיד	**ציטטות - תשובות התלמידים ד': מה קובע את המידה בה הערך הנמדד מאפיין טוב את המערכת?** סימון בקו תחתון בוצע ע"י החוקר, בהתאם לקידוד	**מרכיבי ידע וקטגוריה**	**הסבר לקידוד**
s13	...שמערכת זו מורכבת מ-3 מונומרים שזה מספר קטן ולכן השגיאה היחסית שמתכונתית ל $\frac{1}{\sqrt{N}}$ תהיה גדולה	19 (א)	
s4	ערך הגובה שנמדד במדידה מקרוסקופית בפרק זמן מקרוסקופי לא יאפיין טוב את המערכת מפני שבפרק זמן כזה מתרחשים הרבה שינויים במיקומי המונומרים..."	12 (ב)	מהלך המדידה מתקיים בפרק זמן סופי שבו מתקבלים הרבה מצבי מיקרו אשר לכל אחד מהם משויך ערך כלשהו של משתנה מקרי (גובה הפולימר) (12)
s3	ערך זה אינו מאופיין היטב מערכת זו, מכיוון ולמערכת זו יש מספר מצבי-מיקרו יחסית מועט.	5 (ג)	
s2	...ערך זה לא מייצג טוב את המערכת כי סטיית התקן לעומת מצבי-המיקרו היא יחסית גדולה	(ד)	

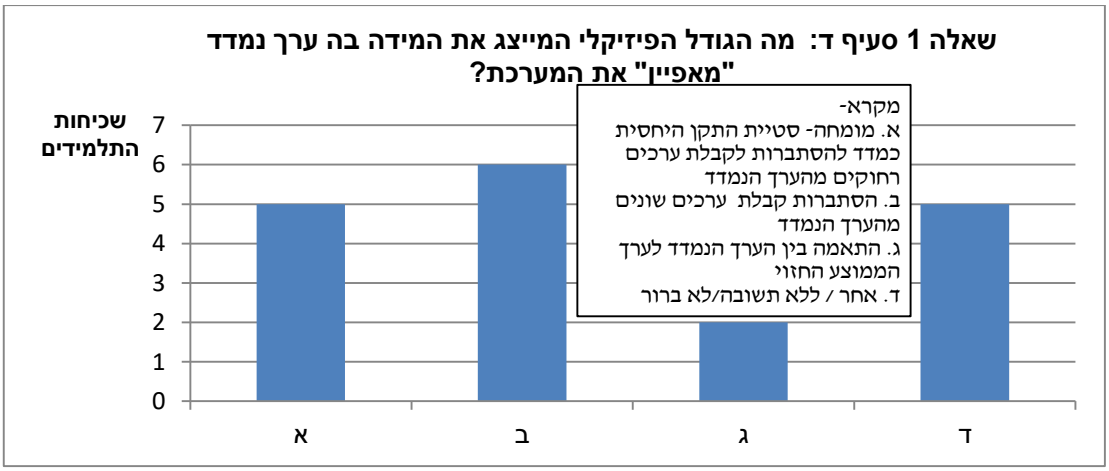
טבלה 6.13: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ד, תת-שאלה שנייה, מרכיב ידע 19.

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע. י.) לגבי 20% מהנתונים (אלו המוצגים כאן). אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

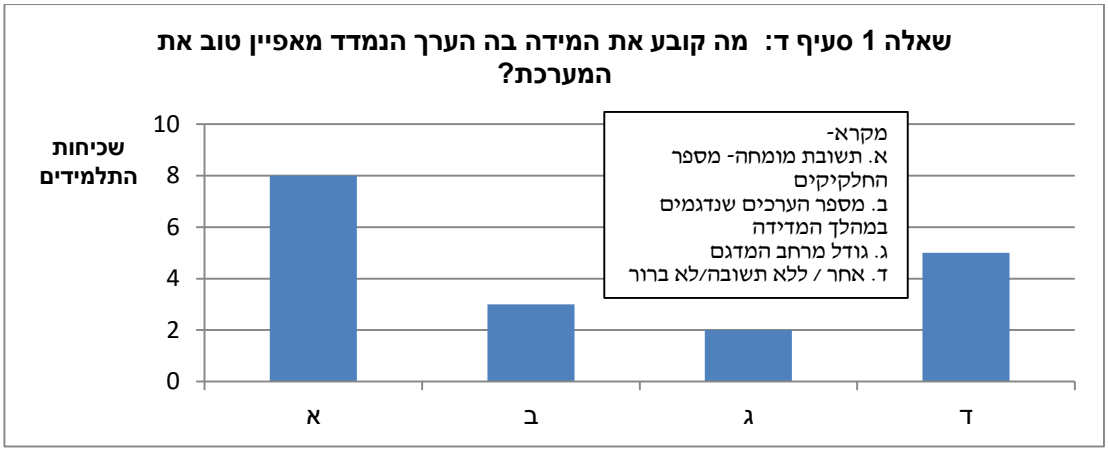
III. ממצאים

לסטיית התקן היחסית ולתלותה במספר החלקיקים, ישנה חשיבות מכרעת בהבנת המודל המכנו-סטטיסטי. מטרת מודל זה הינה חיזוי מצבי-המקרו של המערכת המקרוסקופית- מצבים המתוארים באמצעות מספר קטן של ערכים ממוצעים של גדלים פיזיקליים (לעומת תיאור המערכת באמצעות מצבי-המיקרו שלה- פירוט מקומי ומהירויות כל חלקיקי המערכת). הסיבה שמצב-המקרו מתאר היטב מערכות מקרוסקופיות, $N>>1$, הינה סטיית תקן יחסית זניחה, שמשמעותה, הסתברות זניחה לקבלת סטיות רחוקות מהערך הממוצע. כלומר, בכל רגע ורגע מתקבלים ערכים שבאופן יחסי דומים מאוד לערך הממוצע ולכן ערך זה (מצב המקרו) מאפיין טוב את המערכת.

תרשים 6.5 ו 6.6 מייצגים גרפית את תשובות כלל התלמידים לשאלות- מה הגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין" את המערכת? ו- מה קובע את המידה בה הערך המדד מאפיין טוב את המערכת? , בהתאמה.



תרשים 6.5: התפלגות תשובות התלמידים לחלק השני של שאלה 1 סעיף ד' , תת-שאלה ראשונה, מרכיב ידע 18



תרשים 6.6: התפלגות תשובות התלמידים לחלק השני של שאלה 1 סעיף ד' , תת-שאלה שנייה, מרכיב ידע 19

עיקרי הממצאים מתרשימים אלו הם:

1. למרות חשיבותו של מושג סטית התקן היחסית, רק N=5 תלמידים מזכירים בתשובתם, באופן העולה בקנה אחד עם המשגת המומחה, את סטיית התקן היחסית כגודל הפיזיקלי המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין" את המערכת (תרשים 6.5). בנוסף, חמשת תלמידים אילו גם מציינים כי ערכה של סטיית התקן היחסית מתכונתי הפוך למספר החלקיקים (תרשים 6.6). לדוגמא:

s11: "ערך הגובה שנקבל במדידה מקרוסקופית הוא 1.857 ממוצע...ערך זה לא מאפיין את המערכת הזאת טוב מכיוון שבמערכות כל-כך קטנות הסטיית תקן היחסית גדולה מאוד וכל סטייה קטנה מתרחקת מאוד מהממוצע..."

2. התשובה הנאיבית הנפוצה ביותר, N=6 תלמידים, לגבי הגודל המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין את המערכת", היא: ההסתברות לקבלת ערכים שונים (אך לאו דווקא רחוקים) מהערך הנמדד (תרשים 6.5, קטגוריה ב'). אך, תלמידים אילו חלוקים בהשקפתם לגבי מהו הערך הנמדד ו/או מה הקובע את המידה בה הערך הנמדד מאפיין את המערכת, כדלהלן:

א. שלושה תלמידים ציינו כי הסיכוי הגבוה ביותר היא שהערך הנמדד הינו הערך המסתבר ביותר. כלומר, הם אינם מייחסים את הערך הנמדד לממוצע על ערכים השייכים למספר רב של מצבי-מיקרו אלא הם כנראה מייחסים ערך זה לנקודת זמן מסויימת/מצב-מיקרו בודד. תפיסה זו של הערך הנמדד עולה בקנה אחד עם הטענה שערך זה אינו מאפיין טוב את המערכת מכיוון ויש הסתברות גם לקבלת ערכים השונים ממנו. בפרט- אם הערך הנמדד הינו מאפיין של מצב-מיקרו בודד ובמהלך הזמן מתקבלים הרבה מצבי-מיקרו, אז, יש סיכוי שחלק מהערכים השייכים למצבי-מיקרו אילו, לא יתאימו לערך הנמדד-המסתבר ביותר. לדוגמא:

s12: "רוב הסיכויים שנקבל H=2, משום שלגובה זה יש את הסבירות הכי גדולה. גובה זה אינו מאפיין היטב את המערכת משום שאפשרי שיצא תוצאות אחרות ולכן המערכת לא מאופיינת ע"י H=2."

שניים משלושת תלמידים אילו, טוענים כי הדבר שקובע את המידה בה הערך הנמדד יאפיין טוב את המערכת הינו מספר החלקיקים ואף מציינים את התלות ההפוכה של סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים, כלומר- הם מיישמים את מרכיב ידע 19 באופן מקובל מדעית. אך, המשמעות שהם נותנים לסטיית תקן יחסית זו אינה מקובלת מדעית:

s10: "... במערכות בעלות מעט חלקיקים סטיות התקן הן גדולות ולכן ייתכן שהגובה יהיה גם אחר ולא בהכרח 2"

s9: " ... מפני שיש רק 3 חלקיקים, אז סטיית התקן היא גדולה יחסית לכן ישנו סיכוי גדול יותר שהמערכת לא תמצא במצב המקרו הכי מסתבר."

כלומר, המשמעות שהם מייחסים לסטיית תקן יחסית גדולה היא הסתברות גבוה יותר להימצא בערך גובה (אצל תלמיד s9- מצב-מקרו הינו ערך גובה מסוים) שאינו המסתבר ביותר (הנמדד לפי דעתם). כמובן והסבר זה לא עולה בקנה אחד עם ההסבר המקובל מדעית, לאמיתו של דבר ההפך הוא הנכון.

ב. שני תלמידים מציינים כי הדבר הקובע את המידה בה הערך הנמדד יאפיין טוב את המערכת הינו מספר מצבי-המיקרו/ ערכי הגובה הנדגמים במהלך המדידה:

s4: "ערך הגובה שנמדד במדידה מקרוסקופית בפרק זמן מקרוסקופי לא יאפיין טוב את המערכת מפני שבפרק זמן כזה מתרחשים הרבה שינויים במיקומי המונומרים. הערך שנקבל $H=2$ כי לפי ההסתברות זה הערך שיופיע הכי הרבה בפרק זמן ארוך. "

s17: "נקבל $H=1$ ... $H=1$ הוא הערך המסתבר ... ערך זה יתקיים רק במקרה שניקח dt מספיק גדול. אם נקטין את מרווחי הזמן בהם אנו מודדים למרווחים קטנים סביר להניח שנקבל פעמים רבות ערכים שונים מ 1."

כלומר, שני התלמידים אומרים כי מספר מצבי המיקרו המתרחשים (s4) או מספר הערכים הנדגמים (s17) במהלך המדידה המקרוסקופית גורמים לערך הנמדד לא לאפיין טוב את המערכת. s17 אף אומר שאם נגדיל את מרווחי הזמן dt בהם אנו דוגמים את המערכת במהלך המדידה המקרוסקופית, נדגום פחות ערכים ולכן נקבל פחות פעמים ערכים אשר הינם שונים מהערך הנמדד (שהינו המסתבר ביותר לדעתם) ואז ערך זה יתאר טוב יותר את המערכת (וההפך).

ג. לבסוף, תלמיד אחד טוען כי ככל שמספר מצבי-המיקרו האפשריים גדול יותר (כלומר- ככל שגודלו של מרחב המדגם גדול יותר) כך הערך הנמדד מאפיין פחות טוב את המערכת:

s8: *סעיף ד'- "...ממוצע זה מאפיין טוב את המערכת מכיוון שכמות המונומרים אינה גדולה"*

סעיף ה'- "לא, מכיוון שככל שכמות המונומרים גדלה, אז מתקבלים יותר אפשרויות מצבי מקרו Ω_{tot}, ולכן איננו נוכל לאפיין טוב יותר את המערכת."

נשים לב כי תלמיד זה לא ציין במפורש את המשמעות של ערך נמדד ה"מאפיין טוב" מערכת, אך, מתוך תשובתו לסעיפים ד' וה' ניכר שתלמיד זה טוען כי ככל שגודלו של מרחב המדגם גדול יותר כך הערך הנמדד מאפיין פחות טוב את המערכת. מתשובה זו אני מסיק כי תלמיד זה חושב שערך שמאפיין טוב מערכת הוא ערך אשר מספר הערכים האפשריים השונים ממנו הינו קטן.

3. תפישה חלופית נוספת שצפה, הגם שרק אצל שני תלמידים, היא כי הגודל המייצג את המידה בה ערך נמדד "מאפיין את המערכת" הוא ההתאמה ביו הערך הנמדד לערך הממוצע החזוי מההתפלגות. לדוגמא:

s1: ככל שמשך זמן המדידה גדול יותר, נדגמים יותר ערכים ההתפלגות השכיחות היחסית מקבלת את צורת הפעמון ואז הממוצע אמור לתת לנו ערך שיתאר את המערכת."

תשובת s1 משקפת הבנה של הגדרת ההסתברות (מרכיב ידע 8): ככל שזמן המדידה גדל השכיחות היחסית מתכנסת לערך קבוע- ההסתברות החזויה[54] . אך, השאלה בסעיף ד' לא שאלה האם הערך הנמדד מוגדר טוב? אלא היא הניחה מדידה מקרוסקופית בה נדגמים מספר רב של מצבי-מיקרו ולכן הערך הממוצע מוגדר טוב, והיא שאלה- האם ערך זה מאפיין טוב את המערכת? תשובה לשאלה זו תלויה במספר חלקיקי המערכת ובגדולה של סטיית התקן היחסית. מעניין לראות שתשובתו של תלמיד זה לסעיף ג(1), הדרש את הבנת הגדרת ההסתברות, לא הראתה הבנה במושג זה (ראו טבלה 6.7).

6.2.3.3 בין הערך הנמדד (מקרו) להתפלגות ערכי המשתנה המקרי – N גדול

I. סעיף ה בשאלה

האם מדידה מקרוסקופית של גובה פולימר המורכב מ 10,000 מונומרים, תיתן ערך שיאפיין יותר טוב מערכת זו מאשר מערכת 3 המונומרים הקודמים?

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה: מה קובע את המידה בה הערך הנמדד יאפיין טוב?

בפרט- סטיית התקן היחסית $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ מתכונתית הפוך למספר החלקיקים ולכן ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה והערך הממוצע החזוי או הערך הנמדד מאפיין טוב יותר את המערכת.

II. תשובת מומחה + מיפוי למרכיבי ידע

בטבלה 6.14 תשובת המורה לשאלה 1 סעיף ה' במונחי מרכיבי הידע ונקודות המבט (בהתאם לטבלה 6.1).

מרכיבי ידע – היבט מקרו
19) סטיית התקן היחסית מתכונתית הפוכה לשורש מספר החלקיקים $\frac{1}{\sqrt{N}} \propto \frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$, כלומר, ככל שמספר החלקיקים גדל סטיית התקן היחסית קטנה. יישום מרכיבי הידע כן. ככל שמספר חלקיקי המערכת גדל, כך סטיית התקן היחסית קטנה. כלומר, הערך הנמדד/הממוצע הינו באופן יחסי הערך המתקבל בכל רגע ורגע במערכת ולכן מאפיין טוב יותר את המערכת.

טבלה 6.14: תשובת מומחה מנוסחת באמצעות מרכיבי ידע, שאלה 1 סעיף ה'

III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

קידוד: טבלה 6.15 מציגה ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (מרכיבי ידע ואופני תשובת מומחה המופיעים בטבלה 6.14). וקטגוריות bottom-up: מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם.

קטגוריות א: קטגוריות מומחה top down.

א. תשובת מומחה- סטיית התקן היחסית מתכונתית הפוך למספר החלקיקים.

לכן, ככל שמספר החלקיקים גדול יותר, סטיית התקן היחסית קטנה יותר והערך הנמדד מאפיין טוב יותר את המערכת. זו קטגוריה העולה בקנה אחד עם קטגורית המומחה.

קטגוריות ב: קטגוריה bottom-up העולות מתשובות התלמידים:

ג. אחר/ ללא תשובה.

[54] בפרקי זמן קצרים של מדידת השכיחות היחסית יכולה להיות לא קבועה. דוגמא אנלוגית- אם נטיל מטבע רק 4 פעמים נוכל לקבל בכל ניסוי שכזה מגוון שכיחויות יחסיות אך אם נטיל אותו מיליון פעמים נקבל בקירוב טוב שחצי מהפעמים יצא פלי.

תלמיד	ציטטות - תשובות התלמידים שאלה 1 ה׳ וכן תשובות בסעיף ד׳ במידה והייתה התייחסות רלוונטית סימון בקו תחתון בוצע ע״י החוקר, בהתאם לקידוד	מרכיבי ידע וקטגוריה	הסבר לקידוד
s6	כן, כאשר הפולימר מורכב מ-10,000 מונומרים ... סטיית התקן קטנה בהרבה כאשר מספר החלקיקים גדול. סטיית התקן מתכונתית ל $\frac{1}{\sqrt{N}}$	19 (א)	כשהתלמיד אומר ״מצבי-מקרו״ הוא מתכוון לערכי המשתנה המקרי
s2	ערך זה מייצג את המערכת הרבה יותר טוב כי כאשר מספר הניסויים (כל מונומר הוא ״ניסוי״) אז ההסתברות יותר ויותר קרובה לשכיחות היחסית אשר תתקיים במדידה זו.	8 (ב)	התלמיד בעצם אומר שככל שמספר החלקיקים גדול יותר, מספר המדידות גדול יותר[55] . וההסתברות קרובה לשכיחות היחסית.
s12	המדידה המיקרוסוקפית תיתן ערך שפחות מאפיין מערכת זו מאשר מערכת של 3 המונומרים הקודמים, משום שככל שהמערכת בעלת יותר מונומרים, כך השכיחות היחסית של הגובה בעל השכיחות היחסית הגדולה ביותר קטנה. סעיף ד׳: רוב הסיכויים שנקבל H=2, משום שלגובה זה יש את הסבירות הכי גדולה. גובה זה אינו מאפיין היטב את המערכת משום שאפשרי שיצא תוצאות אחרות ולכן המערכת לא מאופיינת ע״י H=2.	(ב)	כוונתו ב ״ השכיחות היחסית של הגובה בעל השכיחות היחסית הגדולה ביותר קטנה״ מתפרשת לפי סעיף ד׳ ״משום שאפשרי שיצא תוצאות אחרות״. כלומר, האפשרות שיצאו גבהים אחרים כאשר מספר החלקיקים גדל היא גדולה יותר (כי השכיחות היחסית של הערך המסתבר ביותר קטנה יותר) ולכן הערך המסתבר ביותר מאפיין אף פחות טוב את המערכת.

טבלה 6.15: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 1 סעיף ה׳

IV. ממצאים

רוב התלמידים, 12 מתוך ה 17, ענו באופן המקובל מדעית על שאלה 1 סעיף ה.

6.2.3.4 בין N קטן ל N גדול

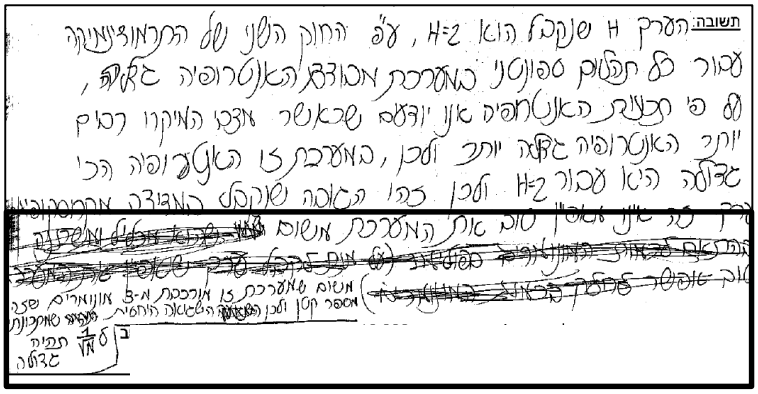
להלן אשווה בין תשובות התלמידים לסעיף ד׳ וה׳.

מתשובות התלמידים לסעיף ד׳ ו- ה׳ ניתן לראות כי הם יודעים שסטיית התקן היחסית מתכונתית הפוך למספר החלקיקים - רכיב ידע 19 (ממצאי סעיף 6.2.3.2 תרשים 6.6, וממצאי סעיף 6.2.3.3). כשהתלמידים מתבקשים להגיד האם ערך נמדד מאפיין את המערכת הם מצליחים ״לשלוף״ את רכיב ידע 19. שליפה זו נפוצה יותר בסעיף ה׳ (12 תלמידים) לעומת ד׳ (שמונה תלמידים), מכיוון וניסוח השאלה בסעיף ה׳ מנגיד בין מספר חלקיקים גדול וקטן ולכן ״מכוון״ את התלמידים לענות באמצעות רכיב ידע 19: ״ ה) האם מדידה מקרוסקופית של גובה פולימר המורכב מ 10,000 מונומרים, תיתן ערך שיאפיין יותר טוב מערכת זו מאשר מערכת 3 המונומרים הקודמים?״ אולם, מתרשים 6.5 אנו רואים שרק 5 תלמידים מבינים את המושג ״סטיית תקן יחסית״ כמדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מהערך הנמדד (רכיב ידע 18).

ובכן, מה משני הסעיפים מלמד על הבנת התלמידים?

להלן תשובת תלמיד s13 לסעיף ד. הריבוע השחור מקיף אזור בו התלמיד משנה את תשובתו.

[55] הדבר נכון כאשר המדידה הינה מעקב אחר מיקום חלקיק אחד. במקרה זה ניתן לעקוב אחר חלקיק אחד הרבה זמן או לעקוב אחר הרבה חלקיקים בזמן קצר יותר. בהקשר של השאלה הדבר לא נכון. ״החלקיק״ בשאלה זו הוא כל הפולימר. אנו עוקבים אחר גובה הפולימר , מספר הפעמים שאנו עוקבים אחר גובהו בפרק זמן מסויים, לא תלוי במספר המונומרים המרכיבים אותו.



סביר להניח כי התלמיד שינה את ההסבר שהוא נתן בסעיף זה לאחר שהוא קרא את סעיף ה׳. בפרט, ניתן לראות כי בחלק המחוק, שנכתב מלכתחילה, התלמיד כותב כי הערך הנמדד אינו מתאר טוב את המערכת בגלל שהמשתנה הוא מספר החלקיקים (יש לשער שהוא עושה כאן שימוש בנושא שנדון בכתה: השאיפה לתאור מערכת כתלות במשתנים אינטנסיביים לעומת אקסטיביים (דוגמת מספר החלקיקים/נפח המערכת) שאינם מבטאים את תכונות החומר). בהמשך הסבר זה נמחק, ובמקומו התלמיד כותב כי מספר החלקיקים הקטן ולכן סטיית התקן היחסית הגדולה היא הסיבה לכך שהערך הנמדד אינו מתאר טוב את המערכת. לענייות דעתי, שינוי זה התרחש אחרי שהתלמיד קרא את סעיף ה׳ והבין כי עליו לענות באופן הקשור למספר חלקיקי המערכת. דבר זה גרם לו ״לשלוף״ את המושג סטיית תקן יחסית.

במקרה זה ניתן לראות שמשימת איסוף הנתונים גורמת לתהליך למידה תוך כדי פתרון המבחן. בתהליך זה ניתן ללמוד גם על ה״חולשה״ הידע השביר מלכתחילה של התלמידים, וגם על ה״חוזקה״ – יכולתם לעדכן את תשובתם. אולם, מסעיף ה׳ לא ניתן לדעת האם התלמידים מייחסים למושג ״סטיית תקן יחסית״ את משמעותה כמדד להסתברות לקבלת ערכים רחוקים מהערך הנמדד. לשם כך יש לשנות מעט את הניסוח של השאלות, דבר שנעשה במסגרת איסוף נתונים חוזר בשנת תשע״ח.

6.3 ממצאים –התפתחות לעבר מצב ש"מ

6.3.1 מתן משמעות של פיזור מרחבי ל S(Cb)

I. סעיף א' בשאלה



כאשר מערבבים ממס ומומס, המבנים האפשריים הם- מצב מעורבב באופן מלא או הפרדה לשני פאזות מאקרוסקופיות הנמצאות בשוו"מ (תמונה 1).

תמונה 1: תופעות של הפרדת פאזות קשורות לתופעות רבות במערכות ביולוגיות. לדוגמא, הפרדת פאזות של החלבונים בעדשת העין גורמת להופעת קטרקט בעין.

ניתן למדל תערובת של 2 סוגי חלקיקים (כחולים B וירוקים G) בעזרת שריג דו-ממדי, בדומה למידול הדיפוזיה. מערכת זו יכולה להימצא במצבי-מקרו בעלי ריכוזים שונים בשני חצאי השריג (תמונה 2).

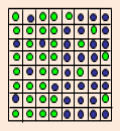


תמונה 2: מימין: דוגמא למצב מיקרו המתאים לערבוב מלא: ריכוז זהה של חלקיקי מומס בשני חצאי השריג. באמצע: דוגמא למצב מיקרו המתאים לערבוב חלקי: ריכוז גבוה של חלקיקי מומס במחצית אחת ונמוכה בשניה. משמאל: דוגמא למצב מיקרו המתאים להפרדה מלאה: כל חלקיקי המומס נמצאים במחצית אחת ריכוזם בה 1.

נתונה מערכת מבודדת של תערובת של שני סוגי חלקיקים (כחולים B וירוקים G) שריכוזם הכללי (בכל נפח הקופסא) הוא 1/2. המערכת הוכנה במצב של הפרדת פאזות חלקית (תמונה 3):

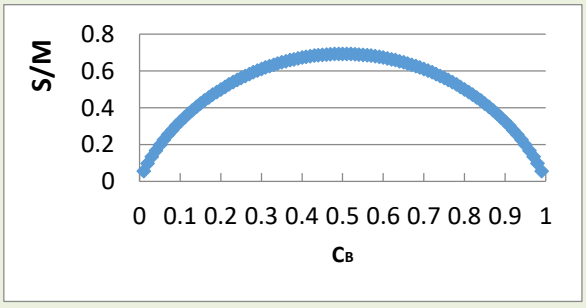
במחצית הימנית - פאזה עשירה בחלקיקים כחולים: $C_B \approx 0.8$

במחצית השמאלית -פאזה ענייה בחלקיקים כחולים (ועשירה בירוקים): $C_B \approx 0.2$

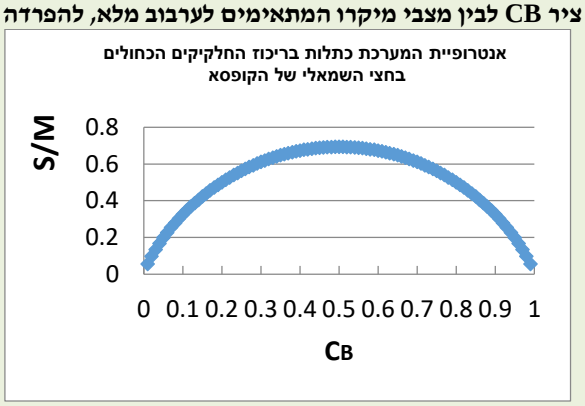


תמונה 3: דוגמא למצב מיקרו אפשרי המתאים למערכת במצבה ההתחלתי

לפניכם גרף אנטרופיה פר תא-שריג (יחידת נפח) כתלות בריכוז חלקיקים כחולים במחצית השמאלית



א. מתחו קו בין הנקודות על ציר CB לבין מצבי מיקרו המתאימים לערבוב מלא, להפרדה מלאה ולמצב ההתחלתי.





תרשים 6.7: שאלה 2 סעיף א

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה הן: מתן משמעות של פיזור מרחבי לגרף $S(C_B)$

II. תשובת מומחה

מצב מקרו (מרכיב ידע 2):

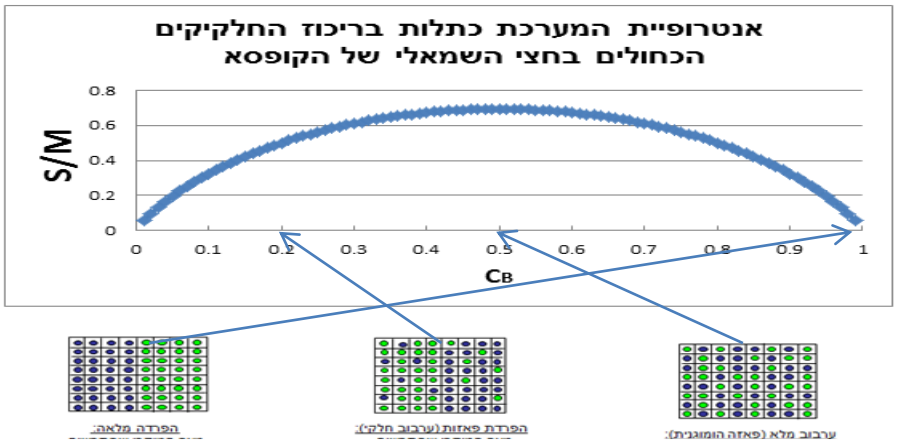
תיאור המערכת ע״י מספר מצומצם של ערכים של גדלים פיסקליים הנמדדים ניסיונית. הערכים הנמדדים הינם ממוצע על פני הזמן של הערכים הנדגמים במהלך המדידה (המשויכים למצבי-המיקרו המתקבלים במהלך המדידה).

תשובת מורה אפשרית:

מצב-מקרו של ערבוב מלא מתואר ע״י ריכוז זהה של חלקיקי מומס בשני חצאי השריג ובפרט CB=0.5 בחצי השמאלי והימני.

מצב-מקרו של ערבוב חלקי מתואר ע״י ריכוז גבוה של חלקיקי מומס במחצית אחת ונמוכה בשניה ובפרט- CB≈0.8 במחצית הימנית ו CB≈0.2 בשמאלית.

מצב-מקרו של הפרדה מלאה מתואר ע״י ריכוז 1 של חלקיקי מומס במחצית אחת ואפס בשניה (כל חלקיקי המומס נמצאים במחצית אחת). ולכן:



III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

טבלה 6.16 מציגה ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (תשובת מומחה המופיעים בסעיף II). וקטגוריות bottom-up: מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם.

קטגוריות א: קטגוריות מומחה top down.

א. תשובת מומחה- שיוך מצבי-המקרו לריכוזים המתאימים להם.

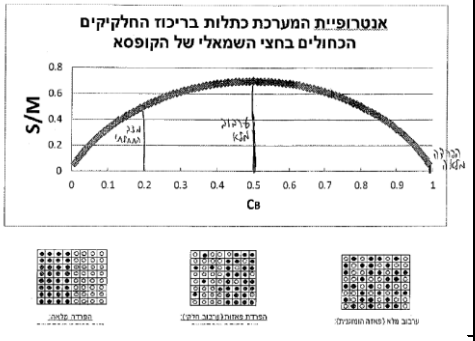
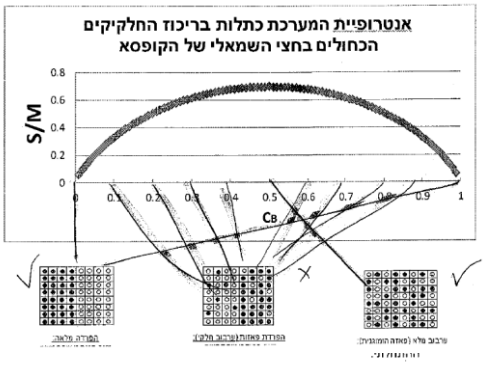
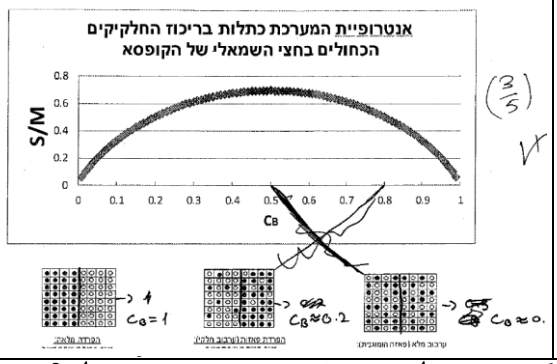
יש לשים לב שהמשימה תומכת בהתייחסות להגדרת מצב-המקרו, מכיוון ובמשימה כתוב שמצבי-המקרו של מערכת זו מתוארים ע״י ריכוזים שונים בשני חצאי המערכת וגם כתוב את ערכי הריכוזים של שלושת מצבי-המקרו הנידונים (תרשים 6.7 תמונה 2). כלומר, התלמידים לא היו צריכים לתאר כיצד ניתן להגדיר מצבי-מקרו למערכת זו ולא לחשב את הריכוזים המקומיים המתאימים לכל מצבי-המקרו הנידונים, אלא- התלמידים היו צריכים רק למקם את מצבי-המקרו לריכוז המתאר אותם בגרף האנטרופיה כתלות בריכוז.

קטגוריות ב-ג: קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים:

ב. שיוך מצב מקרו מסויים למגוון ריכוזים.

בפרט, מצבי המקרו המסויימים המוגדרים ע״י ערבוב- מלא CB=0.5 ו/או חלקיCB=0.2 משוייכים למגוון ריכוזים (מצבי-מקרו) בעלי ריכוזים דומים.

ג. אחר

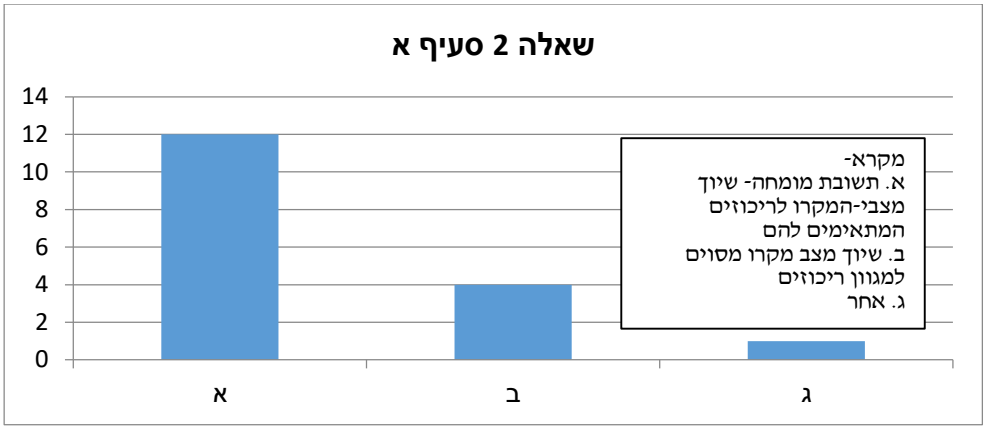
תלמיד	ציטטות - תשובות התלמידים שאלה 2 א׳	קטגוריה	הסבר לקידוד
s5		א	
s6		ב	שיוך מצב-מקרו מסויים של ערבוב-חלקי (הפרדת פאזות) CB=0.2 בחצי שמאל, למספר ריכוזים בהן הריכוז בחצי שמאל נע מ0.1 ועד 0.4 ובחצי הימני מ 0.6 ועד 0.9.
s2		ג	מתייחס לערבוב מלא (פאזה הומוגנית) לא כריכוז אחיד בכל אזור במערכת, ובהקשר זה- CB=0.5 בשני חצאי המערכת. אלא, כריכוז אפס בחצי אחד של המערכת.

טבלה 6.16: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 2 סעיף א׳

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע. י.) לגבי 20% מהנתונים (אלו המוצגים כאן). אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה, חודד מהלך הקידוד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

IV. ממצאים

תרשים 6.8 מייצג גרפית את תשובות כלל התלמידים לשאלה 2 סעיף א. ניתן לראות שרוב התלמידים, N=12 ענו באופן המקובל מדעית על שאלה זו .



תרשים 6.8: התפלגות תשובות התלמידים לשאלה 2 סעיף א'

N=4 תלמידים לא שייכו נכונה את מצבי-המקרו הנתונים בשאלה לריכוזים הנכונים. מתוכם N=3 התקשו בשיוך מצב-מקרו המסויים של ערבוב-חלקי (הפרדת פאזות) C_B=0.2 בחצי שמאל. במקום לשייכו ל CB=0.2 הם שייכו מצב מקרו זה למספר ריכוזים בהן הריכוז בחצי שמאל נע מ 0.1 ועד 0.4 ובחצי ימין מ 0.6 ועד 0.9. ישנן שתי סיבות אפשריות לתושבה חלופית זאת:

א. חוסר הבחנה בין המשתנה המקרי "ריכוז החלקיקים הכחולים C_B בחצי השמאלי של המערכת" אשר יכול לקבל ערכים רבים, לבין מצב-המקרו המוגדר ע"י ערך ריכוז מסויים. בלבול זה יכול לנבוע מהדגש הרב על מערכות בעלות מספר חלקיקים קטן, המתוארת ע"י ההסתברות לקבלת כל ערכי המשתנה המקרי.

ב. הקושי לתפוס את מצב המקרו של הפרדת פאזות (ערבוב חלקי) כמצב-מקרו המוגדר היטב, מכיוון ומחיי היום יום הם אינם נחשפים למצב שכזה, אלא, רוב התלמידים נחשפו בהקשר של הפרדת פאזות למצב-מקרו של הפרדה מלאה (לדוגמא- שמן ומים. אם כי גם במערכת זו אינה הפרדה מלאה ויש קצת חלקיקי שמן במים וההפך).

6.3.2 חיזוי ההתפתחות באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה

I. סעיף ב' בשאלה

ב. האם המערכת תישאר במצב מופרד, או שתתפתח באופן ספונטני לעבר מצב בו יש ערבוב מלא, כלומר- פזה הומוגנית אחת? הסבירו

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה היא שימוש בחוק השני של התרמודינמיקה בכדי לחזות את כיוון התפתחות של המערכת ואת מצב שוו"מ שלה.

II. תשובת מומחה

החוק השני של התרמודינמיקה (מרכיב ידע 3):

עבור כל תהליך המתרחש במערכת מבודדת $\Delta S = S_{final} - S_{initial} \geq 0$

כלומר- בכל תהליך המתרחש במערכת מבודדת האנטרופיה של המערכת לעולם לא קטנה!

המערכת המבודדת מתקדמת ממצב-מקרו אחד לשני כך ש $\Delta S > 0$, כלומר, $S_{final} > S_{initial}$.

מתי התהליך מסתיים? כאשר המערכת מגיעה למצב שוו"מ שבו האנטרופיה מקסימלית S_{max} תחת אילוצי המערכת (לדוגמא- נפח המערכת).

ובהקשר של מערכת זו-במעבר מהמצב של הפרדת פאזות למצב של הערבוב המלא השינוי באנטרופיה גדול מאפס **:**ע״פ הגרף האנטרופיה במצב המעורבב באופן מלא (פאזה הומוגנית) הינה 0.7. והאנטרופיה במצב הפרדת הפאזות בו המערכת הוכנה מלכתחילה הינו 0.5.

ולכן- $\Delta \boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_{\text{ערבוב}} - \boldsymbol{S}_{\text{הפרדה}} = \mathbf{0.2} > \mathbf{0}$

בהתאם, ע״פ החוק השני, המערכת המבודדת תתפתח באופן ספונטני ממצב של הפרדת פאזות למצב של ערבוב מלא. יתרה מכך, על-פי החוק השני התהליך מסתיים כאשר המערכת מגיעה למצב שוו״מ שבו האנטרופיה מקסימלית S_{max}. מכיוון ובמצב של ערבוב מלא האנטרופיה מקסימלית אנו יכולים להניח שזהו מצב שוו״מ של המערכת.

III. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

טבלה 6.17 מציגה ניתוח של דוגמאות תשובות תלמידים המשלב קטגוריות top-down (תשובת מומחה המופיעה בסעיף II). וקטגוריות bottom-up : מרכיבי ידע נאיביים נוספים בהם משתמשים התלמידים בתשובותיהם.

קטגוריות א: קטגוריות מומחה top down.

א. תשובת מומחה- שימוש תקין בחוק השני להסבר תהליך הערבוב.

קטגוריות ב-ג: קטגוריות bottom-up העולות מתשובות התלמידים:

ב. מצב שוו״מ/ערבוב מלא הוא המצב המסתבר ביותר

ג. המערכת שואפת להגיע לעבר מצב שוו״מ/ערבוב מלא

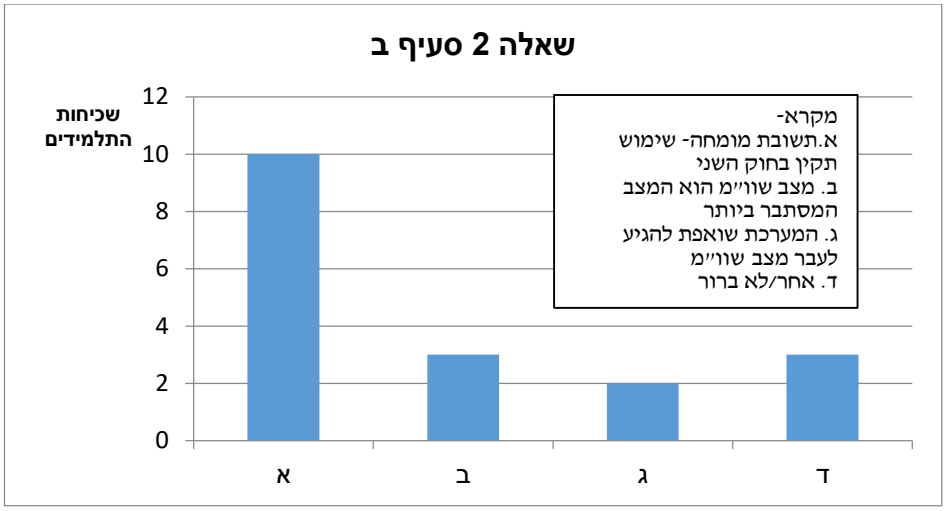
ד. אחר/לא ברור (תשובה דלה מדי)

תלמיד	ציטטות - תשובות התלמידים שאלה 2 ב׳	קטגוריה
s5	בעקבות החוק השני של התרמודינמיקה שקובע : כי האנטרופיה הכוללת חייבת לגדול בתהליך ספונטני עד להגעה לשוו״מ בו האנטרופיה מצאת במצב מקסימלי. ובנוסף (על פי הגרף) האנטרופיה המקסימלית היא כאשר קיים ערבוב מלא. לכן, ניתן להסיק כי על סמך החוק השני המערכת תעבור לערבוב מלא. $\Delta S=Sfinal-Sinitial\geq 0$	א
s16	...המערכת תמשיך להתפתח באופן ספונטני עד שהיא תגיע למצב שוו״מ- ערבוב מלא של החלקיקים, המצב הכי מסתבר	ב
s2	... המערכת היא מערכת מבודדת מכאן נובע שהחוק השני מתקיים בתוך המערכת ובסופו של דבר המערכת מגיעה לשוו״מ	ג
s9	...על פי החוק השני של התרמודינמיקה- לפיו כל מערכת מגיעה בסופו של דבר למצב שוו״מ בו מספר מצבי המיקרו מקסימלי. (א.ש. ניסוח החוק השני ללא המילה ״אנטרופיה״, במקום זאת אומר ״מספר מצבי המיקרו מקסימלי״)	ד

טבלה 6.17: דוגמאות ליישום קטגוריות הניתוח עבור שאלה 2 סעיף ב׳

IV. ממצאים

תרשים 6.9 מייצגת את התפלגות תשובות התלמידים לשאלה 2 סעיף ב׳. ניתן לראות שרוב התלמידים, N=10 ענו באופן המקובל מדעית על שאלה זו .



תרשים 6.9: התפלגות תשובות התלמידים לשאלה 2 סעיף ב'

היו תלמידים, שתשובתם הייתה מלאה, כלומר- הם ציינו את- החוק השני במלואו, את השינויים באנטרופיה במעבר מהמצב של הפרדת פאזות למצב המעורבב תוך התייחסות לגרף ואת העובדה כי המצב המעורבב הוא מצב שוו"מ כי בו האנטרופיה מקסימלית. לדוגמא:

s15: "מכיוון שהמערכת מבודדת היא פועלת על פי החוק השני של התרמודינמיקה שקובע כי dStot≥0 כלומר האנטרופיה שלה תגדל עד להגעה לשוו"מ ובו האנטרופיה מקסימלית. ידוע לנו מן הגרף ש S=Max כשאר CB=0.5 כלומר המערכת מעורבבת באופן מוחלט. בשל כך המערכת תתפתח באופן ספונטני למצב של פאזה הומוגנית אחת"

והיו שהמענה שלהם לא מפורש ודל, לדוגמא:

s1: "המערכת תשאף להגיע למערכת פאזה הומוגנית כי עפ"י החוק השני של התרמודינמיקה האנטרופיה תמיד תגדל"

אולם יש לשים לב כי גם המענה הדל מספק הסבר מספיק למעבר הספונטני ממצב של הפרדת פאזות למצב המעורבב בפרט - המערכת תתערבב כי זה מגדיל אנטרופיה בהתאם לחוק השני.

N=3 תלמידים (s16, s17,s7) השתמשו במונחים הסתברותיים, בפרט- שוו"מ הוא המצב המסתבר ביותר, במקום החוק השני או בנוסף לחוק השני, בכדי להסביר את המעבר למצב המעורבב.

לדוגמא, התלמיד הבא משתמש הן החוק השני והן בהסתברות בכדי להסביר את התפתחות המערכת:

s16: " לפי החוק השני של התרמודינמיקה, האנטרופיה במערכת מבודדת חייבת לגדול, עד שהיא תגיע למצב המקסימלי שלה (שהוא בשוו"מ כיוון שבשוו"מ מספר מצבי המיקרו הוא הגדול ביותר) כלומר- המערכת תמשיך להתפתח באופן ספונטני עד שהיא תגיע למצב שוו"מ- ערבוב מלא של חלקיקים, המצב הכי מסתבר "

ואילו התלמיד הבא משתמש רק במונחים הסתברותיים להסביר את ההגעה לשוו"מ:

s17: "המערכת סבירה להתפתח לעבר מצב בו יש ערבוב מלר. מספר מצבי המיקרו של המערכת הינם רבים ביותר כאשר המערכת בערבוב מלא, כלומר, למערכת יש את ההסתברות הכי גבוהה להגיע למצב בו החלקיקים מפוזרים בכל הנפח"

תשובה מעיין זו מראה על חוסר ההבחנה בין התפתחות מצבי המקרו לעבר מצב שוו"מ לבין התפלגות הסתברות ערכי המשתנה המקרי בשוו"מ.

לבסוף N=2 תלמידם ציינו חוק חלופי לחוק השני האומר כי- המערכת שואפת להגיע לעבר מצב שוו״מ/ערבוב מלא. לדוגמא:

s2: ... המערכת היא מערכת מבודדת מכאן נובע שהחוק השני מתקיים בתוך המערכת ובסופו של דבר המערכת מגיעה לשוו״מ״

6.4 סיכום הממצאים- השגת מטרות הלמידה במבנית- פוסט מיידי (מבחן מחצית)

להלן אסכם את עיקרי הממצאים לגבי תפיסות התלמידים של מערכת בשוו״מ (סעיף 6.2) ושל התפתחות לעבר מצב שוו״מ (סעיף 6.3). דיון בממצאים אילו יעשה בסעיף 8.1.

מערכת בשוו״מ

תשובות התלמידים לשאלה 1 במבחן האמצע (סעיף 6.2) מציגות שתי תמונות שונות לגבי הבנת התלמידים את המודל המכנו-סטטיסטי של מערכת בשוו״מ.

מחד, תשובות אילו מראות כי מרבית התלמידים מיישמים באופן מקובל מדעית את המודל המכנו-סטטיסטי של מערכת במצב ש״מ. בפרט:

א. התלמידים מיישמים היטב מרכיבי ידע הקשורים להיבט המיקרו והמקרו-ממוצע במרחב של המערכת:

הם בונים את התפלגות ההסתברות באמצעות פריטת מצבי המיקרו האפשריים ושיוכם לערכי מקרו ממוצע במרחב מתאימים (התייחסות לערכים השונים של גובה הפולימר בכל אחד ממצבי-המיקרו), בהקשר שונה ממה שהם נחשפו אליו בכיתה, באופן העולה בקנה אחד עם המשגת המומחה (סעיף 6.2.1).

ב. התלמידים מיישמים היטב מרכיבי ידע הקשורים להיבט ההסתברותי של המערכת:

הם מיישמים את הגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בצבר של הרבה ניסויים בכדי לתאר באופן סטטיסיטי את מצב שיווי-המשקל של מערכת עם מספר חלקיקים קטן (סעיף 6.2.2.2).

ג. התלמידים מבינים מרכיבי ידע הקשורים להיבט המקרו- ממוצע במרחב ובזמן של המערכת:

- הם מבינים כי הערך הנמדד הינו ממוצע- על פני זמן המדידה או על פני ערכי המשתנה המקרי שבהתפלגות ההסתברות (סעיף 6.2.3.1). אם כי חלקם לא יודעים כיצד להשתמש בנוסחה לחישוב הממוצע: $\langle A \rangle = \sum_A A \cdot P_A$ (מרכיב ידע 14).

- התלמידים מציינים כי ערך נמדד מאפיין טוב יותר מערכת עם מספר חלקיקים גדול יותר מכיוון וסטיית התקן היחסית קטנה יותר (סעיף 6.2.3.3). אך נראה כי חלקם הגדול לא מבין את המשמעות של סטיית התקן היחסית (סעיף 6.2.3.2).

מאידך, כאשר התלמידים נדרשים לאבחן טענה האומרת כי ניתן לחזות במדויק מערכת בנקודת זמן מסוימת באמצעות התפלגות ההסתברות (סעיף 6.2.2.1) הם נמנעים במענה שלהם מליישם את הגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בצבר סטטיסטי של מערכות. כאשר הם מתבקשים להעריך את המידה בה תיאור מקרוסקופי מאפיין מערכת עם מספר חלקיקים קטן (סעיף 6.2.3.2), הם מתקשים לענות על השאלה באמצעות הבנת המושג סטיית תקן יחסית כמדד להסתברות קבלת ערכים הרחוקים מהערך הנמדד.

התפתחות לעבר מצב שוו״מ

תשובות התלמידים לשאלה 2 במבחן האמצע (סעיף 6.3) מראה כי מרבית התלמידים מיישמים באופן מקובל מדעית את המודל המכנו-סטטיסטי של התפתחות מערכת לעבר מצב ש״מ. בפרט,

מרבית התלמידים (N=12) משייכים את מצבי-המקרו לריכוזים המתאימים להם בגרף S(CB) , ומרבית התלמידים (N=10) משתמשים באופן תקין בחוק השני להסבר תהליך הערבוב. כלומר, הם מסבירים את כיוון התפתחות המערכת, ממצב של הפרדת פאזות למצב של ערבוב הומוגני, באמצעות החוק השני. אולם, ארבעה תלמידים שייכו מצב-מקרו המוגדר ע״י ריכוז מקומי מסויים למספר ריכוזים שונים (סעיף 6.3.1), ולא מעט תלמידים (N=7) לא השתמשו באופן תקין בחוק השני להסבר תהליך הערבוב, מתוכם שלושה תלמידים נקטו גישה של התפלגות ההסתברות בשיווי-משקל (סעיף 6.3.2). תשובות מעיין אילו מראות על חוסר ההבחנה בין התפתחות מצבי המקרו לעבר מצב שוו״מ לבין התפלגות הסתברות ערכי המשתנה המקרי בשוו״מ.

7. ניתוח וממצאים – תפישות התלמידים בשאלון הקדם ובפוסט הדחוי (ראיון):

בשנת תשע״ו, בהיותם בכתה י׳, למדו תלמידי מחזור II להסביר את תופעת הדיפוזיה באמצעות מודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים. בכיתה יא׳-תשע״ז למדו באמצעות מודל מכנו סטטיסטי. בפרק זה אציג את הניתוח והממצאים בהתייחס לשאלת המחקר השניה:

2. האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה באמצעות מודל המבוסס על דינמיקת החלקיקים, מודל מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית?; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש״מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש״מ?

כפי שהוסבר בפרק 5, הנתונים שנאספו במטרה לענות לשאלה זו הם:

א. שאלון pre בתחילת לימוד המבנית ולאחר החשיפה בכיתה י׳ להסבר תופעת הדיפוזיה באמצעות מודלים נומריים המבוססים על דינמיקת החלקיקים (נספח ד).

ב. ראיון מסכם שהתקיים עם תלמידים נבחרים בקיץ, בתום שנה״ל. ראיון זה משמש כפוסט דחוי (נספח ו).

להלן אציג הניתוח והממצאים של תפישות התלמידים בשאלון הקדם (סעיף 7.1) ובפוסט הדחוי (סעיף 7.2).

7.1 שאלון הקדם

בשיעור הראשון של כיתה יא׳ חולק לתלמידים שאלון הבוחן את הבנתם את תופעת הדיפוזיה כפי שלמדו בכיתה י׳. בשאלה הראשונה התלמידים נשאלו לגבי הסיבות לתנועה האקראית של החלקיקים. בשאלה 2 ובחלקה הראשון של שאלה 3, התלמידים נשאלו לגבי מצב ש״מ וההתפתחות לש״מ של תופעת הדיפוזיה (שאלה 2 ו 3 בהתאמה). בסעיף 7.1.1 אציג את תשובת המומחה לשאלות אילו; בסעיף 7.1.2 אתאר את גישת ניתוח הנתונים; בסעיפים 7.1.3- 1.4.7 אתאר את ממצאי הניתוח עבור מצב ש״מ (שאלה 2) והתפתחות לעבר מצב ש״מ (שאלה 3); ובסעיף 7.1.5 אציג סיכום של תפישות התלמידים בשאלון הקדם.

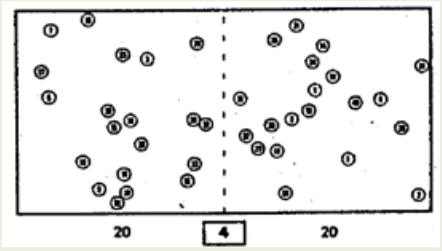
7.1.1 איסוף הנתונים - מיפוי המודלים ונק. המבט בתשובות לשאלון הקדם

תשובות המומחה יחולקו לתשובות המסתמכות על מודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים של תופעת הדיפוזיה ולתשובות המסתמכות על המודל המכנו-סטטיסטי של תופעה זו. בכל מודל אמפה גם את נקודות המבט השונות (מיקרו, מקרו והסתברותית) בהן ניתן לתאר את המערכת. אמנם, אינני מצפה שתלמידים שעדיין לא למדו על המודל המכנו-סטטיסטי יענו לי תשובה המבוססת על המודל זה, אך, השוואת התלמידים לתשובת המומחה המבוססת על מודל זה, תיתן לי נקודת ייחוס ראשונית (קדם) לגבי הבנתם מודל זה, שאוכל להשוואתה אח״כ להבנתם בסוף השנה בראיון שבצעתי בקיץ (פוסט דחוי).

7.1.1.1 מצב ש"מ

I. סעיפים א'+ב' בשאלה- המאפיינים של מצב שיווי-משקל בתופעת הדיפוזיה

נתונה מערכת של 40 מולקולות גז הנמצאות בתוך במיכל . לדוגמא, האיור למטה, ממחיש באופן סכמתי צילום של מערכת המורכבת מ 40 מולקולות גז. מולקולות אילו יכולות לנוע בכל הנפח הפנימי של הקופסא, לעיתים מתנגשות עם קירות הקופסא ולעיתים מתנגשות זו עם זו.



א. כיצד ניתן לקבוע שהמערכת הגיעה לשיווי משקל?

ב. תארו את המערכת בשווי-משקל

תרשים 7.1: שאלה 2 סעיפים א' וב', משאלון הקדם, שחולק בשיעור הראשון של כיתה יא'

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיפים א' (תרשים 7.1) הינה המאפיינים המבחינים בין התנהגות המערכת במצב ש"מ לבין מצב שאינו ש"מ ותיאור מצב ש"מ. התלמידים **אינם** נדרשים להתייחס למודל מבוסס חוקי טבע המסביר מדוע המערכת התפתחה באופן שהתפתחה. בכדי לקבל תמונה יותר שלמה של תשובת התלמידים, בחרתי לנתח את תשובת התלמידים לסעיף א' ביחד עם תשובתם לסעיף ב' שהינו בעל מטרת למידה שבמסגרתה הם יכולים להתייחס גם להיבטים הקשורים לסעיף א'.

תשובת מומחה לסעיפים א'+ב'

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים			
נק. מבט מיקרו + מקרו- ממוצע במרחב		**מנק. מבט מיקרו + מקרו ממוצע במרחב ובזמן**	**מנק. מבט מיקרו + הסתברותית**
מיקרו: ממדלים את תנועת החלקיקים עפ"י MD: חוקי ניוטון או RW: התקדמות לאחד מ 4 כיוונים בהגרלת מספר אקראי			
מקרו ממוצע במרחב: גרף צפיפות-זמן	**מקרו ממוצע במרחב:** היסטוגרמת צפיפות-מקום	**מקרו ממוצע במרחב ובזמן:**	**הסתברותית:**
בהמשך, מחשבים את ערך הצפיפות בחצי אחד של הקופסא ע"י מוניטור מסוים הדוגם את מספר החלקיקים בכל נק. זמן (גרף צפיפות-זמן) מקבלים כי: הצפיפות בחצי זה גדלה/ קטנה בזמן עד כדי תנודות קלות, עד הגעה למצב שיווי-משקל בו הצפיפות המקומית קבועה בזמן עד כדי תנודות קלות.	בהמשך, מחשבים את ערכי הצפיפות בשני החצאים ע"י שני מוניטורים המחלקים את המערכת (היסטוגרמת צפיפות-מקום) והדוגמים את מספר החלקיקים (בכל חצי) בכל נק. זמן. מקבלים כי: התפלגות הצפיפות כתלות במקום משתנה בזמן, עד הגעה למצב שיווי-משקל בו בכל המוניטורים במערכת ישנן תנודות אקראיות בערך הצפיפות סביב ערך קבוע של צפיפות אחידה במרחב.	ממוצע ערכי הצפיפות המקומית, הנדגמים במהלך זמן המדידה, משתנה בזמן (לדוגמא- בהנחה שבהתחלה החלקיקים היו ממוקמים בחצי שמאל, ממוצע ערכי הצפיפות המקומית בחצי זה קטן עם הזמן), עד הגעה למצב ש"מ בו הוא קבוע ואחיד בכל רחבי המערכת.	לאחר הרבה מהלכים אקראיים ניתן להניח, במערכת ללא אינטראקציה בין החלקיקים, כי ישנה הסתברות שווה למצוא חלקיק מסוים בכל המקומות האפשריים במערכת. הדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים.

טבלה 7.1: תשובות מומחה אפשריות, לסעיפים א' וב' של שאלה 2 בשאלון הקדם, מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים מנק. מבט שונות

תשובת מומחה מבוססת מודלים מכנו סטטיסטיים			
מנק. מבט מיקרו	**מנק. מבט הסתברותית**	**מנק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן**	
		ממוצע התפלגות ההסתברות	**חוק שני**
עד ההגעה למצב ש״מ- למצב ש״מ אין הסתברות שווה לכל אחד ממצבי- המיקרו האפשריים[56], [57]. במצב ש״מ ישנה הסתברות שווה לקבלת כל אחד ממצבי המיקרו האפשריים $P(i)=\frac{1}{\Omega_{tot}}$	עד ההגעה למצב ש״מ- התפלגות ההסתברות אינה סימטרית[2]. במצב ש״מ התפלגות הסתברות ערכי צפיפות מקומית, הינה סימטרית סביב צפיפות מקומית אחידה. כלומר, באופן עקרוני ישנה סבירות לקבלת כל ערכי הצפיפות המקומית האפשריים, כי לכל פיזור אפשרי יש לפחות מצב מיקרו אחד שמתאים לו (בעל הסתברות שווה לאחרים). אך, ערך הצפיפות המקומית האחיד הינו המסתבר ביותר, כי לפיזור זה מתאימים מספר מצבי-המיקרו הרב ביותר.	מתוך התפלגות ההסתברות ניתן לחשב הממוצע על פני זמן המדידה של צפיפות החלקיקים בכל צד של הקופסא. בש״מ, הצפיפות המקומית הממוצעת שווה בכל צד של הקופסא[58].	ע״פ החוק השני המערכת תתקדם למצב ש״מ שיש בו אנטרופיה מקסימלית. עבור מספר חלקיקים קבוע, עד ההגעה למצב ש״מ צפיפות החלקיקים הכללית הולכת וקטנה/הנפח הנגיש לחלקיקים הולך וגדל, בהתאמה לכך, שהאנטרופיה לחלקיק/ האנטרופיה הולכת וגדלה.במצב ש״מ- צפיפות החלקיקים הכללית מינימלית/הנפח הנגיש לחלקיקים מקסימלי, בהתאמה לכך, שהאנטרופיה לחלקיק/האנטרופיה מקסימלית (תחת אילוצי המערכת). עבור נפח קבוע, האנטרופיה/ האנטרופיה ליחידת נפח מקסימלית כאשר צפיפות החלקיקים שווה בכל צד של הקופסא. כלומר, במצב ש״מ, חלקיקי הגז מפוזרים בכל רחבי המערכת ובאופן אחיד.

טבלה 7.2: תשובות מומחה אפשריות, לסעיפים א׳ וב׳ של שאלה 2 בשאלון הקדם, מבוססות מודלים מכנו-סטטיסטיים מנק. מבט שונות

תשובות התלמידים לסעיפים א׳ וב׳ כללו היגדים כגון: בש״מ החלקיקים מפוזרים באופן כמעט שווה/יחסית שווה וכדומה. ניסוח מעיין זה אינו מבהיר חד-משמעית האם הם תופסים את מצב שיווי-משקל כמצב בו יש תנודות סביב הצפיפות המקומית הנמדדת/ ישנן תנודות בצפיפות המקומית פיזור או/ו כמצב בו החלקיקים ממשיכים לנוע בכל רחבי המערכת (נקודת מבט מיקרו). לשם כך, בחרתי לבחון את תשובתם לסעיפים א׳ וב׳ ביחד עם תשובתם לסעיף ד׳ הדורש מהתלמידים להחצין הבנה זו.

III. סעיף ד׳ בשאלה- תנודות במצב שיווי-משקל של תופעת הדיפוזיה

ד. עדי אומרת: ״בשיווי משקל מספר המולקולות בכל צד של הקופסא קבוע ושווה ל 20״ האם היא צודקת? מדוע?

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה היא ההבנה כי במצב שיווי-המשקל ישנן תנודות בזמן סביב הפיזור האחיד.

תשובת מומחה לסעיף ד׳

עדי טועה בתיאור התנהגות המערכת בשל הבנה מוטעה של מושג שווי המשקל.

התיאור המוטעה הוא שהדבר שקבוע בזמן הוא הצפיפות הרגעית (כלומר בעיני עדי כמות החלקיקים באזורים שונים במרחב אחידה בכל נק. זמן), בעוד בפועל מדובר בצפיפות הממוצעת בזמן.

הדבר נובע מכך שהיא מייחסת למצב ש״מ משמעות של מצב סטטי, נטול תנועה, או של מצב בו אין מעבר בין שני צדיי הקופסא. הפרשנות המדעית המקובלת של מצב ש״מ היא כמצב דינמי, הווה אומר:

[56] בתהליך שאינו קואזיסטטי

[57] בגלל שבמצב שאינו ש״מ- הסיכוי למיקום החלקיק / ערך הצפיפות המקומית הנמדדת – תלויים בתנאי ההתחלה. לדוגמא, אם בזמן t=0 כל החלקיקים ממוקמים במרכז הקופסא, אז, הסיכוי להמצאות חלקיק במרכז הקופסא בפרק זמן המדידה ההתחלתי הוא גבוה וככל שהזמן עובר הוא קטן/ הצפיפות המקומית הנמדדת בהתחלה במרכז הקופסא היא גבוה וככל שעובר הזמן היא קטנה.

[58] מומחה קפדן היה מציין שייתכנו תנודות קלות גם בממוצע אולם איני מצפה מהתלמידים לחדד זאת על סמך הנלמד בכיתה י׳ (ראו סעיף 3.1).

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים		תשובת מומחה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי	
מנק. מבט מקרו ממוצע במרחב	**מנק. מבט מיקרו**	**מנק. מבט הסתברותית**	**מנק. מבט מיקרו**
בש״מ ערך צפיפות החלקיקים בכל רגע ורגע מתנדנד סביב הערך הממוצע.	בש״מ החלקיקים ממשיכים לנוע עפ״י מודל RW/MD, כל שבכל רגע ורגע, מספר החלקיקים הנכנסים לחצי אחד אינו בהכרח שווה למספר החלקיקים היוצאים מחצי זה.	אמנם בש״מ הממוצע על פני זמן המדידה נותן חלוקה שווה של חלקיקים, אך, באופן מפורט יותר, ישנו סיכוי לקבלת כל החלוקות האפשריות, כפי שמתקבל מהתפלגות ההסתברות.	בש״מ ישנה הסתברות לקבלת כל אחד ממצבי המיקרו האפשריים גם אילו שבהם יש מספר חלקיקים שונה בשני חצאי הקופסא.
אך הממוצע על פני זמן המדידה של צפיפות החלקיקים בכל צד של הקופסא שווה בשני חצאי הקופסא[4].			

טבלה 7.3: תשובות מומחה אפשריות, לסעיף ד׳ שאלה 2 בשאלון הקדם, מחולקות לפי המודל עליו הן מתבססות ונק. המבט בהן הן מתארות את המערכת

ולבסוף, מכיוון ואחת המטרות העיקרית שלי, בניתוח תשובת התלמידים בשאלון זה, הינה לברר האם אחרי כיתה י׳, בה הם למדו על מודל מהלך אקראי, יש להם גם תפיסה הסתברותית של מצב שיווי-משקל (כאשר, המטרה המשנית היא בחינת הבנתם את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה לאחר הוראת מודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים), אני בוחר לנתח את תפיסתם את מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה ביחד עם סעיף ג׳ המכוון את התלמידים לענות במונחים הסתברותיים.

IV. סעיף ג׳ בשאלה- אפשרות לתנודה קיצונית במצב שיווי-משקל

ג. האם אפשר למצוא במצב שיווי משקל את כל החלקיקים בצד ימין?

מטרת הלמידה הנבחנת בסעיף זה היא ההבנה כי במצב שיווי-המשקל כל התנודות אפשריות, אף התנודה הקיצונית ביותר בה כל החלקיקים נמצאם בצד אחד.

תשובת מומחה לסעיף ג׳

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים – הסתברותי	**תשובת מומחה מבוססת מודלים מכנו סטטיסטיים- הסתברותי**
החלקיקים נעים עפ״י מודל RW - מתקדמים במידה שווה לכל הכיוונים בכל רגע ורגע. בסקלת זמן בה הרבה תנועות התרחשו יש סיכוי של 0.5 לחלקיק להיות בחצי ימני. עבור כל החלקיק הסיכוי הוא $\left(\frac{1}{2}\right)^{40}$. כלומר- בש״מ ישנו סיכוי קטן למצוא את כולם בחצי הימיני.	הנחת ההסתברות השווה: במערכת מבודדת במצב ש״מ ישנה הסתברות שווה לקבלת כל אחד ממצבי המיקרו האפשריים $$P(i)=\frac{1}{\Omega_{tot}}$$ מצב-המיקרו i בו כל החלקיקים נמצאים בצד ימין של הקופסא הוא אחד ממצבי-המיקרו האפשריים ולכן ישנה הסתברות לקבלתו. במערכת בה יש שני מצבים ו 40 חלקיקים, מספר מצבי-המיקרו האפשריים הוא: $\Omega_{tot}=2^{40}$. ולכן, ההסתברות לקבלת מצב-מיקרו זה הוא: $$P(\text{תנודה קיצונית})=\left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

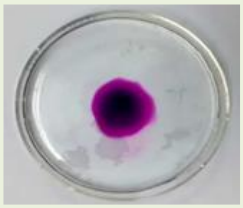
טבלה 7.4: תשובות מומחה אפשריות, לסעיף ג׳ שאלה 2 בשאלון הקדם, מחולקות לפי המודל עליו הן מתבססות ונק. המבט בהן הן מתארות את המערכת

נשים לב, אינני מצפה שבשלב זה, בשיעור הראשון של כיתה יא׳, לפני הוראת המודל המכנו-סטטיסטי, שהתלמידים יצליחו לגזור את ערך ההסתברות לקבלת התנודה הקיצונית מתוך מהלך אקראי. אך, תשובתם לסעיף זה, יכולה להראות נטיות לחשיבה הסתברותית על המערכת, המתבססות על מהלך אקראי. יתרה מכך, אחד הסיבות להוראה הנעשית בכיתה י׳, הינה ל״העביר״ את התלמידים ממודל דינמי של דטרמינסטי (MD) למודל דינמי סטוכסטי (RW) בכדי להכין אותם מחשבתית למודל המכנו-סטטיסטי המבוסס על הנחת הסתברות שווה, ומכאן החשיבות העיצובית של בחינה זו. בנוסף, מכיוון וגם לא בקשתי הסבר לתשובה, ייתכן וחלק מתשובות התלמידים לא יכללו סיבה לתשובתם.

7.1.1.2 התפתחות למצב ש"מ

מטרת הלמידה הנבחנת בחלקה הראשון של שאלה 3 (תרשים 7.2) הינה ההבנה כי התנהגות מערכת מקרוסקופית הינה בלתי הפיכה בזמן וההסבר להתנהגות זו.

שנה שעברה צפיתם בהתפשטותו של כתם גביש קלי שהונח בצלוחית מים. הניחו כי תהליך זה הוסרט במצלמת וידאו, והסרט מוקרן לאחור ללא ידיעתכם. האם תהיו מסוגלים להגיד האם הווידאו מוקרן קדימה או אחורה (backward / forward)? מדוע?



תרשים 7.2: שאלה 3 חלק ראשון, משאלון הקדם, שחולק בשיעור הראשון של כיתה יא' [59]

<u>תשובת מומחה</u>

נהיה מסוגלים לדעת כי הווידאו מוקרן לאחור, מכיוון והתצפית בתופעה מלמדת שהכתם מתפשט עם הזמן.

בפרט, רוחב הכתם של טיפת גביש קאלי (זהו האזור בו צפיפות חלקיקי הקאלי גבוהה) המונחת תחילה במרכז צלוחית מלאה במים גדל עם הזמן עד הגעה לריכוז אחיד בכל חלקי התמיסה אשר אינו משתנה עם הזמן (בהירות התמיסה קבועה בזמן ואחידה בכל הכלי). הסיבה לכך היא:

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים				
מנק. מבט מיקרו	**מנק. מבט מקרו ממוצע במרחב**	**מנק. מבט מקרו-ממוצע במרחב ובזמן**		**מנק. מבט הסתברותית**
כל אחד מהחלקיקים בממוצע מתרחק ממקומו ההתחלתי. בפרט, החלקיק נע עפ"י מודל RW (בגלל ההתנגשויות הרבות עם חלקיקי הממס), המרחק הממוצע (על הרבה חלקיקים או בזמנים ארוכים על חלקיק יחיד) מהראשית גדל עם הזמן (מתכונתי לשורש הזמן). לכן בחלוף הזמן צבר החלקיקים נראה מתפשט.	היסטוגרמת צפיפות-מקום	גרף צפיפות זמן	היסטוגרמת צפיפות-מקום	גרף צפיפות זמן	בהנחה שהחלקיקים נעים על פי מודל מהלך אקראי, הסיכוי שכל החלקיקים הנמצאים בחזית הכתם ינועו פנימה, הוא אפסי. כל שכן, הסיכוי שדבר זה יתרחש מספר רב של פעמים (כך שהכתם הולך ומתרכז) הוא זניח
	רוחב השטח בעל צפיפות חלקיקים גבוה גדל עם הזמן, עד כדי תנודות קטנות.	הצפיפות המקומית במרכז המערכת קטנה עם הזמן עד כדי תנודות קטנות	רוחב האזור בו ישנה צפיפות גבוהה של חלקיקים בממוצע על פני הזמן גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן.	הצפיפות המקומית הממוצעת על פני הזמן במרכז המערכת קטנה עם הזמן.	

טבלה 7.5: תשובות מומחה אפשריות מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים מנק. מבט שונות, לחלק הראשון של שאלה 3 בשאלון הקדם

[59] נשים לב, החלק הראשון של התפשטות הקאלי במים בו התלמידים צפו נשלט ע"י מנגנון הסעה- זרמי הסעה של גושי חומר בגודל מזוסקופי או מילימטרי, וזה בגלל שהנחת טיפת הקאלי בצלוחית גרמה לזרמים אילו. אח"כ, לאחר שהזרמים נרגעו התפשטות נשלטה ע"י מנגנון הדיפוזיה- התנועה האקראית של מולקולות הקאלי. תשובות המומחה להלן מתייחסות למנגנון הדיפוזי מכיוון- א. התלמידים לא היו מודעים למנגנון ההסעה, ב. התלמידים למדו על מנגנון הדיפוזיה בכיתה י' ומטרתי בשאלה זו היא לבחון את הבנתם מנגנון זה עפ"י הנלמד בכיתה י'.

תשובת מומחה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי		
מנק. מבט מקרו במרחב ובזמן		**מנק. מבט הסתברותית**
התנהגות זו נמצאת בסתירה לחוק השני של התרמודינמיקה. בפרט, נניח כי תהליך ההתפשטות/התרכזות הוא תהליך קואזיסטטי: תהליך של התקדמות אינטיפיסימילית – מעבר בין סדרה אינסופית של מצבי שיווי-משקל בכל רוחב כתם נתון. בכל אחד ממצבי-שיווי המשקל ניתן להניח שהחלקיקים דוגמים את כל הנפח התחום ע"י גבולות הכתם.		נהיה מסוגלים לדעת כי הווידאו מוקרן לאחור, מכיוון וההסתברות שהתנהגות זו תתרחש הינה זניחה. בפרט, נניח כי תהליך ההתפשטות/התרכזות הוא תהליך קואזיסטטי: תהליך של התקדמות אינטיפיסימילית – מעבר בין סדרה אינסופית של מצבי שיווי-משקל בכל רוחב כתם נתון. בכל אחד ממצבי- שיווי המשקל ניתן להניח הנחת הסתברות שווה $P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}$ נניח ששטח הכתם הינו A, ההסתברות שכל החלקיקים ימצאו במרכז הכתם הנתון, לדוגמא, בשטח בעל גודל A/2, הוא: $P = \left(\frac{1}{2}\right)^N$ כאשר N הוא מספר החלקיקים. עבור מערכת אמיתית N הוא עצום ולכן ההסתברות להתרכזות הכתם הינה זניחה.
ולכן, הכתם הולך ומתפשט, בהתאמה לכך שאנטרופיית המערכת גדלה ככל שהנפח הנגיש לחלקיקים, M, הולך וגדל (כאשר מספר החלקיקים N נשאר קבוע): $S=\ln (M!)/(N!*(M-N)!)$	ולכן, ריכוז כלל החלקיקים C הולך וקטן (כלומר-עבור מספר חלקיקים קבוע, רוחב הכתם הולך וגדל) בהתאמה לכך, שאנטרופית המערכת פר-חלקיק גדלה ככל שהריכוז קטן: $S/N = \frac{1}{c}(-c\ln c-(1-c)\ln(1-c))$	

טבלה 7.6: תשובות מומחה אפשריות מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי מנק. מבט שונות, לחלק הראשון של שאלה 3 בשאלון הקדם

7.1.2 גישת ניתוח הנתונים- שאלון הקדם

גישה דומה לניתוח פוסט מיידי (מבחן המחצית), כפי שמתוארת בסעיף 6.1.2, להלן תתואר באופן בו יושמה כאן. תשובות התלמידים לשאלון המקדים נותחו באופן בר כימות, ובמטרה לאפשר בחינת הדירות. עקבתי אחר שלבים מרכזיים בגישתה של *Chi* לניתוח נתונים מילוליים (*Verbal analysis method*) (*Chi 1997*) המוצגים להלן:

i. בחירת "יחידת ניתוח", וקיטוע הטקסט ליחידות אלו: תשובות התלמידים חולקו למקטעים - רצפי היגדים המביעים נקודת מבט מסוימת (מיקרו/מקרו/הסתברותית). לעיתים, תשובת התלמיד מייצגת יותר מנקודת מבט אחת ולעיתים נקודות מבט זו מיוצגת במספר היגדים. כדלהלן:

א. היגדים המביעים נקודת מבט מיקרו: היגדים בהם יש התייחסות לתנועת החלקיקים.

ב. היגדים המביעים נקודת מבט מקרו - ממוצע במרחב: היגדים בהם יש התייחסות לצפיפות (או למרחק ממוצע בין מולקולות/ממוצע נפח פר חלקיק) מקומית בכל רגע ורגע.

ג. היגדים המביעים נקודת מבט מקרו – ממוצע במרחב ובזמן: היגדים בהם יש התייחסות לממוצע על פני הזמן של ערכי הצפיפות (או של המרחק הממוצע בין מולקולות/ממוצע נפח פר חלקיק).

ד. היגדים המביעים נקודת מבט הסתברותית: היגדים בהם יש התייחסות לסיכוי לקבלת ערכי הצפיפות.

ה. היגדים לא ברורים

היגדים שונים בכל תשובה ותשובה הודגשו בצבעים שונים על-מנת להבחין בין נקודות המבט השונות:

מיקרו-צהוב; מקרו ממוצע במרחב- תכלת; מקרו ממוצע במרחב ובזמן- ירוק; הסתברותית- אפור.

לעיתים נקודת המבט של היגד מסוים לא הייתה ברורה. במקרה זה, שיוך היגד זה לנקודת המבט המתאימה לו, נעשה ע"י בחינת היגדים אחרים בתשובת התלמיד היכולים לרמוז על כוונת התלמיד.

לדוגמא, בתשובה לסעיף א'+ב' של s2 , לא ברור לאיזו נקודת מבט לשייך את ההיגדים המודגשים בקו תחתון להלן:

סעיף א: *"אפשר לקבוע שהמערכת הגיעה לשיווי משקל לאחר <u>שהחלקיקים מפוזרים באופן שווה יחסית בחלל הקופסא</u>"*

סעיף ב: *"החלקיקים של הגז <u>מחולקים שווה יחסית בכל נפח הקופסא</u>"*

האם כוונת התלמיד הינה שבממוצע על פני הזמן החלקיקים מפוזרים באופן שווה (מקרו- ממוצע במרחב ובזמן)? האם כוונת התלמיד הינה לתאר את תנועות החלקיקים בכל נפח הקופסא (מיקרו)? או האם כוונתו היא שערכי הצפיפות מתנדנדים סביב ערך קבוע (מקרו- ממוצע במרחב)? בכדי לברר את כוונת התלמיד, היגדים אילו נבחנו לאור תשובתו בסעיף ד':

סעיף ד: *" עדי צודקת יחסית כי לא בכל עת ימצאו 20 חלקיקים בכל צד, אלה ינוע בין 22-18 אך במרבית הזמן ימצאו מספר חלקיקים שווה בשני הצדדים"*

כלומר, תשובה זו רומזת כי כוונתו באמירה שהחלקיקים מפוזרים באופן שווה יחסית הינה שישנם בכל רגע ורגע תנודות בצפיפות המקומית סביב ערך הקבוע בזמן. ולכן, היגדים אילו שויכו לנקודות מבט מקרו- ממוצע במרחב.

ii. חיפוש דפוסים משותפים – קטגוריזציה- top-dowm ו bottom-up

ביחס לתשובות המומחה האפשריות (סעיף 7.1.1) נבנו קטגוריות המבחינות בין:

1. שליפה מקיפה ויישום תקין- טיעון מקיף המכיל את כל מרכיבי תשובת המומחה ומיישם אותם באופן תקין.
2. שליפה חלקית, ויישום תקין- טיעון חלקי המכיל את חלק ממרכיבי תשובת המומחה ומיישם אותם באופן תקין.
3. שליפה מלאה/חלקית, יישום בעל היבטים תקינים ולא תקינים – טיעון המכיל כל/חלק ממרכיבי תשובת המומחה, אך חלקם מיושמים בדרך לא תקנית

קידוד מספר 3, מאפשר לי לבחון האם תשובת התלמידים עולה בקנה אחד עם תשובת המומחה או שתשובתם מכילה גם יישומים לא-תקינים. זהו למעשה מרכיב bottom-up העולה מתשובות התלמידים.

iii. חיפוש דפוסים משותפים - קידוד

נקודות המבט העולות מתשובות התלמידים קודדו לקטגוריות השונות. תהליך קידוד נקודות המבט לקח בחשבון את כל ההיגדים המתייחסים לאותה נקודת מבט. בוצע שיפוט של שני שופטים על כרבע מהנתונים. השוואת קידודי השופטים הניבה דיונים שגרמו לקטגוריזציה וקידוד מחודש עד להסכמה מלאה.

iv. פראפרזה – לעתים נוסח מקטע מחדש במטרה לחדד את תמצית טיעון התלמיד.

יש לציין שהסדר למעלה אינו לינארי.

הניתוח מתייחס הן לשכיחות התלמידים המשתמשים בנקודות המבט השונות והן לשכיחות התלמידים המשתמשים בקומבינציה מסוימת של נקודות מבט.

7.1.3 ממצאים - מצב ש"מ

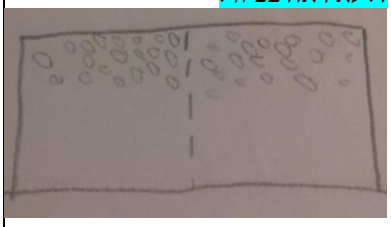
מטרת ניתוח הנתונים בחלק זה של המחקר, אינה מתרכזת בשיקוף הבנת התלמידים את תופעת הדיפוזיה, אלא, באפיון נקודת המבט בה הם מתארים את תופעת הדיפוזיה. בפרט, האם נקודת מבטם על המערכת הינה מיקרו- תנועת החלקיקים עפ"י MD/RW או/ו מקרו-ממוצע במרחב או/ו מקרו-ממוצע במרחב ובזמן או/ו הסתברותית-

התייחסות להסתברות קבלת ערכי הצפיפות המקומית, בפרט- לתנודה הקיצונית. לכן, הטבלאות להלן מדגימות הן את ההשמה של היגדים שונים לנק. המבט השונות והן את קידודם לקטגוריות השונות (טבלה 7.7), והן את האופן בו תשובת שני תלמידים בסעיפים השונים שויכה לנק. מבט רלוונטיות שונות (טבלה 7.8).

I. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד

נק. המבט	מס' נק. מבט	קידוד לקטגוריה: 1-2) שליפה מקיפה(1)/חלקית (2), יישום בעל היבטים תקינים 3) שליפה מלאה / חלקית, יישום בעל היבטים תקינים ולא תקינים: בש"מ, בכל רגע ורגע, מספר המולקולות שווה (לא בממוצע ולא מתנדנד) בכל אזורי הקופסא	מס' תלמיד	סעיף וציטוט בצבע מסומן החלקים בתשובת התלמיד התומכים בהשמתו לקטגוריה	הסבר לקידוד
מיקרו	א	1	s15	ב. 40 חלקיקי הגז מפוזרים בצורה כמעט שווה במיכל יש להם מהירויות והם מתנגשים זה בזה ובקירות	התלמיד מתאר תנועת החלקיקים עפ"י מודל התנגשויות - MD.
מקרו ממוצע במרחב	ב	1	s16	ד. לא, התנועה שלהם רנדומלית, באופן כללי, הם יהיו מפוזרים באופן שווה בכל החלל, אך לא מחייב ש 20-20, בנוסף החלקיקים זזים כל הזמן. עכשיו זה 20-20 ועוד דקה זה 15-25...	התלמיד מתאר את התנודות בצפיפות בכל רגע ורגע
	ב	2	s14	**ד.** לא בהכרח מכיוון שבמצב של ש"מ החלקיקים לא חייבים להיות מחולקים במרחב באופן שווה בדיוק, אלא כמעט באופן שווה	מתשובתה ניכר שהיא מודעת לתנודות בצפיפות המקומית. אך, מכיוון והיא לא אומרת במפורש "תנודות" או מפרטת אותן השליפה היא חלקית.
	ב	3	s9	**ב.** החלקיקים מפוזרים באופן שווה במיכל **ד.** לא מפני שיכול להיות שהם יהיו צפופים בנקודה מסוימת	מתוך, תשובת התלמיד לסעיף ד', ניכר כי הוא סובר שבש"מ חלוקה שווה של חלקיקים בין שני חצאי הקופסא בכל רגע ורגע אינה בהכרח מצב ש"מ, לא בגלל שיתכנו תנודות בש"מ, אלא, בגלל, שגם כאשר יש חלוקה שווה ייתכן שהחלקיקים לא יהיו מפוזרים באופן אחיד בכל חצי קופסא.
מקרו ממוצע במרחב ובזמן	ג	1	s8	**א.** כאשר ריכוז המיכל נמצא עמיד (בעל ממוצע שווה) ברוב תחומיו **ד.** לא בהכרח, הדיפוזיה אינה מדויקת, ולכן בש"מ יהיה ריכוז שונה בין 2 הצדדים. חשוב לציין: השוני בין 2 הצדדים רוב הזמן לא יהיה משמעותי.	בסעיף א' לא ברור האם בהיגד "בעל ממוצע שווה" התלמיד מתכון לממוצע מרחבי (צפיפות מקומית) או לממוצע על פני הזמן? מכיוון בסעיף ד הוא מתייחס למשך הזמן בו מתקבלים ערכים שונים של צפיפות "השוני...רוב הזמן" אני מניח שהוא מתכוון בסעיף א' לממוצע על פני הזמן
הסתברותית	ד	2	s3	**ג.** כן, ההסתברות לכך מאוד נמוכה ומצב זה ישאר רק לזמן קצר מאוד **ד.** לא, מכיוון והחלקיקים נעים באקראיות. יש סיכוי מסוים לכך ששני הצדדים יהיו בעלי אותו מספר של מולקולות.	מתוך תשובתו לסעיף ג', גם בסעיף ד' במילה "סיכוי" כנראה כוונתו לשכיחות היחסית. אך מכיוון ואין פירוט של כל השכיחויות היחסיות (התפלגות ההסתברות) השליפה היא חלקית.
הסתברותית	ד	3	s6	**ד.** לא בש"מ המיקום של כל חלקיק הוא אקראי, באותה המידה יכולים להיות כל החלקיקים בצד אחד	התלמיד אומר כי ההסתברות לקבלת התנודה הקיצונית (כל החלקיקים בצד אחד של הקופסא) שווה להסתברות לקבלת חלוקה שווה.

טבלה 7.7: דוגמאות להיגדים שקודדו לקטגוריות השונות, בשאלון הקדם (יש לשים לב שאותם תלמידים קודדו לעתים גם לקטגוריות נוספות, שאינן מוצגות כאן)

מס' התלמיד	תשובת התלמיד	א. מיקרו-תנועת החלקיקים	ב. מקרו-צפיפות מקומית בכל רגע ורגע	ג. מקרו-צפיפות ממוצעת ע"פ הזמן	ד. הסתברות י -סיכוי לקבלת ערכי צפיפות מקומית	קומבינציות	הסבר לקידוד
s1	א. שמספר המולקולות שוות לצירים הסמטריה של הקופסה ב. מספר המולקולות שוות בכל אזורי הקופסא ג. יכול להתקיים ש"מ אזורי בצד ימין אך לא אהיה שווי-משקל בכול הקופסא בגלל שהמשקל מרוכז רק בצד ימין ד. לא ראה בציור. 		3			ב(3)	עפ"י תשובתו לסעיף ב' אני משער שכוונתו בסעיף א' היא- שמספר המולקולו ת שווה משני צידי צירי סימטריה שונים של הקופסא) בסעיף ד' הכוונה ל"לא, ראה בציור"
s16	א. ניתן לקבוע שהמערכת הגיעה לש"מ כאשר החלקיקים יהיו מפוזרים בחלל בצורה שווה, ולא מרוכזים באזור אחד ב. החלקיקים מפוזרים בצורה אקראית בכל החלל ג. ייתכן שאחרי שהמערכת תגיע לש"מ החלקיקים ינעו לצד ימין, אך יותר סביר שהם יהיו מפוזרים בכל החלל ד. לא, התנועה שלהם רנדומלית, באופן כללי, הם יהיו מפוזרים באופן שווה בכל החלל, אך לא מחייב ש 20-20, בנוסף החלקיקים זזים כל הזמן. עכשיו זה 20-20 ועוד דקה זה 15-25...	1	1		2	א(1) + ב(1) + ד(2)	ההיגדים בסעיף א' "מפוזרים בחלל בצורה שווה" ובסעיף ב' "מפוזרים אקראית בלכ החלל" פורשו כצפיפות בכל רגע ורגע בגלל שבסעיפים א+ד המילה פיזור יוחסה למספר החלקיקים באזורים שונים

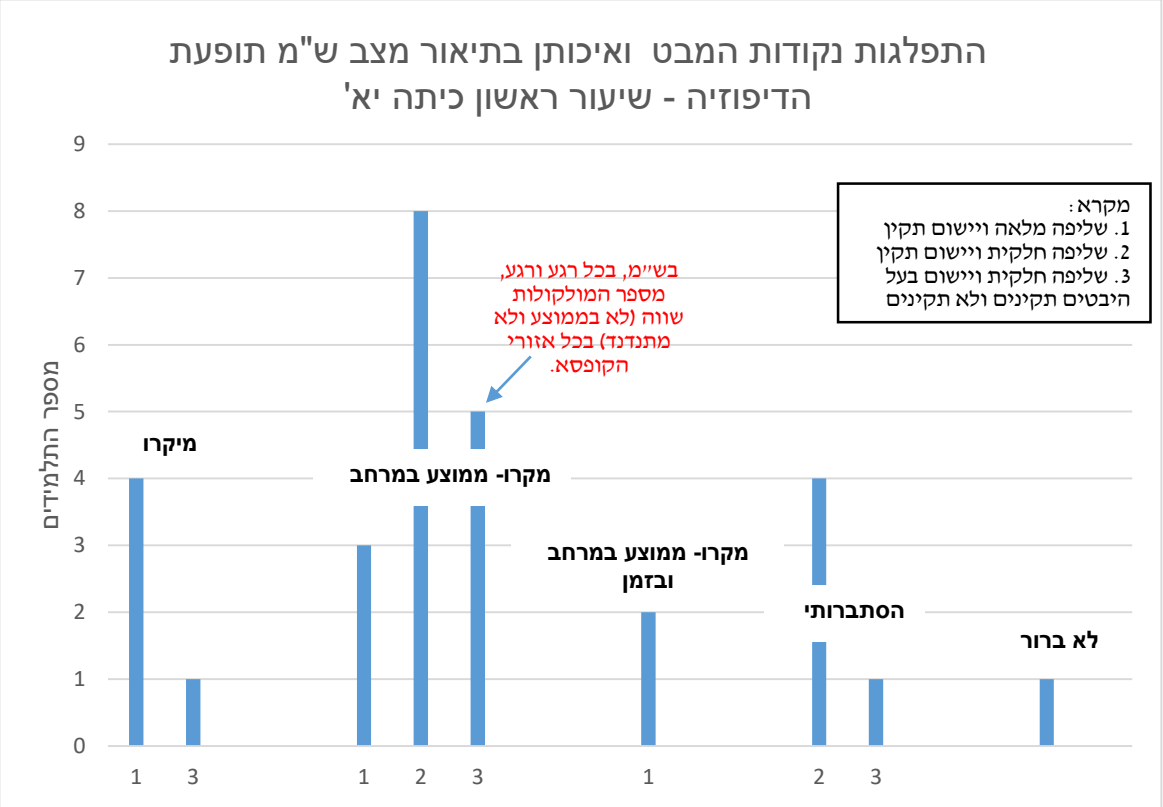
טבלה 7.8: דוגמא לדרך העבודה: קידוד תשובות שני תלמידים לקטגוריות השונות בקידודי רמה שונים, בשאלון הקדם

בוצע תיקוף בהליך הסכמה בין שופטים (א.ש. וע.י.) לגבי כ 30% מהנתונים שבהם לא.ש היו התלבטויות. אי הסכמות נידונו עד להסכמה מלאה או עד להסכמה כי ניתן לפרש את תשובת התלמיד גם כפי שא.ש פירש אותה, מהלך הקידוד חודד ויושם לגבי הנתונים הנוספים.

II. ממצאים

התרשים הבא מייצג גרפית את המודלים ונקודות המבט איתם התלמידים מתארים את מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה. ניתן לראות כי כמעט כל התלמידים (N=16 מתוך סה"כ 17 תלמידים) כוללים בתשובתם היגדים הקשורים לנק. מבט מקרו- ממוצע במרחב. דבר זה לא מפתיע, בגלל, שבכיתה י'

תיאור ההתפתחות לעבר מצב ש״מ ותיאור מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה, נעשה בעיקר באמצעות מוניטור המודדים צפיפות מקומית כתלות בזמן.



תרשים 7.3: התפלגות נקודות המבט בהן התלמידים משתמשים בבואם לתאר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה בשאלון הקדם. במקרים בהם יש למעלה משלושה תלמידים אשר מיישמים באופן לא-תקין את נקודת המבט, רשמתי באדום מהו היישום הלא תקין. זהו למעשה מרכיב bottom-up העולה מתשובות התלמידים

בנוסף, N=5 תלמידים כללו בתשובתם היגדים הקשורים לנק. המבט מיקרו- תנועת החלקיקים עפ״י מודל RW/MD, ו N=5 תלמידים כללו בתשובתם היגדים הקשורים להסתכלות הסתברותית על המערכת- הסיכוי לקבלת ערכים שונים של הצפיפות המקומית. ולבסוף, למרות שתיאור מצב ש״מ באופן מקרו- ממוצע במרחב ובזמן, הוזכר רק באופן דקלרטיבי אך בפועל התלמידים לא חישבו כך את מצב שיווי-המשקל (ראו טבלה 3.7), מעניין להיווכח כי N=2 תלמידים כן הזכירו היבט זה בתשובתם. הדבר ניכר בעיקר בתשובתה של s13, בה ניכרת, התייחסותה הבלעדית, לממוצע ערכי הצפיפות המקומית (או ממוצע נפח פר-מולקולה) על פני זמן ממושך:

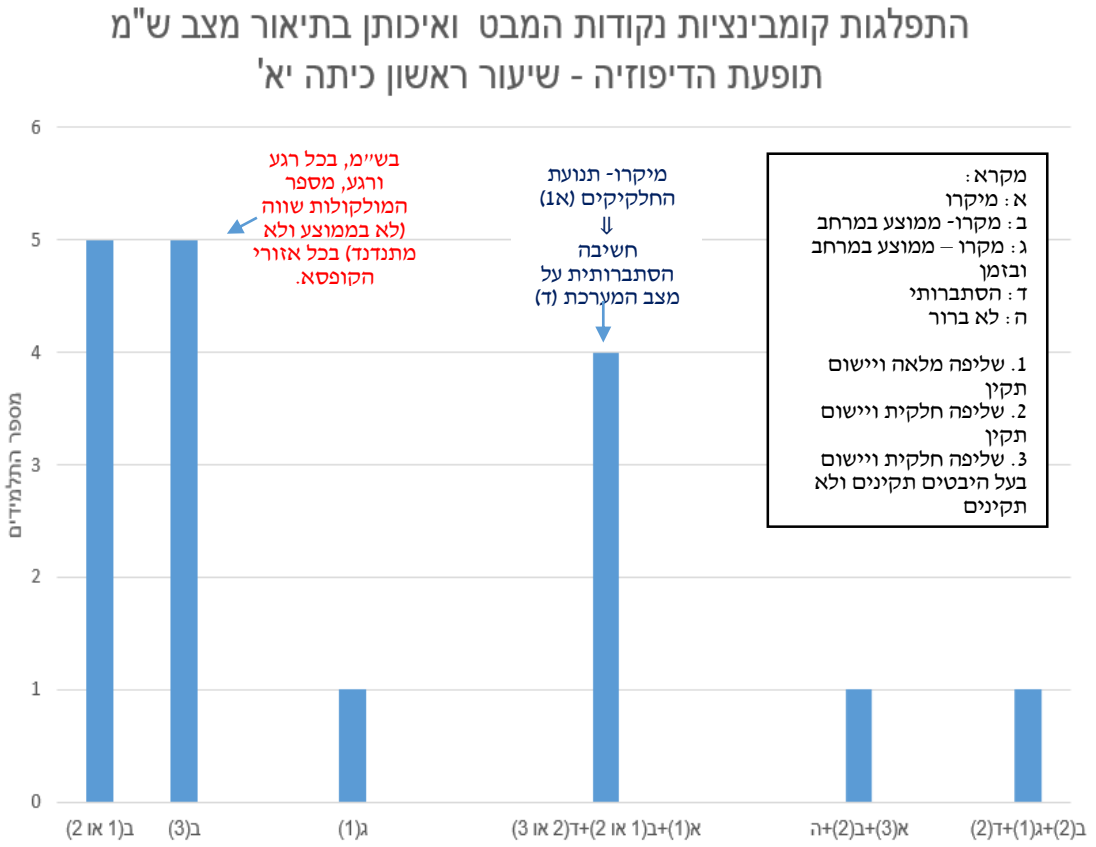
s13 - סעיף א׳: *״כשבממוצע בכל יחידת זמן נמצאים בכל חלק של הכלי אותן מספר מולקולות (מפוזרות בכלי באופן שווה)״*

סעיף ב׳: *״ המולקולות מפוזרות בכלי באופן שווה (בערך). גודל המרווחים בין כל מולקולה למולקולה שווים בערך (שווים בממוצע ל: נפח הכלי/(נפח מולקולה*מספר מולקולות))״*

סעיף ד׳: *״ לא, לאורך זמן מסוים יהיו בממוצע 20 מולקולות בכל צד אך בנקודת זמן אחת זה לא בהכרח״*

מכיוון ובכיתה י׳ לא ניתן דגש על היבט זו, תשובה מעיין זו יכולה לרמוז כי לתלמידה זו ישנה נטייה להסתכלות מקרו- ממוצע במרחב ובזמן, בבואה להסביר את תופעת הדיפוזיה.

בכדי לקבל מידע נוסף על ממצאי ניתוח זה, נקבץ את נקודות המבט השונות בכל אחת ואחת מתשובות התלמידים, ונייצגם בתרשים 7.4 בו נראית התפלגות קומבינציות נקודות המבט ואיכותן, כלומר- חיבור כל נקודות המבט (ואיכותן) בכל אחת מתשובות התלמידים.

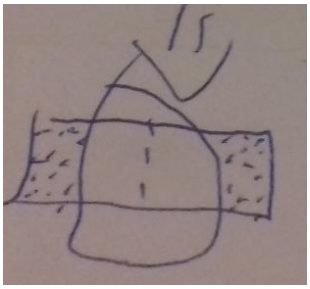


תרשים 7.4: התפלגות קומבינציות נקודות המבט בהן התלמידים משתמשים בבואם לתאר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה בשאלון הקדם. במקרים בהם בקומבינציה מסוימת יש למעלה משלושה תלמידים אשר מיישמים באופן לא-תקין את נקודות המבט, רשמתי באדום מהו היישום הלא תקין. במקרים בהם בקומבינציה מסוימת יש יותר משלושה תלמידים המשתמשים בנקודת המבט ההסתברותית, רשמתי בכחול מה מיוחד בקומבינציה זו.

מהאיור הנ"ל, ניתן לראות ש N=5 תלמידים שתשובתם התבססה אך ורק על נק. המבט מקרו-ממוצע במרחב, סברו כי: בש"מ, בכל רגע ורגע, מספר המולקולות שווה (ולא מתנדנד) בכל אזורי הקופסא (קומבינציה ב(3)). בפרט, בתשובתם לשאלה של סעיף ד' (שמטרתה להחצין את תפיסת התלמידים לגבי ייתכנות של תנודות בש"מ)-

עדי אומרת: "בשיווי משקל מספר המולקולות בכל צד של הקופסא קבוע ושווה ל 20" האם היא צודקת? מדוע?

אמנם, כל N=5 התלמידים אמרו כי עדי טועה, אך, לא בגלל שייתכנו בשיווי-משקל תנודות מהחלוקה השווה, אלא, בגלל שבש"מ צריך שבכל חצי קופסא יהיה גם פיזור אחיד של חלקיקים. לדוגמא s11 אמרה שעדי טועה וציירה:



כלומר, מבחינת תלמידים אילו בש״מ צריכה להיות, בכל רגע ורגע, גם חלוקה שווה וגם פיזור אחיד בכל חצי מערכת. שאר, N=5 התלמידים שתשובתם גם התבססה אך ורק על נק. המבט מקרו- ממוצע במרחב, אך באופן תקין (קומבינציה – ב(1 או 2), בתרשים 7.4), אמרו כי- בש״מ החלקיקים מחולקים בין שני החצאים באופן יחסית שווה, כלומר, בכל רגע ורגע הם לא חייבים להיות מחולקים בדיוק שווה בשווה, אלא, תתכן תנודה קטנה מחלוקה זו. למרות שתשובה זו מייצגת את הנלמד בכיתה י׳ על מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה, היא חסרה התייחסות להסתברות לקבלת ערכי צפיפות מקומית שונים, אף כאלו המייצגים תנודה קיצונית. אמנם, התלמידים בכיתה י׳ לא למדו על ההסתברות לקבלת הערכים השונים (דבר הנלמד בתחילת כיתה יא׳), אך, ההוראה בכיתה י׳, ש״העבירה״ את התלמידים ממודל דטרמיניסטי המתאר את תנועת החלקיקים בסקלת זמן של תדירות התנגשות בניהם (MD), ולעבר מודל מהלך אקראי (RW), המתאר את הצעד שכל חלקיק וחלקיק יעשה באופן הסתברותי, יכולה להביא תלמידים אילו לאופן חשיבה הסתברותי, כפי שנראה בדיון הבא.

מגמה בולטת באיור הנ״ל היא שכל התלמידים (N=4), שתיארו את מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה באופן תקין באמצעות נק. המבט המיקרו- תנועת החלקיקים לפי מודל MD/RW (קטגוריה א(1), ראו דוגמא בטבלה 7.7), תשובתם הכילה גם חשיבה הסתברותית על המערכת (קומבינציה א(1)+ב(1 או 2)+ד(2 או 3)), בתרשים 7.4) . ממצא זה רומז על קשר מסוים בין שתי נקודות מבט אילו. תשובת שלושה מתלמידים אילו, מרמזת כי החשיבה ההסתברותית שלהם מבוססת על הדגש הרב שהם נותנים לאקראיות בתופעת הדיפוזיה:

s3 – סעיף א׳: *״כאשר <u>היסטוגרמה הבודקת את מספר החלקיקים כתלות במיקום משתנה באופן אקראי</u>״*

סעיף ב׳: *״<u>המולקולות נעות באופן אקראי לחלוטין</u>. נמצאות מולקולות באזורים ״שונים״ בחלל הקופסא״*

סעיף ג׳: *״כן, **ההסתברות לכך מאוד נמוכה ומצב זה יישאר רק לזמן קצר מאוד**״*

סעיף ד׳: *״לא, <u>מכיוון והחלקיקים נעים באקראיות</u>. **יש סיכוי מסוים לכך ששני הצדדים יהיו בעלי אותו מספר של מולקולות**״*

s6 - סעיף ב׳: *״<u>כל 40 החלקיקים יהיו מפוזרים באופן אקראי בכל רחבי הקופסא</u>״*

סעיף ג׳: ״כן, אחרי שהמערכת הגיעה לש״מ <u>כל החלקיקים יכולים ל״שוטט״ באקראיות אל החלק הימני של הקופסא</u>״

סעיף ד׳: *״<u>לא בש״מ המיקום של כל חלקיק הוא אקראי</u>, **באותה המידה יכולים להיות כל החלקיקים בצד אחד**״*

s16 - סעיף ב׳: *״<u>החלקיקים מפוזרים בצורה אקראית בכל החלל</u>״*

סעיף ג׳: *"<u>ייתכן שאחרי שהמערכת תגיע לש"מ החלקיקים ינוע לצד ימין</u>, **<u>אך יותר סביר שהם יהיו מפוזרים בכל החלל</u>**"*

סעיף ד׳: *"<u>לא, התנועה שלהם רנדומלית</u>, באופן כללי, הם יהיו מפוזרים באופן שווה בכל החלל, אך לא מחייב ש 20-20, <u>בנוסף החלקיקים זזים כל הזמן</u>. עכשיו זה 20-20 ועוד דקה זה 25-15..."*

ניכר ששלושת תלמידים אילו מתארים שוב ושוב את האקראיות שבתופעת הדיפוזיה, הן בתנועת החלקיקים (s3, s6, s16), הן בהיסטוגרמה הבודקת את מספר החלקיקים כתלות במקום (s3) והן במיקומי החלקיקים (s6, s16). כאשר, ההתייחסות של s6 לאקראיות במיקומי החלקיקים אף יכולה לרמוז שהוא מגיע בעצמו להנחת ההסתברות השווה של מצבי-המיקרו. נשים לב כי המסקנה של s6 מתנועתם האקראית של החלקיקים היא שההסתברות לקבלת התנודה הקיצונית (40 חלקיקים בצד אחד של הקופסא) שווה להסתברות החלוקה השווה. מסקנה זו כמובן מוטעית (ולכן היגד זה קודד כ ד(3)), אך, היא מרמזת על המרכזיות הרבה של תנועתם האקראית של החלקיקים בתפיסתו של התלמיד ועל הפרשנות הקיצונית שהוא מייחס לתנועה זו. התלמיד הרביעי מקבוצה זו, s15, פשוט ציין בתשובתו לסעיף ג׳ כי תנודה קיצונית תתכן אך בהסתברות נמוכה מאוד, וללא הסבר. מצד שני, ניסוח השאלה בסעיף ג׳ לא דרש הסבר.

נשים לב, שמלבד N=4 תלמידים אילו, שתשובתם כללה גם תיאור מיקרו של תנועת החלקיקים וגם תיאור הסתברותי, רק עוד תלמיד אחד התייחס להסתברות קבלת ערכי הצפיפות השונים בתשובתו, אך, ללא התייחסות לתיאור המיקרוסקופי - תנועת החלקיקים (קומבינציה- ב(2)+ג(1)+ד(2), בתרשים 7.4).

s8 – סעיף ג׳: *"<u>הסיכויים שדבר כזה יקרה הם ממש נמוכים (אלא אם כן אין הרבה חלקיקים)</u>"*

כפי שנראה מתשובת התלמיד, התלמיד אינו מסתמך בתשובתו לסעיף ג׳ על תנועתם האקראית של החלקיקים, אלא, הוא אומר כי ההסתברות תלויה במספר החלקיקים- ככל שמספר החלקיקים גדל כך ההסתברות לקבלת התנודה הקיצונית קטנה. התלמידים למדו בכיתה י׳ כי בשיווי משקל, התנודות היחסיות, ממוצע גודל התנודה ביחס לצפיפות הממוצעת, קטנות ככל שמספר החלקיקים גדל (ראו טבלה 3.7). ולכן, ניתן להסביר את תשובת התלמיד על סמך למידה זו. חיזוק לכך, ניתן לראות בדגש שהתלמיד נותן בתשובתו על נק. המבט מקרו- ממוצע במרחב ובזמן (ראו קידוד תשובת תלמיד זה בטבלה 3.5), וזאת למרות שלא ניתן בכיתה י׳ דגש רב על נק. מבט זו. לכן, ייתכן כי תפיסת תלמיד זה את תופעת הדיפוזיה הינה נוטה להסתכלות מקרו- ממוצע במרחב ובזמן, ומכאן גם נקודת מבט ההסתברותית מסתמכת על גודל מקרו- ממוצע על פני הזמן- התנודה היחסית.

7.1.4 ממצאים- התפתחות למצב ש"מ

<u>I. קטגוריות ניתוח ודוגמאות קידוד</u>

הטבלה להלן מדגימה את ההשמה של היגדים שונים לקטגוריות. מכיוון ורוב התלמידים השתמשו בתשובתם בקטגוריה אחת, לא אדגים את האופן בו תשובת התלמידים לסעיף זה קודדה לקטגוריות רלוונטיות שונות.

נק. מבט	**קידוד לקטגוריה:** 1-2) שליפה מקיפה(1)/חלקית (2), יישום בעל היבטים תקינים	**מס׳ תלמיד**	**ציטוט** בקו תחתון מסומן החלקים בתשובת התלמיד התומכים בהשמתו לקטגוריה סעיף ב׳ מצוטט בהתאם לצורך	**הסבר לקידוד**
א. תיאור התופעה	1	s5	נוכל לדעת האם הסרטון מוקרן קדימה או אחורה, מכיוון שככל שעובר הזמן הכתם מתרחב עד שמגיע לקצה של הצלוחית.	
ב. מיקרו-מעקב אחר התרחקות הקולואידים ממקומם ההתחלתי	2	s16	א. ...התנועה אקראית ולכן אין כוח חיצוני שיגרום לחלקיקים לחזור למיקומם ההתחלתי לאחר שהגיעו לאיזון. ב. <u>התנועה של כל חלקיק בפני עצמו, גם לאחור וגם לפנים (בוידאו)</u> היא אקראית.	הסבר חלקי- מכיוון ולא אמרה - **בממוצע** החלקיקים מתרחקים ממקומם ההתחלתי. בנוסף, באמרה ״אין כוח חיצוני שיגרום לחלקיקים לחזור...״ התלמידה מתכוונת כי חלקיקים הנעים באופן אקראי מתרחקים ממקומם ההתחלתי. תשובת התלמידה מקוטלגת כמבוססת ניסוי/תצפית מכיוון ובסעיף ב׳ מתייחסת לתצפית על תנועת החלקיקים בווידאו
ג. הסתברותית	2	s3	כן, החלקיקים מתפשטים במרחב כי הסיכוי לכך הרבה יותר גדול מאשר יתכווצו בגלל ההתנגשויות בין עצמם וגם בין מולקולות המים	ישנה הסתברות גבוה להתפשטות מכיוון שכאשר החלקיקים מרוכזים באזור אחד יש יותר התנגשויות הגורמות לחלקיקים להתפזר. ההסבר הוא חלקי מכיוון וריכוז הקאלי הרבה יותר נמוך מריכוז המים בכלי ואנו מניחים שהתנועה האקראית של חלקיקי הקאלי נגרמת אך ורק מההתנגשות עם חלקיקי המים. לכן, אין הבדל בכמות ההתנגשויות בריכוזי קאלי שונים.
ד. מקרו ממוצע במרחב ובזמן: ניסוח אינטואיטיבי וחלקי של החוק השני	2	s12	מבחינה אינטואטיבית, כן, לדברים יש נטייה להתפשט. אך זה לא מצב מחייב	ההסבר חלקי מכיוון והחוק השני אינו רק קובע שבמהלך הזמן תהיה התפשטות, אם כי, דבר זה נכון לגבי תופעת הדיפוזיה.

טבלה 7.9: דוגמאות להיגדים שקודדו לקטגוריות השונות, עבור שאלת אי-ההפיכות בשאלון הקדם

<u>II. ממצאים</u>

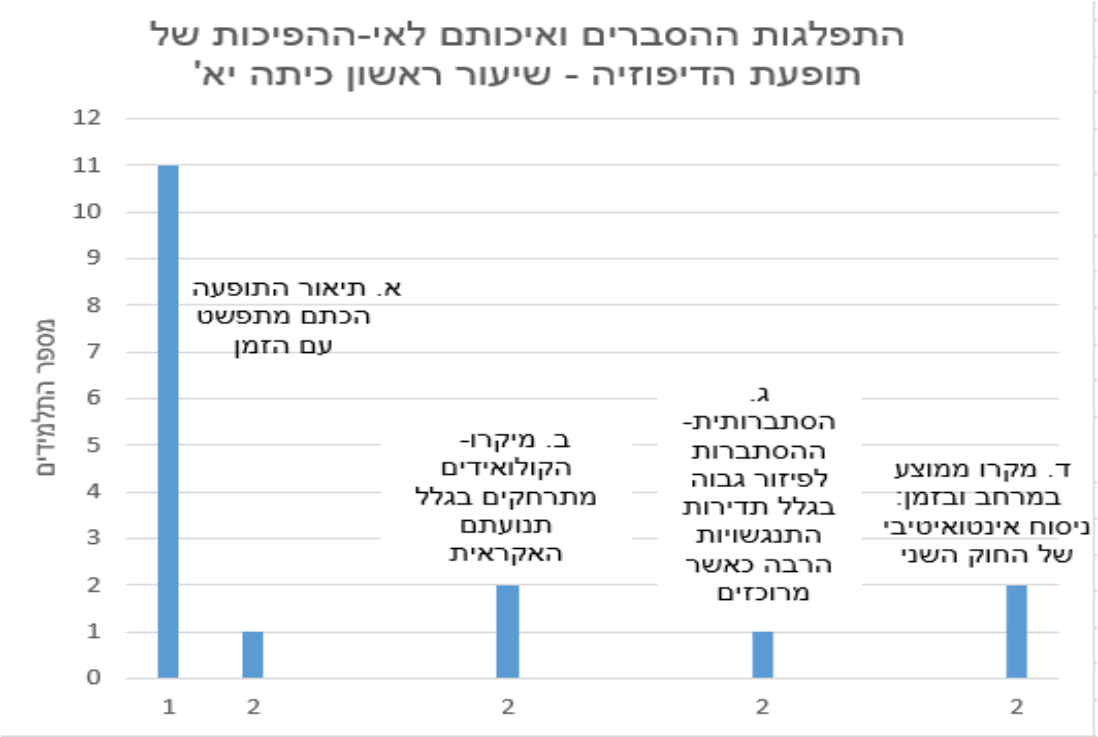
התרשים הבא מייצג גרפית את המודלים ונקודות המבט איתם התלמידים מתארים את ההתפתחות לעבר מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה. ניתן לראות כי רוב התלמידים, N=12, אינם מסבירים את אי-ההפיכות של תופעת הדיפוזיה, אלא, מתארים את התופעה (טבלה 7.9, הסבר א׳). לדוגמא:

> *s6: ״כאשר אנו צופים בסרטון השלם נוכל להגיד אם היא נע קדימה או אחורה, בגלל שגביש הקאלי מתפשט במים, אם נראה אותו מצטמצם נדע שהסרטון רץ אחורה״*

כנראה בשאלה זו לא דרשתי מספיק להסביר באופן תיאורטי וההקשר המציאותי והמוכר (התלמידים עשו ניסוי זה בכיתה י׳) גרם לרוב התלמידים לתאר את התופעה וללא הסבר.

N=2 תלמידים נעזרו בתיאור מיקרו בכדי להסביר את אי-ההפיכות, לדוגמא תשובת s16 בטבלה 7.9. אך תשובתם הייתה חלקית בפרט- הם לא אמרו כי החלקיקים מתרחקים <u>בממוצע</u> ממיקומם ההתחלתי אלא פשוט אמרו שהם מתרחקים. מעניין לשים לב כי s16 השתמשה בתיאור מיקרו-תנועתם האקראית של החלקיקים, גם בבואה לתאר את מצב שיווי-המשקל של הדיפוזיה (ראו

סעיף 7.2.1, ממצאים), רק שבתיאור מצב שיווי-המשקל היא קשרה את התנועה האקראית להסתברות הפיזור האחיד ואילו בתשובתה הנוכחית היא לא מקשרת בין האקראיות להסתברות.



תרשים 7.5: התפלגות הסברי התלמידים לאי-ההפיכות של תופעת הדיפוזיה, בשאלון הקדם

N=2 הסבירו את אי-ההפיכות באמצעות ניסוח אינטואיטיבי וחלקי של החוק השני של התרמודינמיקה (s12, ראו טבלה 7.9) או באמצעות ניסוח פופולרי של החוק השני:

s8: "כן, מכיוון שלדיפוזיה יש נטייה להתפשט החוצה. אם נקרין את הוידאו אחורה נראה את הכתם קטן במקום גדל. In nature order is always replaced with disorder"

הניסוח הראשון של החוק השני "...לדיפוזיה יש נטייה..." הוא חלקי מכיוון והוא ספציפי לתופעת הדיפוזיה ואינו חוק טבע. את הניסוח השני "...in nature" התלמיד כנראה שמע היכן שהוא, והוא מצטט אותו, אך הדבר לא בהכרח מעיד על הבנה.

לבסוף, תלמיד אחד s3, הסביר את אי-ההפיכות במונחים של ההסתברות הנמוכה להתרכזות החלקיקים, אך, הסתברות זו לא נגזרה מתנועתם האקראית של החלקיקים, אלא, נגזרה מההתנגשויות הרבות במרכז הצלוחית, כדלהלן:

s3: "כן, החלקיקים מתפשטים במרחב כי הסיכוי לכך הרבה יותר גדול מאשר יתכווצו בגלל ההתנגשויות בין עצמם וגם בין מולקולות המים"

נראה שכוונתו ב "בגלל ההתנגשויות בין עצמם וגם בין מולקולות המים" היא שישנה הסתברות גבוה שהחלקיקים ינועו כלפי חוץ (ולא כלפי פנים) כי יש הרבה התנגשויות במרכז הצלוחית (היכן שריכוז החלקיקים גדול יותר). אם אכן זו כוונתו אזיי היא מוטעית, מכיוון, ותנועתם האקראית של חלקיקי הקלי נובעת רק מההתנגשויות בינם לבין מולקולות המים, אשר תדירותן אינה משתנה באזורים שונים בצלוחית (מכיוון וריכוז מולקולות המים אינו משתנה). מעניין לשים לב שתלמיד זה תיאר גם את מצב

שיווי-המשקל במונחים של הסתברות (ראו סעיף 7.2.1, ממצאים), רק שבתיאור זה הוא התבסס על התנועה האקראית של החלקיקים כמשפיעה על ההסתברויות השונות.

7.1.5 סיכום הממצאים – תפישות התלמידים בשאלון הקדם

7.1.5.1 מצב ש"מ

תשובות התלמידים לשאלון הקדם מציגות שתי תמונות שונות לגבי הבנת התלמידים את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה באמצעות מודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים. מחד, תשובות אילו מראות כי מרבית התלמידים מתארים באופן מקובל מדעית את תופעת הדיפוזיה באמצעות מודלים אילו. בפרט, באמצעות נק׳ המבט מקרו ממוצע במרחב - תיאור הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע, ובאמצעות תיאור הסתברותי המבוסס על נקודת מבט מיקרו- התנועה האקראית של החלקיקים. ממצא זה מרמז, שיש אפשרות שתלמידים התופשים את התנועה האקראית כמרכזית לתופעת הדיפוזיה, בונים באופן עצמאי הסתכלות הסתברותית על המערכת. כלומר, תפישה זו מובילה באופן טבעי לחשיבה הסתברותית ומכאן חשיבותה להבנת והבניית המודל המכנו סטטיסטי.

מאידך, הממצאים מראים כי רוב התלמידים (N=10 מתוך 17) מתארים את מצב ש״מ רק באמצעות נקודת המבט - מקרו ממוצע במרחב. ממצאים אילו מעידים על הדגש הרב שניתן בכיתה י׳ על נקודת מבט זו, בפרט, התלמידים בנו מוניטורים הדגמו את מספר החלקיקים באזור מסוים בכל רגע ורגע. ייתכן ותפיסה חד-גונית זו מובילה להבנה לא-תקינה של תופעת הדיפוזיה, כאשר, חצי מתלמידים אילו סוברים כי בש״מ אין תנודות בצפיפות המקומית, אלא, בש״מ בכל רגע ורגע, מספר המולקולות שווה (לא בממוצע ולא מתנדנד) בכל אזורי הקופסא. לעומת זאת, התפישה של התנועה האקראית כמרכזית לתיאור תופעת הדיפוזיה אינה משותפת בין כל התלמידים. לכן, כדאי לבצע פעילות ראשונית המקשרת בין תנועה אקראית לבין ההסתברות השווה. דבר זה נעשה בסבב ההוראה ה III ע״י פעילות חקירת קוד המתבסס על הנחת הסתברות שווה והשוואתו לקוד המתבסס על מהלך אקראי. בנוסף, רוב התלמידים המגיעים לכיתה יא׳, אינם מתארים את המערכת באמצעות נקודת המבט- מקרו ממוצע במרחב ובזמן, בפרט, בש״מ הצפיפות המקומית הממוצעת קבועה ואחידה. מכיוון ומערכות מרובות חלקיקים מתוארת היטב ע״י הממוצע על פני הזמן עלינו בתחילת כיתה יא׳ להבנות ביחד עם התלמידים הבנה זו וגם דבר זה דורש התייחסות רבה יותר בכיתה י׳.

7.1.5.2 התפתחות למצב ש"מ

מכיוון ורוב התלמידים (N=12) לא נתנו הסבר לתופעה, אלא רק תיארו אותה, לא אוכל להתייחס לתשובתם כמייצגת את תפישתם את השלב הדינמי של תופעת הדיפוזיה, בשאלון הקדם. אני יכול להניח שאילו ניסוח השאלה היה דורש מהתלמידים להסביר באופן תיאורטי, מדוע המערכת מתפתחת לעבר שיווי-משקל, ההסבר שהתלמידים היו נותנים היה דומה להסברים של התלמידים שכן נתנו הסברים בתשובתם לשאלה זו (ראו תרשים 7.5). בפרט, ציון התנועה האקראית, התנגשות המרובות במרכז הצלוחית, ניסוח אינטואטיבי או פופולרי של החוק השני.

7.2 ממצאים- פוסט דחוי (מקרי בוחן ראיון)

יחד עם שאלון הקדם, הפוסט הדחוי שימש לשאלת מחקר 2:

האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה באמצעות מודל המבוסס על דינמיקת החלקיקים, מודל מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית?; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

בתחילת חופשת הקיץ בצעתי ראיונות עם שבעה תלמידים שהראו רמת תלמידאות גבוה ושהסכימו להשתתף בראיון. השאלה הראשונה של הריאיון עסקה בתיאור והסבר מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה, והשאלה השנייה עסקה בהתפתחות לעבר מצב שיווי-המשקל של גז המתפשט בוואקום, בשני הקשרים עם ובלי מחיצה (חסרת חיכוך).

הריאיון-פוסט דחוי, התבצע בקיץ- חצי שנה אחרי הוראת המודל המכנו-סטטיסטי ושנה אחרי הוראת המודלים הדינמיים של תופעת הדיפוזיה. לכן, ההנחה היא שלתלמידים היה מספיק זמן ואפשרות לבצע שילוב בין המודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים והמודל המכנו-סטטיסטי או לחילופין, לשכוח את אחד המודלים. לכן, ממצאי ראיון זה מאפשרים לי לבחון- איזה מודל נגיש לתלמידים- דינמי או/ו מכנו-סטטיסטי?

בסעיף 7.2.1 אציג את השאלות המובנות שנתנו בראיון ואת תשובת המומחה לשאלות אילו; בסעיף 7.2.2 אתאר את גישת ניתוח וסיכום הנתונים; בסעיף 7.2.3 אתאר את ממצאי הניתוח עבור כל אחד ממקרי הבוחן; ובסעיף 7.2.4 אציג סיכום של תפישות התלמידים בראיון-פוסט דחוי.

7.2.1 איסוף הנתונים – מיפוי המודלים ונק. המבט לשאלות המובנות בפוסט הדחוי (ראיון)

כפי שנאמר בפרק 5, בסעיף 5.1 המתאר את איסוף הנתונים במחקר, שאלות הראיון הרלוונטיות לשאלת המחקר הינן שאלות 1 ו 2 בראיון (ראו נספח ו – ראיון קיץ), המתמקדות בבירור המודל ונקודת המבט איתה התלמידים ניגשים בבואם להסביר את תופעת הדיפוזיה ודומותיה.

שאלה 1 מבקשת מהתלמידים לתאר ולהסביר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה.

שאלה 2 מבקשת מהתלמידים לחזות ולהסביר את ההתפתחות לעבר מצב שיווי-המשקל, בשני הקשרים- התפשטות של גז בואקום, התפשטות של גז בואקום עם מחיצה חסרת חיכוך. מכיוון ובפוסט הדחוי (ראיון) התלמידים יכולים לבחור בין מודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי בכדי להסביר את התופעה, ההקשר השני נועד לעורר את התלמידים להשתמש במודל דינמי (מכיוון והוא מעורר התייחסות להתנגשות של החלקיקים עם המחיצה) ולכן תשובות התלמידים להקשר זה יכולות לברר את מידת הדבקות שלהם במודל המכנו-סטטיסטי או במילים אחרות את חוזק השינוי (במידה וישנו) בתפישת התלמידים.

להלן פירוט השאלות ותשובות המומחה לשאלות אילו.

7.2.2.1 מצב ש"מ (שאלה 1)

<u>תשובות מומחה אפשריות:</u>

בסרטון https://www.youtube.com/watch?v=55CPfc9ij48 נראה תופעה של דיפוזיה של קלי במים. נניח שאנו מסתכלים על תהליך זה לאחר זמן ארוך מאוד. תארו את מצב המערכת לאחר זמן זה? הסבירו.

א. תיאור מצב המערכת:

התצפית בתופעה מלמדת שהכתם מתפשט עם הזמן עד הגעה לפזור אחיד במרחב וקבוע בזמן. בפרט, רוחב הכתם של טיפת גביש קאלי (זהו האזור בו צפיפות חלקיקי הקאלי גבוהה) המונחת תחילה במרכז צלוחית מלאה במים גדל עם הזמן עד הגעה לריכוז אחיד בכל חלקי התמיסה אשר אינו משתנה עם הזמן (בהירות התמיסה קבועה בזמן ואחידה בכל הכלי).

ב. הסבר מצב המערכת:

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים			
נק. מבט מיקרו + מקרו- ממוצע במרחב		**מנק. מבט מיקרו + מקרו ממוצע במרחב ובזמן**	**מנק. מבט מיקרו + הסתברותית**
מיקרו: ממדלים את תנועת החלקיקים עפ"י MD: חוקי ניוטון או RW: התקדמות לאחד מ 4 כיוונים בהגרלת מספר אקראי			
מקרו ממוצע במרחב: גרף צפיפות-זמן	**מקרו ממוצע במרחב:** היסטוגרמת צפיפות-מקום	**מקרו ממוצע במרחב ובזמן:**	**הסתברותית:**
בהמשך, מחשבים את ריכוז החלקיקים המקומי ע"י מספר מוניטורים המחלקים את המערכת (היסטוגרמת צפיפות-מקום) והדוגמים את מספר החלקיקים בכל נק. זמן. מקבלים כי: התפלגות הצפיפות כתלות במקום משתנה בזמן, עד הגעה למצב שיווי-משקל בו בכל המוניטורים במערכת ישנן תנודות אקראיות בערך הצפיפות סביב ערך קבוע של צפיפות אחידה במרחב.	בהמשך, מחשבים את ריכוז החלקיקים המקומי ע"י מספר מוניטורים המחלקים את המערכת (היסטוגרמת צפיפות-מקום) והדוגמים את מספר החלקיקים בכל נק. זמן. מקבלים כי: התפלגות הצפיפות כתלות במקום משתנה בזמן, עד הגעה למצב שיווי-משקל בו בכל המוניטורים במערכת ישנן תנודות אקראיות בערך הצפיפות סביב ערך קבוע של צפיפות אחידה במרחב.	ממוצע ערכי הריכוז המקומי, הנדגמים במהלך זמן המדידה, משתנה בזמן (לדוגמא- ממוצע ערכי הריכוז המקומי במרכז הצלוחית קטן עם הזמן), עד הגעה למצב ש"מ בו הוא קבוע ואחיד בכל רחבי המערכת. בשיווי משקל, התנודות היחסיות (ממוצע גודל התנודה ביחס לריכוז הממוצע) קטנות ככל שמספר החלקיקים גדל (בנפח קבוע). ולכן, במערכת מקרוסקופית זו, גודל התנודה היחסית אפסי ואינו ניתן להבחנה בעין בלתי מזויינת.	לאחר הרבה מהלכים אקראיים ניתן להניח, במערכת מבודדת וללא אינטראקציה בין החלקיקים, כי ישנה הסתברות שווה למצוא חלקיק מסוים בכל המקומות האפשריים במערכת. הדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים.

טבלה 7.10: תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 1 בראיון, מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות

תשובת מומחה מבוססת מודלים מכנו סטטיסטיים			
מנק. מבט מיקרו	**מנק. מבט הסתברותית**	**מנק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן**	
		ממוצע התפלגות ההסתברות	**חוק שני**
במצב ש"מ ישנה הסתברות שווה לקבלת כל אחד ממצבי המיקרו האפשריים $P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}$	בהתבססות על הנחת הסתברות שווה[60], התפלגות ההסתברות בתופעת הדיפוזיה הינה סימטרית סביב ריכוז מקומי אחיד. כלומר, באופן עקרוני ישנה סבירות לקבלת כל ערכי הריכוז המקומי האפשריים, כי לכל פיזור אפשרי יש לפחות מצב מיקרו אחד שמתאים לו, בעל הסתברות שווה לאחרים. אך, ערך הריכוז האחיד הינו המסתבר ביותר, כי לפיזור זה מתאימים מספר מצבי-המיקרו הרב ביותר.	מתוך התפלגות ההסתברות ניתן לחשב את הריכוז המקומי הממוצע על פני הזמן. הריכוז המקומי הממוצע אחיד בכל רחבי המערכת. מערכת הקלי במים הינה מקרוסקופית, ולכן, סטיית התקן היחסית זניחה ($\propto \frac{\sigma_n}{\langle n \rangle}$ $\frac{1}{\sqrt{N}}$ כאשר N הינו מספר החלקיקים). כלומר, במערכת זו לא ניתן לצפות (לא בעין בלתי מזויינת ולא במכשיר מדידה) בסטיות מהריכוז הממוצע שהינו אחיד בכל חלקי המערכת.	ע"פ החוק השני המערכת תתקדם למצב ש"מ שיש בו אנטרופיה מקסימלית. עבור מספר חלקיקים קבוע, האנטרופיה/אנטרופיה לחלקיק גדלה, ככל שהנפח הנגיש לחלקיקים M גדל (חזית הדיפוזיה מתקדמת)/ ככל שריכוז החלקיקים הכולל קטן. אנטרופיה מקסימלית מתקבלת כאשר החלקיקים תופסים את כל נפח המיכל/בריכוז חלקיקים מינימלי תחת אילוצי המערכת (נפח המיכל). עבור נפח קבוע, האנטרופיה/ האנטרופיה ליחידת נפח מקסימלית בריכוז חלקיקים אחיד (לעומת חלוקות לא הומוגניות של חלקיקים באזורים שונים במערכת). כלומר, במצב ש"מ, חלקיקי הקאלי מפוזרים בכל רחבי המערכת ובאופן אחיד.

טבלה 7.11: תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 1 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי מנק. מבט שונות

[60] הנחת ההסתברות השווה קודדה כנק. מבט הסתברותית מכיוון והיא מהווה תשתית לתיאור ההסתברותי.

שאלת prob מובנית לשאלה 1:

מטרת השאלה: כחלק מהבנה מכנו-סטטיסטית של מצב ש"מ, התלמידים צריכים להבחין בין מצבי-מיקרו- פירוט מיקומי כל חלקיקי המערכת, להם יש הסתברות שווה בש"מ, לבין מצבי-מקרו/ערכים של משתנה מקרי- מספר החלקיקים באזורים שונים במערכת, להם ההסתברות נקבעת עפ"י מספר מצבי-המיקרו המתאימים להם. מטרת שאלת ה probing הינה לבחון הבנה זו.

האם בש"מ 2 הסנפשוטים הבאים אפשריים (מיקומי הקולואידים)? אם כן, למי מהם יש הסתברות גבוה יותר- לימני, לשמאלי או לשניהם באותה המידה?



תשובות מומחה אפשריות:

תשובה מבוססת מודל דינמי- הסתברותי
החלקיקים נעים במהלך אקראי, לאחר הרבה מהלכים אקראיים, בו החלקיקים מספקים לדגום את כל המערכת, לכל אחד מהחלקיקים ישנה הסתברות שווה להיות בכל מיקום במערכת (במודל גז-שריג בו מחלקים את המערכת לתאים בהם יכול להימצא לכל היותר חלקיק אחד, הסתברות זו שווה ל 1 חלקי מספר התאים המחלקים את המערכת). לכן, לשני הסנפשוטים האילו ישנה הסתברות שווה.

טבלה 7.12: תשובת מומחה אפשרית, ל prob של שאלה 1 בראיון, מבוססת מודלים דינמיים

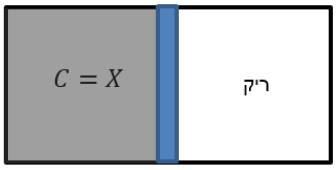
תשובה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי- מיקרו[7]
סנפשוט- "תמונה" המתארת את מיקומי כל הקולואידים בנקודת זמן מסוימת, הינה מצב-מיקרו מסוים של המערכת. במערכת מבודדת בש"מ לכל מצבי המיקרו הסתברות שווה $P(i)=\frac{1}{\Omega_{tot}}$, ולכן, כל מצבי-המיקרו אפשריים באותה המידה.

טבלה 7.13: תשובת מומחה אפשרית, ל prob של שאלה 1 בראיון, מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי

נשים לב, בראיון אחד (מתוך שני הראיונות שנתחתי) שאלת ה prob הנ"ל ניתנה ללא ציון המספרים על החלקיקים.

7.2.2.2 התפתחות למצב ש"מ (שאלה 2)

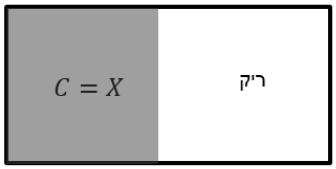
מחיצה מפרידה לשני חלקים מיכל מבודד. בצידה השמאלי של המחיצה יש גז דליל בריכוז X ובצידה הימני ריק. המחיצה אינה מאפשרת לגז לעבור דרכה. ביצעו ניסוי בו מסירים את המחיצה מהמצב הראשוני ונותנים לגז להתפשט.



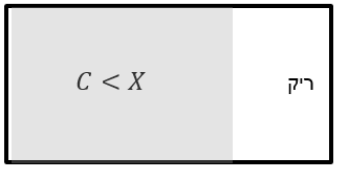
א. להלן שלושה מצבים <u>מאוחרים יותר</u>, אילו מהם לדעתכם אפשרי? מדוע?



i



ii



iii

ב. מה לדעתכם יהיה המצב אחרי הרבה זמן? הסבירו.

<u>תשובות מומחה אפשריות:</u>

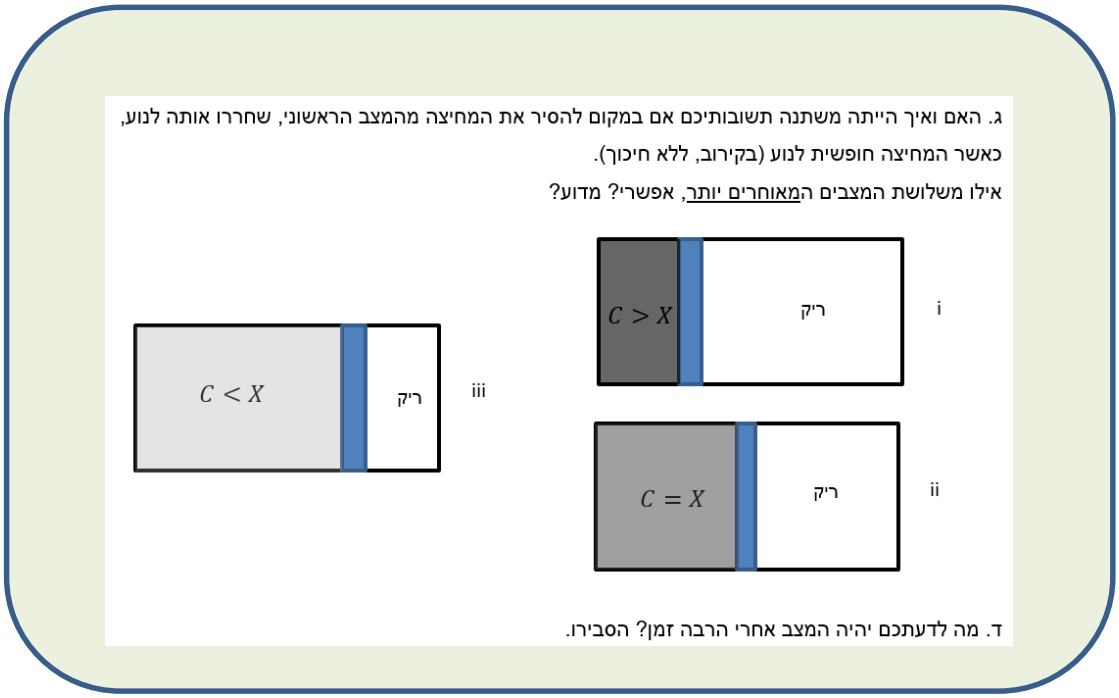
תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים				
מנק. מבט מיקרו	**מנק. מבט מקרו ממוצע במרחב**		**מנק. מבט מקרו-ממוצע במרחב ובזמן**		**מנק. מבט הסתברותית**
א. כל אחד מהחלקיקים בממוצע מתרחק ממקומו ההתחלתי. בפרט, חלקיק הגז נע עפ"י מודל RW, המרחק הממוצע (על הרבה חלקיקים או בזמנים ארוכים על חלקיק יחיד) מהראשית גדל עם הזמן (מתכונתי לשורש הזמן). לכן בחלוף הזמן צבר החלקיקים נראה מתפשט. ולכן, רק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה זמן, נצפה שבממוצע כל אחד מהחלקיקים יבקר בכל רחבי המיכל. ולכן לאחר הרבה זמן הגז תופס את כל הנפח הפנוי במיכל.	היסטוגרמת צפיפות-מקום	גרף צפיפות זמן	היסטוגרמת צפיפות-מקום	גרף צפיפות זמן	א. בהנחה שהחלקיקים נעים על פי מודל מהלך אקראי, הסיכוי שכל החלקיקים הנמצאים בחצי ינועו שמאלה, הוא אפסי. גם הסיכוי שכל החלקיקים יישארו במקומם ההתחלתי אפסי. ולכן, חלק מהחלקיקים נעים ימינה ורק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה מהלכים אקראיים ניתן להניח כי ישנה הסתברות שווה למצוא חלקיק מסוים בכל המקומות האפשריים במערכת. הדבר נכון לכל אחד מהחלקיקים. ולכן, נצפה לקבל מספר דומה של חלקיקים בכל אזור במערכת, כלומר, צפיפות אחידה בכל המיכל.
	א. רוחב האזור בו יש ריכוז גבוה של חלקיקים גדל עם הזמן, עד כדי תנודות קטנות. ולכן, רק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה זמן המערכת מגיעה למצב ש"מ בו בכל המוניטורים במערכת ישנן תנודות אקראיות בערך הריכוז סביב ערך קבוע של ריכוז אחיד במרחב.	א. הריכוז המקומי, לדוגמא-בחצי השמאלי של המערכת, קטן עם הזמן עד כדי תנודות קטנות. ולכן, רק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה זמן המערכת מגיעה למצב ש"מ בו הריכוז המקומי אחיד במרחב וקבוע בזמן עד כדי תנודות קלות.	א. רוחב האזור בו יש בממוצע על פני הזמן ריכוז גבוה של חלקיקים גדל באופן מתכונתי לשורש הזמן. ולכן, רק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה זמן המערכת מגיעה למצב ש"מ בו רוחב האזור בו בממוצע על פני הזמן יש ריכוז גבוה של חלקיקים הינו כל הנפח הפנוי במיכל וישנו ריכוז ממוצע אחיד בכל רחבי המיכל.	א. הריכוז המקומי הממוצע על פני הזמן בחצי השמאלי של המערכת קטן עם הזמן. ולכן, רק מצב iii אפשרי כמצב מאוחר יותר. ב. לאחר הרבה זמן הריכוז המקומי הממוצע על פני הזמן בחצי השמאלי שווה לריכוז בחצי הימני וקבוע בזמן.	

טבלה 7.14: תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 2 בראיון, מבוססות מודלים של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות

תשובת מומחה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי		
מנק. מבט מקרו במרחב ובזמן		**מנק. מבט הסתברותית**
א. עפ"י החוק השני של התרמודינמיקה: בכל תהליך המתקיים במערכת מבודדת מרובת חלקיקים המערכת מתקדמת ממצב-מקרו בעל אנטרופיה (אי וודאות) נמוכה למצב-מקרו בעל אנטרופיה גדולה יותר, או לחילופין, נפח ומספר חלקיקים מסוים. האנטרופיה היחידה שמשתנה בדוגמא זו הינה אנטרופית הסידור המרחבי (אין כניסה או יציאה של אנרגיה קינטית מהמערכת)		א. כל אחד מהמצבים המאוחרים יותר הינו מצב-מקרו המוגדר ע"י ערך ריכוז או נפח ומספר חלקיקים. כל מצבי-המקרו אפשריים מכיוון ולכל אחד ממצבי-מקרו אלה יש מצבי-מיקרו המתאימים להם. אך, למצב ה iii מתאימים הרבה יותר מצבי-מיקרו אפשריים מכיוון והנפח הנגיש לחלקיקים הוא הגדול ביותר (מאשר לשאר המצבים הנתונים בסעיף זה) ולכן ההסתברות לקבלתו הרבה יותר גבוה מאשר ההסתברות לקבלת שאר המצבים. ב. לאחר הרבה זמן מצב המקרו בו החלקיקים תופסים את כל שטח המערכת הינו בעל מספר מצבי-מיקרו גדול בהרבה משאר מצבי-המקרו ולכן ישנה ההסתברות גבוה שנמצא את המערכת במצב זה. ההסתברות לשאר מצבי-המקרו הינה זניחה.
ולכן, מצב iii אפשרי, בהתאמה לכך שאנטרופיית המערכת גדלה ככל שהנפח הנגיש לחלקיקים, M, הולך וגדל (כאשר מספר החלקיקים N נשאר קבוע): $S=\ln (M!)/(N!*(M-N)!)$ ב. לאחר הרבה זמן, המערכת תגיע לאנטרופיה מקסימלית- החלקיקים תופסים את כל נפח המיכל. זהו מצב שיווי-המשקל של המערכת.	ולכן, מצב iii אפשרי, בהתאמה לכך, שאנטרופיית המערכת פר-חלקיק גדלה ככל שהריכוז קטן: $S/N = \frac{1}{c}(-c\ln c-(1-c)\ln(1-c))$ ב. לאחר הרבה זמן, המערכת תגיע לאנטרופיה מקסימלית- ריכוז חלקיקים מינימלי תחת אילוצי המערכת (נפח המיכל), כלומר, החלקיקים תופסים את כל נפח המיכל. זהו מצב שיווי-המשקל של המערכת.	

טבלה 7.15: תשובות מומחה אפשריות, לשאלה 2 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי ומנק. מבט שונות

<u>סעיף ג'+ ד' - שאלת prob מובנית לשאלה 2:</u>



<u>מטרת השאלה:</u> בחינת "נאמנות" התלמידים למודל המכנו-סטטיסטי. בפרט, הערכתי היא כי תלמידים יענו על סעיפים א' וב' באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה, ולכן, אני מעוניין לבדוק האם הם ימשיכו להשתמש בחוק זה גם בהקשר המכוון לתיאור דינמי- התנגשות החלקיקים עם המחיצה. לכן, בהנחה שתשובת התלמידים להקשר ללא-המחיצה הינו מבוסס מודל מכנו-סטטיסטי, תשובתם לשאלה זו יכולה להעיד על נאמנותם למודל זה.

תשובת מומחה מבוססת מודלים של דינמיקת החלקיקים
מכיוון והמחיצה חופשית לנוע ללא חיכוך כבר בעקבות התנגשות עם חלקיק יחיד המחיצה תנוע ימינה עד הקיר. אולם השאלה היא להיכן יגיע הגז. אנו מניחים שהמחיצה הינה גוף קשיח, כלומר, ללא דרגות חופש פנימיות, ולכן אין אבדן אנרגיה ממערכת החלקיקים והמחיצה לדרגות חופש פנימיות אחרות. בפועל, קיבלנו מקרה זהה למקרה הראשון, לגז יש את כל נפח הכלי להתפשט אליו, ובהתאם, התשובה לא תשתנה. כלומר, כל אחת מתשובות המומחה המוצגות בטבלה X אפשרית גם בהקשר זה.

טבלה 7.16: תשובת מומחה אפשרית, ל prob מובנה של שאלה 2 בראיון, מבוססת מודל של דינמיקת החלקיקים ומנק. מבט שונות

תשובת מומחה מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי	
נק. מבט מקרו במרחב ובזמן	**נק. מבט הסתברותית**
מכיוון והמחיצה חופשית לנוע ללא חיכוך כבר בעקבות התנגשות עם חלקיק יחיד המחיצה תנוע ימינה עד הקיר. אולם השאלה היא להיכן יגיע הגז. אנו מניחים שהמחיצה הינה גוף קשיח, כלומר, ללא דרגות חופש פנימיות, ולכן אין אבדן אנרגיה ממערכת החלקיקים והמחיצה לדרגות חופש פנימיות אחרות.	
ובהתאם, האנטרופיה היחידה שמשתנה בתהליך הינה אנטרופית הסידור המרחבי. בפועל, קיבלנו מקרה זהה למקרה הראשון, לגז יש את כל נפח הכלי להתפשט אליו, והאנטרופיה שיש להתחשב בה היא זו הקשורה בסידורי החלקיקים. בהתאם, התשובה לא תשתנה, כלומר, הגז יתפשט ברחבי הכלי כך שאנטרופית המערכת תגדל, בהתאם לחוק השני.	ובהתאם, מצבי-המיקרו היחידים שמשתנים בתהליך זה הינם מצבי-המיקרו של הסידור המרחבי. בפועל, קיבלנו מקרה זהה למקרה הראשון, לגז יש את כל נפח הכלי להתפשט אליו, ומצבי-המיקרו שיש להתחשב בהם הינם אילו הקשורים בסידור המרחבי של החלקיקים. בהתאם, התשובה לא תשתנה, כלומר, הגז יתפשט ברחבי הכלי כך שמספר מצבי-המיקרו האפשריים גדל ולכן ההסתברות גדלה.

טבלה 7.17: תשובת מומחה אפשריות, ל prob מובנה של שאלה 2 בראיון, מבוססות מודל מכנו-סטטיסטי ומנק. מבט שונות

נשים לב, בראיון אחד ההקשר עם המחיצה ניתן לפני ההקשר ללא-המחיצה, אך, גם בראיון זה, ההקשר עם המחיצה יכול לשמש כ prob הבוחן את נאמנות התלמיד למודל המכנו-סטטיסטי.

7.2.2.3 שאלת prob מובנית לשאלה 1 ו 2

a. באיזה מודל השתמשתם בכדי להסביר את התופעות בשאלה 1 ו 2? (במילה "מודל" הכוונה להנחות פישוט/מושגים המשמשים לתיאור המערכת (אם יש), תנאי התחלה, הנחות המודל המאפשרים להסביר את התופעה).

b. אילו מודלים נוספים למדתם המאפשרים להסביר את התופעה?

c. מדוע בחרתם להשתמש במודל X ולא במודל Y? מה היתרונות והחסרונות של כל מודל?

תרשים 7.6: שאלות prob מובנות בראיון, שנשאלו לאחר שתי השאלות הראשונות בהם התלמיד תיאר והסביר, באופן יחסית חופשי, את מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה (שאלה 1) ואת ההתפתחות לעבר מצב זה (שאלה 2)

מטרת השאלה: לבדוק האם התלמיד מבחין בין המודלים השונים ובירור הסיבה בגינה בחר התלמיד להשתמש במודל זה או אחר בתשובתו לתיאור הדיפוזיה. שאלות אילו נשאלו לאחר שהתלמיד ענה על שתי השאלות הראשונות בראיון (שאלה 1- עוסקת במצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה. ושאלה 2- בהתפתחות בזמן של גז מתפשט הדומה לתופעת הדיפוזיה). לעיתים שאלה a לא נשאלה ובמקום זאת המורה שיקף לתלמיד מה המודל בו התלמיד השתמש בבואו להסביר את תופעת הדיפוזיה.

7.2.2 גישת ניתוח הנתונים- פוסט דחוי (ראיון)

מטרת הניתוח העיקרית של ראיונות אילו, אינו בחינת הבנת התלמידים, אלא, בחינת הנגישות של מודלים ונקודות מבט שונות לתלמידים בבואם להסביר את תופעת הדיפוזיה, וסיבה אפשרית להשתמשות במודלים אילו. לשם כך, ניתוח וסיכום ממצאי הריאיון יתבצע באופן הבא:

A. שכתוב קטעים מרכזיים בריאיון וקידוד היגדי התלמיד המביעים מודל ונקודת מבט מסוימים. הדבר ייעשה באופן הבא: היגדים או רצפי הגידים המביעים שימוש במודלים שונים הובחנו באמצעות צבע הפונט: דינמי- שחור ומכנו-סטטיסטי- אדום. היגדים או רצפי הגידים המביעים תיאור מנקודות מבט שונות הבחנו באמצעות דגשים בצבעים שונים: מיקרו-צהוב; מקרו ממוצע במרחב- תכלת; מקרו ממוצע במרחב ובזמן -ירוק; הסתברותית- אפור. במהלך שכתוב הריאיון אציג פרפראזות המסכמות את תשובות התלמיד ולעיתים אציג הסבר לכוונת שאלות המורה. בכדי להבחין בין הנאמר בראיון ובין הפראפרזות והסברים, האחרונים ייכתבו בפונט מודגש ולפניהם ייכתב "א.ש." (ראשי תיבות אריאל שטיינר).

B. מתן משקלים שונים להיגדים השונים. במהלך הראיונות כמראיין התפתחתי במידת ההכוונה שלי את הריאיון, מהתרכזות בהיבטים שמלכתחילה העסיקו אותי, ולעבר התאמתי לבירור דרכי החשיבה שמביא התלמיד. מאחר ובסה"כ אנתח שני ראיונות, אני אציג ראיון אחד בו "זרמתי" עם הרעיונות איתם התלמיד הגיע לראיון (הריאיון עם s6, סעיף 7.2.3.1) - המודל ונק. המבט נאמרים באופן עצמאי ע"י התלמיד או באמצעות שאלה מנחה בה התלמיד מתבקש להתייחס לרעיונות אותן הוא העלה קודם, וראיון אחד בו היו מספר חלקים בהם לא "זרמתי" עם הרעיונות איתם התלמיד הגיע לראיון (הריאיון עם s8, סעיף 7.2.3.2) - המודל ונק. המבט נאמרים לאחר בקשה מפורשת מהמורה לשלוף רעיונות חדשים אותן התלמיד לא העלה קודם (ואח"כ התלמיד מתבקש גם להתייחס לרעיונות אילו). במהלך שכתוב הריאיון אפריד בין חלקים אילו ע"י הכותרות "שאלה פתוחה" ו "prob מתון", בהתאמה.

דוגמא לשאלה בה זרמתי עם רעיונות התלמיד- המורה מבקש מהתלמיד לקשר בין רעיונות קודמים:

אריאל- ... "תקשר לי בין הדברים שאמרת. למה לא, הם נעים בצורה אקראית והמצב המסתבר ביותר יהיה שהם יהיו בשליש מהכלי?"

דוגמא לשאלה בה "לא-זרמתי" עם רעיונות התלמיד- המורה מבקש מהתלמיד, באופן מפורש, לתת הסבר שהוא לא שלף קודם:

אריאל: " אז השאלה שלי... איך אתה יכול להגיד כמותית שהריכוז אחיד?... כאילו כמו מה שאמרת על האנטרופיה, ספרת משהו כמותי, אמרת M גדל, מספר האפשרויות גדל "

החשיבות של הבחנה זו הינה בפרשנות שאתן לרעיונות העולים מהחלקים השונים בראיון בו לא תמיד "זרמתי" עם התלמיד (הריאיון עם s8, סעיף 7.2.3.2):

- רעיונות העולים במהלך החלקים בהם "זרמתי" עם תשובת התלמיד- רעיונות מרכזיים באופן בו התלמיד מסביר ומתאר את תופעת הדיפוזיה.
- רעיונות העולים במהלך החלקים בהם "לא-זרמתי" עם תשובת התלמיד- רעיונות הנגישים לתלמיד בבואו להסביר ולתאר את תופעת הדיפוזיה.

7.2.3 ממצאים - פניית התלמידים לנקודות מבט/מודלים שונים להסבר התנהגות המערכת

בסעיפים הבאים (7-2.3.3.7.2.3.1) אתאר את ממצאי הריאיון של שני תלמידים. תלמידים אילו הראו רמת תלמידאות גבוה במהלך שנת הלימודים וממצאי שאלון הקדם מראים כי הם הגיעו בתחילת השנה עם נקודות מבט שונות באמצעותם הם מתארים את המערכת, כדלהלן:

s6 - הדגיש את תנועתם האקראית של החלקיקים (מיקרו) וההסתברות לקבלת מצבי מערכת שונים בש״מ.

s8 - תיאר את המערכת מנקודת מבט מקרו-ממוצע במרחב ובזמן, תיאר את מצב ש״מ כמצב בו הממוצע על פני הזמן של הריכוז המקומי הינו אחיד בכל המערכת.

כל אחד ממקרי הבוחן יחולק לשלושה תתי-סעיפים:

I. מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד היגדי התלמידים למודלים ולנקודות המבט השונות ופראפרזה של רעיונות מרכזיים.

II. התפתחות לעבר מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד היגדי התלמידים למודלים ולנקודות המבט השונות ופראפרזה של רעיונות מרכזיים.

III. הסיבה בגינה בחר התלמיד להשתמש במודל זה או אחר: שכתוב הריאיון ופראפרזה של רעיונות מרכזיים.

סיכום הממצאים יינתן בסעיף 7.2.4.

7.2.3.1 מקרה א'- תנועה אקראית וחיזוי הסתברותי בתופעת הדיפוזיה (s6)

<u>I. מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד ההיגדים ופראפרזה של רעיונות מרכזיים</u>

<u>שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:</u>

1. בסרטון https://www.youtube.com/watch?v=55CPfc9ij48 נראה תופעה של דיפוזיה של קלי במים. נניח שאנו מסתכלים על תהליך זה לאחר זמן ארוך מאוד. תארו את מצב המערכת לאחר זמן זה? הסבירו.

s6- כל הנוזל היה באותו צבע, הקלי היה מתערבב בצורה אחידה בכל המערכת.

אריאל – איך הייתה כמותית יכול לבדוק את זה?

s6- כמותית? שיש התפזרות אחידה

אריאל – כן

s6 – לצלם את המערכת ובעזרת פונ ה log ב tracker למדוד את הבהירות ולהגיע למסקנה שהיא שווה בכל הכלי.

אריאל – אוקי, והבהירות הזאת, ההתפזרות הזאת, מהי בעצם מאפיינת?

s6 – ש״מ, מערכת מגיעה לש״מ, שכל הקלי התמוסס לגמרי ומפוזר בצורה שווה בכל המערכת

א.ש – התלמיד מתאר את מצב שיווי המשקל כפי שמתקבל מהניסוי

<u>שאלה פתוחה: התלמיד מסביר את התופעה הניסויית</u>

אריאל – מה גורם לו?

s6 – להתפזר בצורה שווה?

אריאל – להיות מפוזר בצורה שווה, אנחנו מסתכלים על המצב עצמו

...

s6 – כן, החלקיקים של הקלי זזים בצורה אקראית, בתוך, בין חלקיקי המים, והמצב המסתבר ביותר הוא שכולם יהיו מפוזרים בכל הכלי, ולא מרוכזים בנקודה אחת.

א.ש – התלמיד משתמש בהסבר הסתברותי מבוסס RW: בגלל התנועה האקראית של החלקיקים המצב הסתבר ביותר הינו המצב בו החלקיקים מפוזרים בכל הכלי.

שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד לקשר בין RW לבין הסתברות לפיזור אחיד

אריאל- למה? למה זה המצב המסתבר ביותר? תקשר לי בין הדברים שאמרת. למה לא, הם נעים בצורה אקראית והמצב המסתבר ביותר יהיה שהם יהיו בשליש מהכלי?

א.ש. - המורה מבקש מהתלמיד להסביר את הקשר שבין התנועה האקראית לבין זה שהמצב המסתבר ביותר הינו שהחלקיקים יהיו מפוזרים בכל הכלי.

s6 – כי יש הכי הרבה אפשרויות, החלקיקים לא יכולים להיות אחד בתוך השני, ויש הכי הרבה אפשרויות של פיזור שהם מתפזרים על כל המערכת, על כל, הכי הרבה מצבי-מיקרו שהקאלי מפוזר על כל המערכת, שזה מצב-מקרו אחד. והרבה פחות מצבי-מיקרו למצב-מקרו שכל החלקיקים מרוכזים באפילו חצי המערכת.

א.ש. – התלמיד עובר להסבר הסתברותי מבוסס מודל מכנו-סטטיסטי: המצב בו החלקיקים מפוזרים בכל הכלי הינו מצב-המקרו המסתבר ביותר בגלל שלמצב זה מתאימים מספר מצבי-המיקרו הרב ביותר. כאשר מצב- מקרו מוגדר כפיזור מסוים של חלקיקים בכלי, לדוגמא- החלקיקים מפוזרים בכל הכלי, החלקיקים מרוכזים בחצי הכלי.

אריאל – ואיך זה קשור לתנועה האקראית? התחלת בתיאור של התנועה האקראית ואח״כ התחלת לדבר בצורה

s6 – בצורה הסתברותית

אריאל – בצורה הסתברותית, בצורה של מצבי-מיקרו

s6 – בגלל שהתנועה האקראית, בגלל שאני לא יכול להחליט בדיוק איפה כל חלקיק יהיה, אני חייב לדבר על הסתברות, איפה הכי הגיוני שהוא יהיה? איפה הכי סביר שיהיה? וכאילו לנחש לאיזה מצב זה יגיע...התנועה האקראית מחייבת, אי-אפשר להחליט בדיוק לאיזה מצב החלקיקים יגיעו, אז צריך, חייבם להתחיל לדבר על המצב המסתבר ביותר. יכול להיות שבהסתברות מאוד נמוכה כל החלקיקים יהיו מרוכזים במקום אחד של הצלחת אחרי המון זמן, אבל, בגלל שהם זזים בצורה אקראית זה מאוד לא סביר. אי-אפשר להחליט בדיוק איפה הם יהיו צריך להחליט מה הכי סביר

א.ש. – התלמיד מסביר כי הוא מתאר את המערכת בצורה הסתברותית בגלל התנועה האקראית של החלקיקים, בגלל תנועה זו, לא ניתן להחליט לאיזה מצב החלקיקים יגיעו, ולכן חייבים לדבר באופן הסתברותי. כלומר, המניע של התלמיד לתאר את המערכת באופן הסתברותי הוא תנועתם האקראית של החלקיקים.

...

שאלה פתוחה: המורה מקשה על הקישור, בין RW לבין הסתברות, שהתלמיד נתן[61]

[61] אמנם המורה מקשה על הרעיונות שהתלמיד העלה קודם אך לא דורש ממנו במפורש להעלות רעיונות שהוא לא העלה ולכן שאלה זו מוגדרת כ״פתוחה״.

אריאל – ז״א, בגלל שהם נעים אקראית אי-אפשר להחליט איפה הם יהיו. אבל אם אני עוקב אחר סימולציה של תנועה אקראית, אני ידוע שאם חלקיק יהיה פה, אני באמת לא יודע לאיזה מארבעת הכיוונים הוא יהיה, אבל אני יודע שהוא יהיה משבצת אחת/צעד אחד מהמקום שהוא היה.

א.ש- המורה מקשה על הטענה שהתנועה האקראית לגמרי לא מאפשרת להחליט היכן החלקיקים ימצאו: אנו יכולים לדעת שהחלקיק בכל צעד זמן יהיה משבצת אחת/צעד אחד מהמקום הקודם שהוא היה

s6 – אבל יכול להיות שהוא יישאר בדיוק, באופן עקרוני, יכול להיות שהוא יישאר בדיוק באותן שתי משבצות ויעשה הלוך/חזור/הלוך/חזור

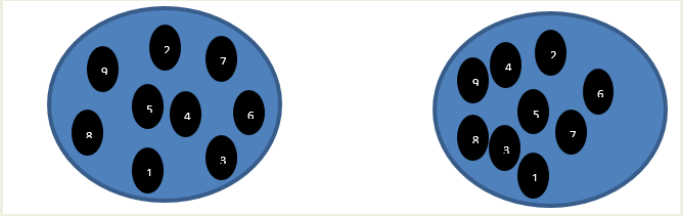
אריאל – אבל בכל צעד זמן אני יודע שהוא יהיה, אני לא יודע בדיוק איפה הוא יהיה, אבל שהוא יהיה

s6 – אבל לא מדובר על צעד זמן אחד...מדובר על הרבה מאוד צעדי זמן. מספיק צעדי זמן שהוא יכול להגיע מקצה אחד לקצה השני, ואז אי-אפשר להחליט איפה הוא יהיה

א.ש – שאלה זו גרמה לתלמיד להגיע להבנה או להחצין את טענתו, שחוסר ההודאות המוחלט שיש לנו לגבי החלקיק שנע באופן אקראי הינו בסקלת זמן בה הרבה תנועות התרחשו, זו המוטיבציה שניתנה בכיתה להנחת ההסתברות השווה. בעצם זו היא מעיין הנחת הסתברות שווה אך לא על כל מצבי-המיקרו (כל המיקומים האפשריים של כל החלקיקים) אלא על כל המיקומים האפשריים של חלקיק אחד. נשים לב, התלמיד אינו מתבסס על המודל המכנו-סטטיסטי בתשובתו/אינו מציין את הנחת ההסתברות השווה, אלא, מתבסס על מודל RW בכדי להגיע למסקנה שסקלת זמן בה הרבה צעדים התרחשו מיקומו של חלקיק במערכת הינו אקראי.

שאלת prob מובנית לשאלה 1; שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:

האם בש״מ 2 הסנפשוטים הבאים אפשריים (מיקומי הקולואידים)? אם כן, למי מהם יש הסברות גבוה יותר- לימני, לשמאלי או לשניהם באותה המידה?



s6 – אפשריים?

אריאל – כן, האם בש״מ, שאמרת שזה אחרי הרבה מאוד זמן

s6 – אפשריים, כן שניהם אפשריים

אריאל- למה שניהם אפשריים?

s6 – בגלל התנועה האקראית, אז כל מצב הוא אפשרי, חוץ ממצב בו יש שני חלקיקים באותו המקום

א.ש.- התלמיד שוב מסביר (באופן ספונטני) את היתכנות כל המצבים בהתבססות על תנועתם האקראית של החלקיקים. זאת למרות, הדיון הקודם. דבר המראה כי נק. מבט זו חזקה מאוד אצלו.

אריאל- אוקי, ולמי יש הסתברות גבוה יותר?

א.ש – המורה מנסה לבחון האם התלמיד מבחין בין מצבי-מיקרו להם יש הסתברות שווה לבין מצבי-מקרו/ערכים של משתנה מיקרי, עבורם ההסתברות תלויה במספר מצבי-המיקרו המתאימים להם.

s6 – לזה (א.ש. התלמיד מצביע על הסנפשוט השמאלי)

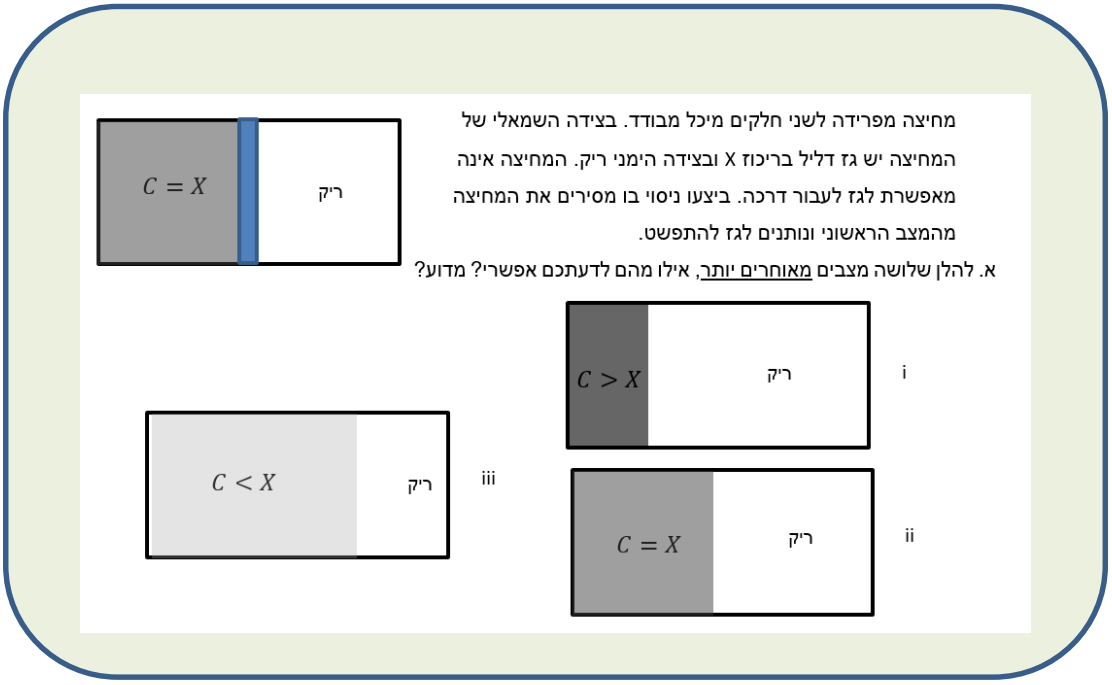
אריאל – למה לזה יש הסתברות גבוה יותר?

s6 – בגלל שבעצם (א.ש. – הפסקה ארוכה) אם... שני מצבי מיקרו... אז לשניהם יש אותה ההסתברות... בגלל שלכל חלקיק יש את אותה ההסתברות להגיע למקום מסוים, וכשאני יודע מה המיקום של החלקיקים, אז אני יודע שיש ל "1" את אותה ההסתברות להגיע לכאן ולכאן (א.ש. – מצביע על מיקום קולואיד "1" בכל אחד מהסנפשוטים), ויש ל "3" את אותה ההסתברות להגיע לכאן או להגיע לכאן, וככה לכולם. ואז אם אני מחבר את הכל זה יוצא אותו הדבר.

א.ש. – התלמיד מבחין כי בשאלה מתוארים שני מצבי-מיקרו והוא מבין כי הסתברותם שווה. הוא אינו רק מצטט את הנחת ההסתברות השווה, אלא, מתאר כיצד הנחה זו מתקבלת, כנראה, על סמך מהלך אקראי. בפרט, התלמיד טוען כי ישנה הסתברות שווה לחלקיק מסוים להיות בכל מקום במערכת. ראינו מקודם כי הוא מבין שהסתברות שווה זו מתקבלת מהרבה מהלכים אקראיים- " מדובר על הרבה מאוד צעדי זמן. מספיק צעדי זמן שהוא יכול להגיע מקצה אחד לקצה השני, ואז אי-אפשר להחליט איפה הוא יהיה". אחר-כך, התלמיד טוען שדבר זה נכון לכל אחד מהחלקיקים, ולכן, ישנה הסתברות שווה לכל מצבי-המיקרו (פירוט מיקום כל החלקיקים.

II. התפתחות לעבר מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד ההיגדים ופראפרזה של רעיונות מרכזיים

שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:



s6: כולם אפשריים.

אריאל: אוקי, למה?

s6: שוב, בגלל שהתנועה אקראית אז אי-אפשר להחליט האם הגז יתפשט ויתפוס יותר נפח או שיישאר בדיוק באותו הנפח או שהוא אפילו יתכווץ. אבל כן אפשר להגיד שהמצב השלישי שבו הוא יתפשט ויתפוס יותר נפס הוא המסתבר יותר. בגלל שהגז יותר צפוף אז יש לו מספר מצבים מוגבל, הוא הולך למצב המסתבר ביותר, כאילו הוא תופס א... כאילו הוא מתפזר בצורה שווה בין כל המקומות הפנויים כי זה המצב המסתבר ביותר. ואז כשנוספים עוד מקומות פנויים, אז המצב המסתבר ביותר יהפוך להיות להתפזר בצורה שווה בין כל המקומות הפנויים. אחרי המון זמן הגז ימלא את כל נפח הקופסא... החלקיקים רוצים לתפוס אה, הם זזים בצורה אקראית כאילו יש הכי הרבה אפשרויות לסידור, שהם מפוזרים על פני כל המערכת... וזה אומר שמצב-המקרו עם הכי הרבה אפשרויות לסידור, הכי הרבה מצבי-מיקרו הוא המסתבר ביותר.

א.ש.- התלמיד אומר שבגלל התנועה האקראית של החלקיקים כל המצבים אפשריים, אך, המצב iii הוא בעל מצבי-המיקרו הרב ביותר ולכן הוא המסתבר ביותר. בפרט- מספר מצבי-המיקרו גדל ככל שהצפיפות קטנה או כאשר הנפח הפנוי גדל.

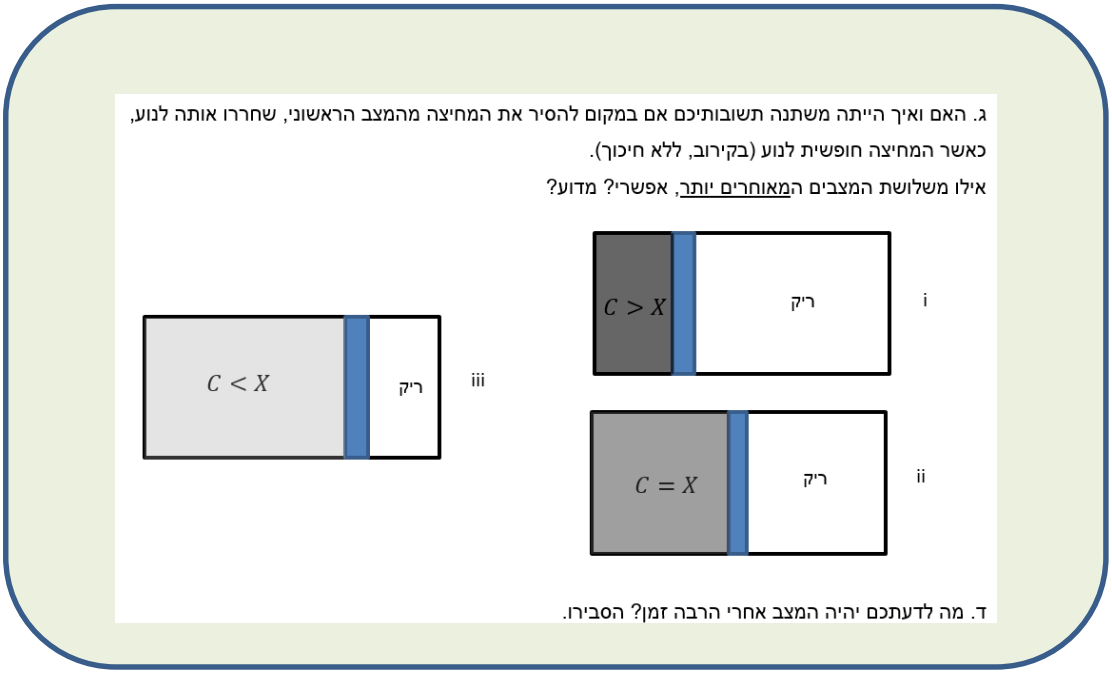
<u>שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד להגדיר "מצב מקרו" ו"מצב-מיקרו"</u>

אריאל: איך הייתה מגדיר "מצב-מקרו" ו"מצב-מיקרו"?

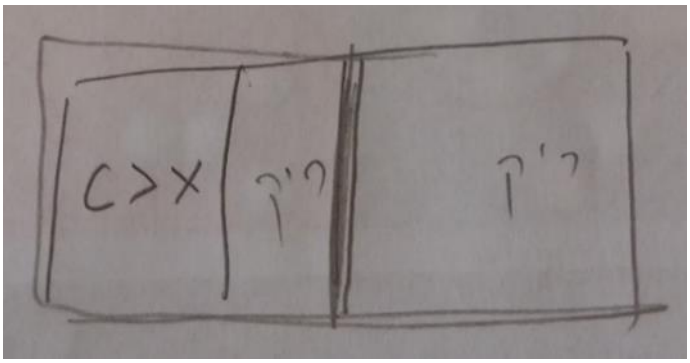
s6: אלה מצבי- מקרו (א.ש.- מצביע על תמונות המיכל והגז שבשאלה)...מצב-המקרו זה המקום של כלל החלקיקים בלי להתחשב באיפה כל חלקיק נמצא. כאילו לא למספר, בלי להבדיל בין החלקיקים. ומצב-מיקרו זה שאני אומר בדיוק איפה כל חלקיק ואני נותן לו שם ומספר ומבדיל ביניהם.

א.ש. – התלמיד מתאר מצב-מקרו כערך של המשתנה המקרי – "מספר החלקיקים באזור מסוים במערכת", מבלי לדעת מי מהחלקיקים נמצא באזור זה. לדוגמא- 4 חלקיקים נמצאים בחצי הימני של הקופסא (ולכן מודגש בתכלת המציינת נק. מבט מקרו ממוצע במרחב). בניגוד למצב-מיקרו המציין היכן נמצא כל חלקיק וחלקיק. לדוגמא: חלקיקים "1", "3", "4" ו "8" נמצאים בחצי הימני של הקופסא וחלקיקים "2", "5", "6" ו"7" נמצאים בחצי השמאלי.

<u>סעיפים ג'+ד'- שאלות prob מובנית לשאלה 2; שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:</u>



s6: אני מניח ששני אילו אפשריים (א.ש.- מצביע על מצב ii ו iii) ... בגלל שאו שהחלקיקים יישארו באותו מקום ולא יתנגשו במחיצה, או, שהחלקיקים יתנגשו במחיצה וידחפו אותה הצידה, שני המצבים אפשריים. המצב הזה לא אפשרי בגלל שיכול להיות שהחלקיקים כן בסוף יתרכזו באיזשהו צד, אבל, המחיצה לא תזוז איתם, בגלל שאין פה מה שידחוף אותה. (א.ש- s6 מתחיל לצייר, ראו תרשים 7.7)



תרשים 7.7: ציור של s6 בו הוא מסביר שהמחיצה לא יכולה לנוע אם אין חלקיקים לידה

יכול להיות מצב כזה שפה C>X (א.ש.- מצביע על האזור שבו כתוב C>X), אבל המחיצה היא עדיין כאן (א.ש. – מצביע על הקו העבה שבאמצע המלבן), כי אין מה שידחוף אותה חזרה... אין מה שידחוף אותה חזרה...אז שני אילו המצבים האפשריים (א.ש. – ii ו iii), ולפי דעתי הכי הגיוני שהמצב הזה יקרה בגלל שהחלקיקים זזים ומתנגשים במחיצה ודוחפים אותה הצידה, בגלל שאין שום דבר שעוצר אותה, ודוחפים אותה, וימשיכו לדחוף אותה עד שתתקע בקיר.

...

אריאל: למה זה אפשרי? "שתיים" (א.ש.- מצב ii)

s6: אם במקרה החלקיקים לא נתקעים בקיר, במחיצה. לא יודע מאיזו שהיא סיבה. יוצא והחלקיקים לא נתקעים במחיצה אז היא לא תזוז.

א.ש.- התלמיד אומר שמצבים ii ו iii אפשריים כי החלקיקים יכולים להישאר במקום ולא להתנגש במחיצה (מצב ii) או להתנגש במחיצה ולדחוף אותה הצידה (מצב iii). אך, מצב iii הכי הגיוני, מכיוון והחלקיקים זזים, מתנגשים במחיצה וימשיכו לעשות זאת עד שהמחיצה תגיע לקצה הימני של הקופסא. אך, מצב i לא אפשרי, כי, אמנם, יש אפשרות שהחלקיקים יתרכזו אך אין מה שזיז את המחיצה איתם, אין מה שידחוף אותה מימין.

ראינו מקודם כי התלמיד סובר שמצב ii ו i אפשריים בגלל התנועה האקראית של החלקיקים, לכן, ההתייחסות שלו לאפשרות מצבים אילו הודגשה באפור.

שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד להסביר מדוע הוא עבר מהסבר הסתברותי להסבר דינמי[62]

אריאל: אוקי, ויש לי שאלה- למה אתה משנה את התשובה שלך? פה אתה דברת במונחים הסתברותיים, נכון? (א.ש.- סעיפים א' וב')

s6: כן

[62] אמנם שאלה זו היא טריגר להעלאת רעיונות חדשים אך היא אינה מבקשת באופן מפורש מהתלמיד להעלות רעיונות חדשים והיא לא מבקשת ממנו להתייחס לרעיונות שהוא העלה קודם, ולכן, שאלה זו מוגדרת כ"שאלה פתוחה".

אריאל: "יותר מצבי-מיקרו פחות מצבי-מיקרו" (א.ש.- מצטט את התלמיד) ופה דברת במושגים מכניים של התנגשויות. (א.ש. – סעיף ג')... למה שינית?

s6: לא בהכרח שינית... כי יש פה עוד מרכיב. אני יכול להגיד שהדבר המסתבר ביותר שהחלקיקים יתנגשו במחיצה, ואז המחיצה תזוז, בגלל המכניקה. ואז הם ימשיכו להתפזר ולהתנגש בה. והיא תמשיך לזוז עד הסוף.

... בגלל שהחלקיקים זזים באופן אקראי והם רוצים להתפזר על פני כל המרחב, וזה כורך התנגשות בקירות, כל הקירות. ברגע שהחלקיק בקצה יש לו 25% להתנגש במחיצה ולדחוף אותה הצידה. והחלקיקים רוצים להיות, כאילו, הסתברות גבוה שהם יגיעו לקצה בגלל שיש יותר אפשרויות לסידור ככה, ואז יש הסתברות גבוה שהם יתנגשו במחיצה...החלקיקים רוצים להתפזר בצורה שווה בין כל המערכת עד למחיצה. זה אומר, שיהיו שורות או שריג כלשהו של חלקיקים, ויהיו יחסית הרבה חלקיקים, כאילו יהיו חלקיקים שינוחו על המחיצה. ואז אם הם יתחילו לזוז יש לכל חלקיק 25% שהוא יפגע במחיצה ויזיז אותה, ואז יגדל הנפח, ועוד חלקיקים יבואו ויצטרפו לצד של המחיצה ויפגעו בה, עד שהיא תגיע לקצה. זה יותר מסתבר מאשר כל החלקיקים שפה (א.ש. – מסמן על האזור הצמוד למחיצה, מהצד בו יש חלקיקים[63]), שהם מפוזרים גם בצורה אקראית, לא יפגעו במחיצה.

...

א.ש.: תשובת התלמיד משלבת מודל מכנו-סטטיסטי, מודל RW ומודל MD:

הסתברות מבוססת מודל-מכנו סטטיסטי- בגלל מספר מצבי-המיקרו הגדול יותר, החלקיקים מפוזרים במידה שווה בכל הנפח התחום ע"י המחיצה, ובפרט ישנם חלקיקים הצמודים למחיצה. הסתברות מבוססת מהלך אקראי- החלקיקים הצמודים למחיצה נעים באופן אקראי לאחד מארבע כיוונים אפשריים (בשריג דו-ממדי), לכל חלקיק יש סיכוי של 25% שיפגע במחיצה ויזיז אותה. ולכן, ישנה הסתברות גבוה שלפחות אחד מהחלקיקים הצמודים למחיצה ינוע לכיוונה/יפגע בה.

מודל MD- ולכן, המחיצה תנוע, יגדל הנפח...

וחוזר חלילה, עד שהיא תגיע לקצה.

III. הסיבה בגינה בחר התלמיד להשתמש במודל זה או אחר: שכתוב הראיון ופראפרזה של רעיונות מרכזיים

a. **באיזה מודל השתמשתם בכדי להסביר את התופעות בשאלה 1 ו 2? (במילה "מודל" הכוונה להנחות פישוט/מושגים המשמשים לתיאור המערכת (אם יש), תנאי התחלה, הנחות המודל המאפשרים להסביר את התופעה).**
b. **אילו מודלים נוספים למדתם המאפשרים להסביר את התופעה?**
c. **מדוע בחרתם להשתמש במודל X ולא במודל Y? מה היתרונות והחסרונות של כל מודל?**

אריאל: מה ששמתי לב, על שתי השאלות ששאלתי אותך, האמת זה לא היה בדיוק חד וחלק, מה שאני עומד להגיד, פה (א.ש. – שאלה 1) התחלת לדבר לתאר את זה בתנועה אקראית,

[63] יש צילום וידאו של הסבר זה

אבל אז כששאלתי אותך "מדוע זה המצב המסתבר ביותר?" אז כבר עברת למודל התרמו-סטטיסטי שלמדנו השנה עם מצבי-מיקרו ומקרו

s8: נכון

אריאל: ופה גם המשכת את זה את הספור הזה (שאלה 2 סעיפים א' וב'). ובו נעזוב רגע את המחיצה (א.ש.- במחיצה הוא השתמש במודל דינמי ובהסתברות ממבוססת RW ומכנו-סטטיסטי). המשכת עם המודל הזה, בעיקר התרכזת במודל הזה. והשאלה שלי היא, אבל קישרת אותו לתנועה האקראית, אילו מודלים נוספים למדתם או למדת שמאפשרים להסביר את התופעות הזו והזו? של 1 ו 2. (א.ש.- המוצגות בשאלות 1 ו 2, חוץ מ 2 ג' עם המחיצה).

...

s6: להסביר את זה? אפשר להשתמש בשלושתם (א.ש.- במודל MD, RW ומכנו סטטיסטי)

א.ש.- המורה אומר לתלמיד שהוא שם-לב שבשאלות 1 ו 2 א'+ב' התלמיד בחר להשתמש בעיקר במודל המכנו-סטטיסטי. אם כי הוא הבחין שבשאלה 1 - התלמיד ביסס את החיזוי ההסתברותי על מודל RW, אך, בסופו של דבר גם עבר למודל המכנו-סטטיסטי. ושואל-אילו מודלים נוספים מאפשרים להסביר את תופעת הדיפוזיה? התלמיד עונה שניתן לתאר את תופעת הדיפוזיה גם באמצעות מודל MD ו RW.

אריאל: אז למה בחרת להשתמש בעיקר, אני מדבר על 2 א' ועל 1, בעיקר במודל המכנו-סטטיסטי?"

s6: כי זה הכי פשוט לתאר אותו במילים... MD זה פשוט לחשב ולראות אי-אפשר להסביר במילים, להכניס לתוך מודל במחשב ולחכות לתוצאה... וגם במהלך אקראי, כאילו, אני יכול להגיד לך שזה מה שקורה, זה מה שיקרה, אבל אני לא יכול ממש להסביר את זה... שאת שני המודלים האחרים אני יכול להגיד לך שזה מגיע ממצב A למצב B ואתה תצטרך להאמין לי... ועם המודל ההסתברותי, המכנו-סטטיסטי, אז אני יכול להסביר, אחרי שאני ידוע שהם זזים בצורה אקראית, אני יכול להסביר איך הם יגיעו, כאילו למה הם יגיעו ממצב א' למצב ב'...

א.ש.- כלומר, בניגוד למודל המכנו-סטטיסטי, המודלים הדינמיים לא מאפשרים להסביר בע"פ (בניגוד להסבר באמצעות הדמיה) ובאופן משכנע את תופעת הדיפוזיה.

7.2.3.2 מקרה ב'- החוק השני של התרמודינמיקה (או מערכת מקרוסקופית, תיאור מקרוסקופי וחיזוי מקרוסקופי) (s8)

I. מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד ההיגדים ופראפרזה של רעיונות מרכזיים

שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:

1. בסרטון https://www.youtube.com/watch?v=55CPfc9ij48 נראה תופעה של דיפוזיה של קלי במים. נניח שאנו מסתכלים על תהליך זה לאחר זמן ארוך מאוד. תארו את מצב המערכת לאחר זמן זה? הסבירו.

...

s8- זה פשוט מתייחס לחוק השני, שהאנטרופיה גדלה עד שזה מגיע למצב ש״מ.. אחד הדברים שלמדנו במהלך השנה הזו הוא החוק השני של התרמודינמיקה שאומר שככל שהזמן עובר האנטרופיה גדלה. ..יש נוסחה לאנטרופיה במרחב של פרמטר M, יש אותה כמות מולקולות, M גדל.. M זה כמות המקומות, אני זוכר שהסברתם את זה במהלך השנה. אם יש לי נגיד 9 מקומות שבהם הכדור יכול להכנס, אז M=9 זה כמות המקומות שהחלקיק יכול להכנס בהם. אז בעצם לפי החוק, מה שאמרתי, האנטרופיה תמיד גדלה, עד למצב, המצב היחיד שבו היא כבר לא גדלה, זה בעצם מצב ש״מ, שבו היא עושה, היא סוג של נעצרת עם פלקטואציות לפעמים, אך היא נמצאת במצב של מקסימום, המצב הכי גבוה שלה, שם זה בעצם אמור להיעצר, שזה לא יכול להתרחב יותר, בעצם האנטרופיה נמצאת שוב במצב המקסימלי, זהו ככה, אני לא יודע עוד איך אפשר להסביר. ה – M במקסימום שלו, האנטרופיה נמצאת במקסימום שלה, ה M לא נהיה יותר קטן הוא רק גדל עד שהוא נשאר קבוע ואז האנטרופיה הכי גדולה. וזה לפי החוק השני, זה חוק טבע, אני משער שככה זה יקרה לפי מה שלמדנו בכיתה.

...

א.ש – התלמיד מסביר שלפי החוק השני של התרמודינמיקה- האנטרופיה גדלה ככל שמספר המקומות הפנויים לחלקיקים, M, גדל. החלקיקים יתפסו מספר מקומות M הולך וגדל, האנטרופיה תגדל, עד ש M יגיע למקסימום שלו (החלקיקים תופסים את כל המקומות הפנויים) והאנטרופיה מקסימלית ושם המערכת תישאר- מצב ש״מ.

<u>שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד להגדיר את ״מצב המערכת״ ולפרט יותר על מצב ש״מ</u>

אריאל – אז אני רציתי שעכשיו תנסה לתאר, אם אתה יכול, לתאר את המצב הזה, שבו האנטרופיה מקסימלית. ... אני קצת רוצה שתפרט על המצב הזה שבו האנטרופיה מקסימלית, אמרת שהחלקיקים תופסים את כל המקומות הפנויים האפשריים, זה ה M, האם אתה יכול לפרט על המצב הזה?

א.ש. – השאלה בקשה לתאר את מצב המערכת לאחר הרבה זמן. התלמיד ענה שבמצב זה החלקיקים יתפסו את כל המקומות הפנויים במערכת, ועכשיו המורה מבקש מהתלמיד לפרט יותר על מצב זה.

s8 – אני לא כ״כ זוכר, אני יודע שזה מגיע למצב מקסימלי, החלקיקים נעים במערכת מבחינתי.. מצב של מערכת זה אנטרופיה אם אני לוקח את כל ההסתברויות האפשריות של המערכת (א.ש.- התלמיד מתכוון לכל אפשריות הסידור של המערכת). מצב של מערכת זה כמו שאני מסתכל עליה עכשיו, אני מסתכל על הגבולות שלה, מסתכל שוב על כמות החלקיקים N, M.. זה הריכוז, זה הרבה דברים... אז אני יכול להגיד שזה לא מגיע למצב שזה יכול להתרחב יותר, הריכוז בנקודה מסוימת, לפי ההשערה שלי, נשאר אחיד במערכת. מה עוד אני יכול להגיד, הרדיוס של הזהו נמצא במצב המקסימלי שלו.

א.ש. – התלמיד מגדיר את מצב המקרו של המערכת ע״י אנטרופיה, M , N ,ריכוז. התלמיד יודע להגיד שבמצב ש״מ האנטרופיה מקסימלית, החלקיקים נעים והריכוז המקומי נשאר אחיד במערכת.

...

שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד לפרט יותר על האנטרופיה

אריאל – אתה יודע מה תגיד לי מה היא האנטרופיה?

s8 – האנטרופיה היא, אם אני מסתכל על מערכת שיש לה מלא הסתברויות ואפשרויות. נגיד אני מסתכל על קובייה שיש לה שש אפשרויות, אז בעצם, אם אני עוצם את העניים ומגלגל את הקובייה, בעצם מה בעצם מה, אני לוקח את סכום כל האפשרויות, ובעצם, בעצם אני לוקח את כל ההסתברויות השונות את הכמות שלהם. בעצם אני, אני עושה את הסכום שלהם. ולפי הסכום שלהם אני יכול לדעת כמה אני לא יכול להיות וודאי במערכת. כאילו האנטרופיה היא עצמה האי-וודאות שלי. בעצם, ככל שיש לי יותר הסתברויות, אפשרויות, יותר כאילו אפשרויות במערכת-חלקיק אחד יכול להיות פה, יכול להיות פה, אני לא ודאי במערכת. מצד שני אם הם ממש קרובים אחד לשני, ואני יודע שהם תמיד יכולים להיות קרובים אחד לשני, אז האנטרופיה שלי היא אפס, פשוט אני יודע זהם הולכים להיות שם. אם הם בכל היקום אז האנטרופיה שלי ענקית. זה בעצם איך שאני הסברתי אנטרופיה (א.ש.- להורים ביום שהם באו לראות את הפרוייקטים). בסוף הם מבינים את זה, למה זה קשור? מה זה אומר? גם אמרתי שהעולם תמיד הולך לכיוון של אי-סדר, לפי החוק השני האנטרופיה תמיד גדלה, סדר הופך לאי-סדר. ממצב שבו אני וודאי מה שהולך לקרות- חלקיקים אחד ליד השני, למצב שבו חלקיק אחד פה ואחד פה או אחד פה ואחד פה. אנחנו יותר התמקדנו במערכות אקראיות אז בעצם גם כן הסתכלנו על זה

א.ש.- התלמיד מסביר כי האנטרופיה הינה מדד לגבי אי-הוודאות לגבי הסידור הספציפי בו נמצאת המערכת. ההקשרים שבהם התלמיד מסביר זאת הם: קובייה, חלקיקים בפאזה גזית ובפאזה מוצקה.

....

prob מתון: המורה מבקש מהתלמיד להסביר באופן כמותי מדוע בש"מ הריכוז אחיד?[64]

...

אריאל: אז אני אחזור, שאלתי אותך איך תתאר את המצב הזה אחרי הרבה מאוד זמן? שאלתי אותך איך

s8: שאמרתי שהריכוז אחיד? זה מה שאמרתי?

אריאל: אמרת ריכוז אחיד אחרי הרבה מאוד זמן, אז השאלה שלי... איך אתה יכול להגיד כמותית שהריכוז אחיד?... כאילו כמו מה שאמרת על האנטרופיה, ספרת משהו כמותי, אמרת M גדל, מספר האפשרויות גדל

s8: ... אני נמצא במצב שהאנטרופיה לא גדלה יותר, החלקיקים יכולים לנוע בערך בכל המערכת...וזה אני חושב סתם בראש, וככל שהם יותר יזוזו אין להם נטייה ללכת למקום אחד, אז בעצם בגלל שהם זזים בכל המערכת ויש להם הסתברות שווה להגיע למקום אחד ולמקום אחר, כלומר, הם זזים באופן אקראי, נראה לי שלמדנו זאת בכיתה י'... מה שקורה, שגם כן הסתברותית, הרבה יותר אפשרי, הרבה יותר הסתברותי לך למצוא את המערכת במצב שכל החלקיקים מתרחבים כאילו בצורה יחסית שווה... זה הכי הסתברותי אז בעצם זה ברוב המקרים מה שיקרה, נראה לי. ... אם כל החלקיקים נעים בצורה אקראית אז שוב אני משער (א.ש.- התלמיד צוחק) יכול להיות שאני מדבר ג'יבריש אבל אני אנסה, אם הם זזים בצורה אקראית אז אין להם נטייה להגיע

[64] המורה מבקש באופן מפורש מהתלמיד להסביר באופן כמותי מדוע בש"מ הריכוז אחיד, וזאת למרות שהתלמיד לא העלה הסבר זה קודם. לכן שאלה זו מוגדרת כ "prob מתון".

למקום מסוים במערכת, ואז ההסתברות שכולם יהיו במקום אחד סופר קטנה ביחס לכל ההסתברויות האפשריות ... ההסתברות שהם יהיו במקום אחד היא נגיד 1. ההסתברות שהם יהיו יחסית מפוזרים... זה 10^{23} , אז בעצם 1 ביחס ל 10^{23} זה ברור כאילו שהכלי יהיה במצב של בערך ריכוז אחיד...

אריאל: אני מתאר לעצמי שהתכוונת למספר האפשרויות?

s8: כן...

א.ש.- בכדי להסביר מדוע בש"מ הריכוז אחיד התלמיד משתמש בהסתברות מבוססת מודל RW- החלקיקים נעים באופן אקראי אז יש להם הסתברות שווה להיות בכל מקום במערכת ואין סיבה שהם יתרכזו במקום מסויים. ובהסתברות מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי- ההסתברות לריכוז אחיד הרבה יותר גדולה מאשר ההסתברות להמצאות החלקיקים באזור מסוים, מכיוון שמספר הסידורים המרחביים האפשריים למצב של ריכוז אחיד הרבה יותר גדול מהמספר הסידורים למצב בו כל החלקיקים מרוכזים במקום אחד.

s8: עכשיו ריכוז ... יכול להיות שהוא זה שעושה פלקטואציות, מן הסתם הוא נשאר במצב שהמערכת מתפתחת, הוא נשאר במצב יחסית אחיד, ואז הוא יורד עד למצב שהוא מגיע למינימום ואז במינימום הוא מתחיל לעשות פלקטואציות, כי שוב זה לא אחיד יש גם קצת סטייה וזהו

...

א.ש.- התלמיד מתאר את גרף צפיפות-זמן המתקבל בהדמיה דינמית של החלקיקים- הריכוז המקומי קטן עם הזמן עד למצב ש"מ בו הריכוז המקומי אחיד במרחב וקבוע בזמן עד כדי תנודות קלות.

<u>prob מתון: המורה מבקש מהתלמיד להסביר מדוע איננו רואים את התנודות מהריכוז האחיד במערכת אמתית</u>[65]

אריאל: אמרת שיש תנודות, הריכוז מגיע לריכוז מינימלי ואז יש תנודות. האם אנו יכולים לראות בסוף הסרטון תנודות אילו? איך היו נראות תנודות אילו?

s8: לא היינו יכולים לראות... כי יחסית, קודם כל הם ממש קטנות. אפשר אם אתה ... למשל בודק כל חלקיק את המיקום שלו... בתוך מערכת שאתה מדמה במחשב ואתה שם... מוניטור, רק אז אתה יכול לראות את הפלקטואציות, שם ראינו את זה בכיתה. יש לך כמות של חלקיקים שנכנסת למוניטור וחלקיקים שפחות, אך כשאתה מסתכל פה מן הסתם לא תראה... כי קודם כל, ככל שיש לך יותר חלקיקים וגם המערכת היא יותר גדולה, ובעצם גם הפלקטואציות נהיות יותר קטנות. בעצם תחשוב אני לוקח את הפלקטואציות במוניטור והכל, תחשוב שיש לי הרבה יותר חלקיקים, בעצם סטיית התקן שלי, הסטייה ש, נגיד יש לי 100 כדורים ואני בודק עשירית מהמערכת, אני מצפה שיהיה לי בערך 10 כדורים בתוך המוניטור, אז בעצם נגיד יש לי... תמיד יכול להיות לי קצת יותר, קצת פחות. אם יש לי פחות כדורים, מן הסתם, אם יש לי בטעות 5 כדורים, אם בטעות 2 נכנסים, הפלקטואציות יהיו הרבה יותר גבוהות. ככל שיש לי יותר, פה נגיד 10^{23} , לא יודע איך להגיד את זה, 10^{23}, הפלקטואציות יהיו סופר קטנות, כאילו מיקרוסקופיות, לא יודע מה ואתה לא תשים לב לזה.

[65] זו שאלת המשך לשאלה הקודמת, בה התלמיד נדרש להתייחס לרעיונות שהמורה ביקש ממנו באופן מפורש לשלוף, לכן גם היא מוגרת כ "prob מתון"

א.ש.- התלמיד אומר כי במערכת עם מספר קטן של חלקיקים, אותה ניתן למדל באופן דינמי, ניתן לראות את הפלקטואציות באמצעות מוניטור. אך במערכת אמיתית בעלת מספר אבוגדרו של חלקיקים הפלקטואציות זניחת ואינן ניתנות לצפייה.

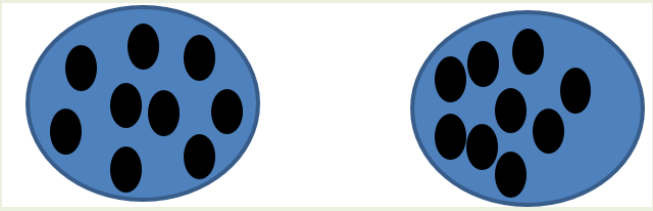
אריאל: ... פה (א.ש. – מצביע על התמונה של הקאלי במים) אם הייתי מתסכל על חצי מהמערכת ויש לי נגיד מיליון חלקיקים הייתה מצה שיהיה לך תנודות של אלף למשל?

s8: האמת שיכול להיות, אתה יודע מה גם כן... אבל אני זוכר שבעקרון ככל שיש לך יותר כדורים והמערכת יותר גדולה, אתה יודע יותר אמיתית, אז הפלקטואציות נהיות, נראה לי, יותר קטנות... נראה לי שזה תלוי בגודל המערכת... אני יגיד לך את האמת אני לא כ"כ מתמצה בזה אבל נראה לי שזה נהיה יותר זניח כשהמערכת נהיית יותר גדולה... נגיד במוניטור יכול להיות לי ... 50 יכול להיות לי 46, 47, 53, 52, אז אם אני אצור גרף של הזמן, זה ייצור פלקטואציות, פשוט מעבירים קו מגמה וזה מה שאנו אמורים לקבל. אם אנחנו גם מסתכלים על הפונקציה עושים קצת זום אחורה ונותנים לה לרוץ אינסוף זמן, אז מבחינה הסתברותית ומתמטית זה חייב לצאת לך מה שאתה רוצה. נגיד אם אני בודק חצי מהמערכת עבור 100 כדורים, ואני רץ על הפונקציה אינסוף זמן, ואני עושה זום אחורה ... אני אמור לראות קו של בערך בסביבות 50.

א.ש.- התלמיד לא מבין מדוע ככל שמספר החלקיקים גדל התנודה קטנה. חסר לו המושג תנודה יחסית ותלותה במספר החלקיקים. אך, התלמיד אומר שגם עבור מערכת קטנה של חלקיקים עליה אנו יכולים לבצע הדמיה ולספור את מספר החלקיקים במוניטור כתלות בזמן, מספר החלקיקים במוניטור מתנדנד סביב ערך של ריכוז אחיד, אך, הממוצע (קו המגמה) על פני אינסוף זמן הינו ריכוז אחיד.

שאלת prob מובנית[66] לשאלה 1; שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:

האם בש"מ 2 הסנפשוטים הבאים אפשריים (מיקומי הקולואידים)? אם כן, למי מהם יש הסברות גבוה יותר- לימני, לשמאלי או לשניהם באותה המידה?



אריאל: שאלתי א': האם במצב ש"מ שני הסנפשוטים, סנפשוטים זה שאני מצלם את המערכת ברגע מסויים והחלקיקים במיקומים ספציפיים, ממש כאילו עצרתי את המערכת... האם שניהם אפשריים בש"מ? זו השאלה הראשונה...והשאלה השנייה- למי יש הסתברות גבוה יותר- לימני, לשמאלי או לשניהם באותה המידה?

s8: ספציפית הייתי אומר את השמאלי כי... ההסתברות היותר גבוה היא זאת שבעצם הכדורים תופסים בה יותר מרחב, כי יש לך הרבה יותר אפשרויות שזה תופס את המרחב. יש לך הרבה יותר אפשרויות מאשר שהם יהיו יותר קרובים אחד לשני.

[66] נשים לב, שבשונה משאלת ה prob שניתנה ל s6 , בשאלה זו אין מספור על החלקיקים, ולכן, בשאלה זו לא ברור האם אילו מצבי-מיקרו או מקרו. אם כי, במהלך הראיון המורה מדגיש שתמונות אילו מפרטות את מיקומי כל החלקיקים בנקודת זמן מסוימת, כלומר, מדגשי כי אילו מצבי-מיקרו.

א.ש.- התלמיד אומר כי ככל שהחלקיקים תופסים מרחב גדול יותר, יש יותר אפשרויות סידור ולכן ההסתברות גבוה יותר. נשים לב, הדבר לא נכון עבור "סנפשוט"- מיקומי כל החלקיקים בנק. זמן מסוימת. גם עבור חלקיקים לא מובחנים, כמו בתרשים הנ"ל, יש את אותו מספר אפשרויות סידור עבור שני הסנפשוטים. ולכן, המורה מבין כי ייתכן והתלמיד לא מבין מה הכוונה בסנפשוט ושואל:

Prob מתוך: המורה מבקש מהתלמיד להגדיר מהו מצב-מיקרו?[67]

אריאל: אתה זוכר בעצם מה זה מצב-מיקרו? סנפשוט זה בעצם מצב-מיקרו

s8: סנפשוט זה מצב-מקרו, לא?

אריאל: לא, זה מצב-מיקרו.

s8: אני זוכר שמקרו זה משהו גדול, נגיד אני מסתכל על כל המערכת. ומיקרו זה משהו יחסית קטן. אז... אם הייתי מסתכל על החלקיקים זה מצב-מיקרו, סבבה, על המצב שלהם. אבל אם אני מסתכל על, לא יודע, גדלים גדולים, אז לא יודע, ריכוז, זה נראה לי קצת יותר מקרו.

אריאל: אוקי, אז סנפשוט זה מצב-מיקרו או מקרו? שאני מצלם את המערכת, כאילו אני מצלם את המערכת, כמובן כך אני מצייר את זה. אני מצלם את כל המערכת ותופס את מיקומי כל החלקיקים ברגע מסויים.

s8: נגיד לך את האמת, אני זוכר שמקרו זה משהו יחסית גדול, מיקרו זה משהו יחסית קטן.

אריאל: מה זה אומר "משהו יחסית קטן"?

s8: החלקיקים עצמם, אם אני מסתכל על החלקיק עצמו אז נראה לי שזה שילוב של מיקרו, שזה מקרו אני מסתכל על המערכת עצמה, אני מסתכל על כל המערכת, אז הייתי אומר שזה מקרו...

אריאל: אז זה (א.ש. – תרשים הסנפשוטים) מה?

s8: מקרו לפי דעתי

אריאל: אתה אומר זה מיקומי כל החלקיקים במערכת אז ולכן זה מקרו?

s8: כן, זה גדול. אתה רוצה קצת אחורה, אם הייתי מסתכל על חלקיק אחד אז זה מיקרו, כי זה קטן יותר.

אריאל: אוקי.

א.ש. – לשאלת המורה תגדיר מיקרו? התלמיד עונה: מיקרו זה משהו יחסית קטן, לדוגמא- תכונות חלקיק בודד. מקרו זה משהו יחסית גדול הקשור לכל המערכת- לדוגמא- ריכוז, אך, גם סנפשוט- מיקומי כל החלקיקים ברגע מסוים הינו מצב-מקרו מכיוון וזו הסתכלות על כל המערכת.

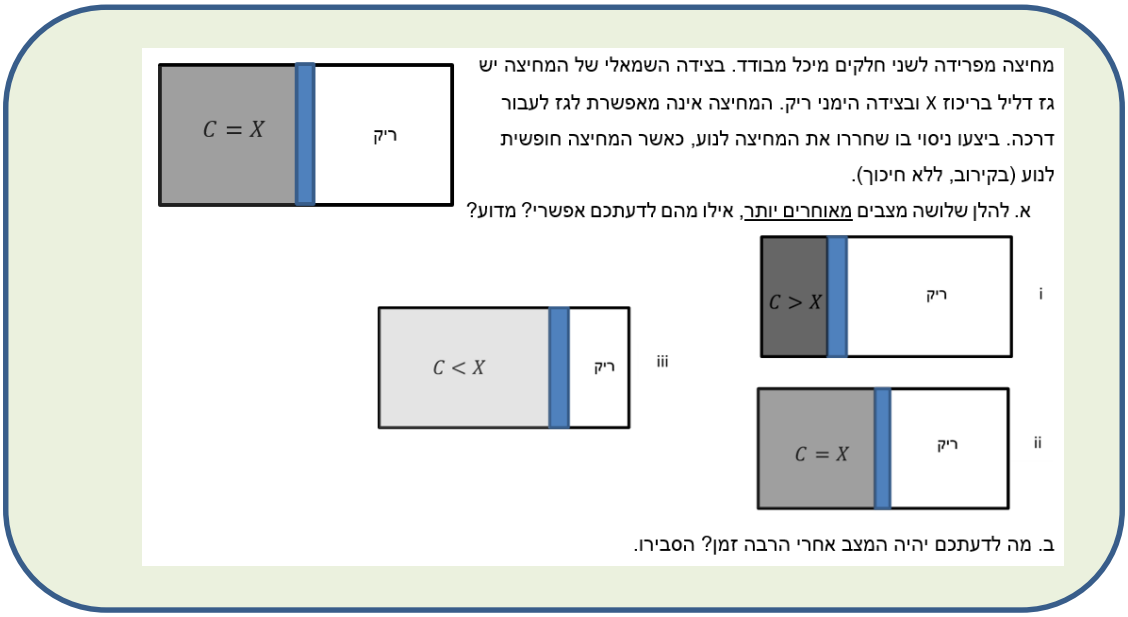
II. התפתחות לעבר מצב שיווי-משקל: שכתוב הריאיון, קידוד ההיגדים ופראפרזה של רעיונות מרכזיים

סעיפים א' ו ב'- שאלות "prob" מובנית לשאלה 2; שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה[68]:

---

[67] המורה מבקש מהתלמיד להתייחס למושג "מצב-מיקרו" אותו התלמיד לא שלף בעצמו, לכן שאלה זו מוגדרת כ"prob מתוך".

[68] א.ש.- בראיון זה, ההקשר עם המחיצה נשאל בתחילה ורק אח"כ נשאל ההקשר ללא המחיצה. אך נראה להלן מתשובות התלמיד שהוא בכלל לא מתייחס להתנגשות של החלקיקים עם המחיצה והוא משתמש רק בחוק השני בכדי להסביר את ההתפתחות בזמן.



s8 : קודם כל לפי מה שלמדנו בכיתה, אתה צריך להסתכל על המערכת הזאת ועל המערכת הזאת בנפרד (א.ש. – התלמיד מצביע על שני החלקים משני צידי המחיצה), בסה"כ לפי החוק השני האנטרופיה של, אם אני מסתכל מבחוץ האנטרופיה הכוללת צריכה לגדול, צריכה להיות המקסימלית, יותר גדולה...בוא נגיד, אני הייתי אומר, מן הסתם, אם היית שואל אותי במבחן, הייתי אומר זה (א.ש. - מצב iii) כי פה האנטרופיה גדלה, M גדל, יש לי יותר אפשרויות פה... אבל מבחינת החוק השני האנטרופיה לא יכולה לקטון אבל היא יכולה גם לא להשתנות, אז בעצם אני אומר, זה ההסתברות של זה (מצב ii) היא כמעט אפסית אבל זה גם יכול להיות זה... אבל בהסתברות נמוכה מאוד, מאוד, מאוד, מאוד נמוכה שזה לא ישתנה (א.ש. – מצב ii זהו המצב ההתחלתי והתלמיד אומר שההסתברות שהמצב ההתחלתי לא ישתנה היא זניחה). האנטרופיה גדלה בסופו של דבר אבל היא גם יכולה לא לגדול. כאילו אם אני מסתכל על זה לאורך זמן, לדוגמא, לאחר 10 שניות, אז זה כבר זניח המצב הזה (א.ש. - מצב ii), ההסתברות שזה יקרה לא.

... אתה יודע מה, הייתי אומר האנטרופיה חייבת לגדול האנטרופיה חייבת לגדול, לפי החוק השני עד שזה מגיע למצב ש"מ. זה לא נמצא במצב ש"מ (א.ש. –מצב iii), זה יכול עוד לגדול. אז לפי החוק השני גם זה (א.ש. –מצב iii), הייתי אומר, לא יכול להתקיים. שוב ההסתברות זה כבר זניח מאוד, ממש, כאילו אחד מתוך אין לי מושג כמה

א.ש. – התלמיד אומר כי אנטרופית המערכת הינה סכום האנטרופיות משני צדי המחיצה, והאנטרופיה גדלה ככל ש מספר התאים מצד שמאל גדל (M). בהתחלה הוא אומר כי האנטרופיה לא יכולה לקטון (אך היא יכולה להישאר קבועה) ולכן מצב iii ומצב ii אפשריים. אך, ישנה הסתברות זניחה שמצב ii יתקבל לאחר פרק זמן ארוך מספיק. אחר כך הוא משנה את תשובתו ואומר כי האנטרופיה חייבת לגדול עד למצב ש"מ, ומכיוון והמצבים המתוארים אינם מתארים מצב ש"מ, הם לא אפשריים כמצבים מאוחרים יותר (אם לא מתייחסים להסתברות הזניחה לקבלת מצב iii).

אריאל: ומה יהיה המצב אחרי הרבה זמן?

...

s8: אז זה חייב להגיע למצב מקסימלי, זה ילך עד הסוף, אם יש שם ריק, אין פה כלום האנטרופיה פה היא אפס (א.ש. – בצד של הריק)... אז בעצם זה יגיע למצב המקסימלי, זה ידחוס את זה עד הסוף. יהיה לי רק את המערכת הזאת (א.ש. – תשאר רק המערכת עם החלקיקים). המערכת הזאת תדחוף את זה (א.ש. – את המחיצה) עד הסוף.

א.ש. – התלמיד אומר כי לאחר הרבה זמן האנטרופיה מקסימלית דבר המתקבל כאשר המחיצה נדחפת עד לקיר הימני.

<u>שאלה פתוחה: המורה מבקש מהתלמיד להגדיר את "מצב המערכת"</u>

אריאל: יש לי שאלה. אמרת לפי החוק השני שהאנטרופיה חייבת לגדול. אז השאלה שלי היא- היא חייבת לגדול בין "מה" ל"מה"?... בין איזה "מצב" לאיזה "מצב"? איך אתה יכול לתאר את המצב? להגדיר אותו? ... מה זה ה"מצב" הזה?

...

s8: מהתחום שלי עכשיו לתחום אחר. כאילו מהגבולות שיש לי פה...מאנטרופיה נגיד S לאנטרופיה יותר גדולה זה חייב לקרות לפי החוק השני. שוב זה גם אומר, האנטרופיה חייבת לגדול עד הגעה למצב מקסימלי ואני חוזר על זה כל הזמן, כל הראיון. בעצם מהמצב שאני נמצא בו עכשיו, שבעצם יש לי גבול פה וגבול פה, אני רוצה להתרחב עד שבעצם אני לא יכול להתרחב יותר... בינתיים המצב מוגדר ע"י המחיצה וככל שאני יכול לדחוף את המחיצה, אז האנטרופיה גם בצד הזה וגם בצד השני היא מקסימלית ואני יכול לדחוף שוב את המחיצה, אני אומר את זה שוב ושוב... אם אני מסתכל על כל המערכת, ואני מסתכל על מערכת X ועל מערכת Y על שתי המערכות. נגיד כל המערכת הזאת מבודדת בסה"כ, אז בעצם אני אומר S2 + S1 חייבת לגדול.

א.ש.- התלמיד מגדיר את המצב המערכת ע"י נפחי 2 תתי המערכות משני עברי המחיצה. ואומר כי אנטרופיית המערכת כולה הינה סכום האנטרופיות של 2 תתי המערכות והיא גדלה ככל שהמחיצה נעה ימינה.

אריאל: את זה אני מבין. אבל אני שואל- כשהוא גדל, הוא גדל בין מה למה? בין מצב מסויים אחד למצב אחר. ואני שואל איך אתה מגדיר את המצב הזה?...

s8: גבולות, כאילו, המצב הייתי אומר פרמטרים M ו N, אז בעצם ממצב אחד למצב אחר זה יכול להיות M יותר גדולה, סבבה, ואז זה מגדיל לי את האנטרופיה. מצד שני, אם פה (א.ש.- מצביע על חצי המערכת עם הריק) היה לי חלקיקים, והגעתי למצב שבו זה גם כן דוחף אותי חזרה, ופה האנטרופיה קטנה, ופה האנטרופיה היא גדלה, סה"כ שוב זה צריך להיות במצב המקסימלי. ...

א.ש. – התלמיד מגדיר מצב באמצעות - N- כמות החלקיקים ו M- המקומות בהם הם יכולים להיכנס והאנטרופיה. ומסביר כי האנטרופיה של 2 תתי המערכות (משני עברי המחיצה) צריכה לגדול.

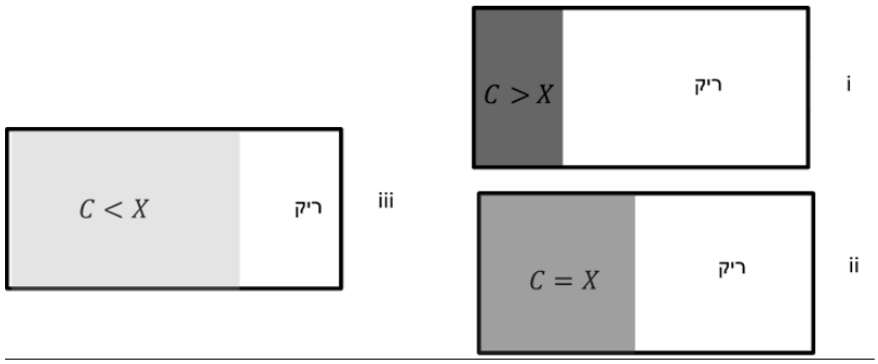
Prob לא מתון: המורה מכניס לתלמיד רעיונות שלא היו נגישים לו

אריאל: שמסתכלים על M מספר התאים ו N – מספר החלקיקים, אבל פה אנחנו מתסכלים על מערכת מקרוסקופית, זה ריכוז, אין לנו פה באמת M ו N. אני מבין אם היית רואה סימולציית שריג אז הייתה אומר לי M ו N אבל פה...

א.ש. – למרות שהתלמיד לא הגדיר את מצב-המקרו באמצעות הריכוז, המורה אומר לתלמיד שמצב המקרו בהקשר זה מוגדר ע"י הריכוז. אך , ברור שזה לא רעיון של התלמיד ולכן לא אקדד.

שאלה 2- סעיפים ג' ו ד'; שאלה פתוחה: התלמיד עונה על השאלה הבאה:

ג. האם ואיך הייתה משתנה תשובותיכם אם במקום לשחרר את המחיצה לנוע, מסירים את המחיצה מהמצב הראשוני ונותנים לגז להתפשט. אילו משלושת המצבים המאוחרים יותר, אפשרי? מדוע?



ד. מה לדעתכם יהיה המצב אחרי הרבה זמן? הסבירו.

s8: ... האם התשובה שלי תשתנה? לא. כי בעצם, אתה מוריד מחיצה שבצד אחד יש לה ריק ובצד השני יש לה חלקיקים, אתה מוציא את זה, ועדין יש לי פה ריק ויש לי פה חלקיקים. המחיצה עכשיו דמיונית, היא לא ממש כמו זו, אבל היא דמיונית, התשובה שלי היא לא תשתנה.

III. הסיבה בגינה בחר התלמיד להשתמש במודל זה או אחר: שכתוב הראיון ופראפרזה של רעיונות מרכזיים

a. באיזה מודל השתמשתם בכדי להסביר את התופעות בשאלה 1 ו 2? (במילה "מודל" הכוונה להנחות פישוט/מושגים המשמשים לתיאור המערכת (אם יש), תנאי התחלה, הנחות המודל המאפשרים להסביר את התופעה).

b. אילו מודלים נוספים למדתם המאפשרים להסביר את התופעה?

c. מדוע בחרת להשתמש במודל X ולא במודל Y? מה היתרונות והחסרונות של כל מודל?

אריאל: *"אילו מודלים נוספים יכולת להסביר את הבעיה הזאת? בו נתחיל עם זאת" (א.ש.- שאלה 2 עם המחיצה).*

s8: *"להסביר אותו? אני יכול גם להסתכל על זה פיזיקלית. פיזיקלית הכוונה מה שאני לומד בפיזיקה, חוקי ניוטון, הכוונה ל MD. אני יכול לומר שהרבה יותר חלקיקים מתנגשים בצד הזה של המחיצה ואז בצד הזה אין שום דבר שפועל בצד השני ואז יש לי כוח נטייה ללכת לצד הזה, מבחינת*

כוח. מבחינת מהלך אקראי ולנג'ויאן אני לא חזק בזה... אני יודע מה חלקיקים עושים... איך להסביר את זה אני לא יודע, מצטער״

א.ש.- התלמיד יודע שניתן לתאר את תנועת המחיצה (שאלה 2 א'+ב') גם באמצעות מודל MD.

אריאל: *״למה בחרת להשתמש במודל התרמו-סטטיסטי במונחים של הסתברות וחוק שני ולא ב MD להסביר את התופעה הזאת והשנייה?״* (א.ש.- שאלות 1 ו 2)

s8: *״ ...אני יכול להשתמש בחוק השני שהוא בעצם תלוי באנטרופיה, האנטרופיה תלויה בהסתברות ואז בעצם אני יכול להסביר את זה באמצעות התרמו-סטטיסטי ובאמצעות התרמודינמיקה שבה יש לי חוק טבע שאני יכול להגיד שהוא חייב להתקיים. מבחינת MD אני כן השתמשתי בזה כי אני כן לומד את זה בפיזיקה וגם מבחינת ההגיון זה נשמע נכון, נראה לי שזה באמת נכון. אבל הרבה יותר קשה לעבור על MD מאשר על תרמו-סטטיסטי* וגם תרמו-סטטיסטי למדנו השנה הרחבנו הרבה יותר. וכך גם הסברנו בכיתה וזה הכי פרש בתוך הראש.״

א.ש.- התלמיד נותן שלוש סיבות לבחירה שלו במודל המכנו-סטטיסטי, בפרט- בחוק השני, ולא ב MD:

א. במודל התרמו-סטטיסטי משתמשים בחוק טבע החייב להתקיים.

ב. זה המודל שנלמד השנה והתלמיד זוכר אותו טוב יותר.

ג. הרבה יותר קשה להסביר באמצעות MD

אריאל: *״ומה היתרונות והחסרונות למשל של MD לעומת התרמו-סטטיסטי?״*

s8: *״MD למשל, בו נגיד, תרמו-סטטיסטי אני יכול להסתכל על זה בצורה יותר מקרוסקופית, אני יכול להסתכל על מערכות יותר גדולות. MD אני יכול להסתכל, בו נגיד, תרמו-סטטיסטי הרבה יותר קל לי, בו נגיד MD אם אני רוצה להריץ הדמיה של MD של נגיד עשרת אלפים חלקיקים, זה יהיה לי מאוד קשה כי בעצם אני צריך לחשב כל מיני חלקיקים. כן אם יש לי מיקרוסקופ ואני מסתכל על החלקיקים הם באמת זזים בצורה כזו, אבל, אם אני רוצה להסתכל בצורה יותר תיאורתית, מה יקרה למערכת כולה? בעצם אני אשתמש בתרמו-סטטיסטי שאומרת לי מה יקרה למערכת כולה ויהיה לי הרבה יותר קל להשתמש בזה.״*

אריאל: *״מה זה אומר ״על מערכת כולה״?״*

s8: *״אההה, אם אני מסתכל על הקאלי במים, אני יכול להשתמש בתרמו-סטטיסטי כדי לדעת מה יקרה... להסתכל בצורה מקרוסקופית, בצורה כאילו רחבה יותר: מה המרחב שלה? כמה חלקיקים יש? לאן יכול להתרחב? כל מני דברים כאלו״*

א.ש – התלמיד מציין את היתרונות של המודל התרמו-סטטיסטי ואת היתרונות והחסרונות של המודל MD. פירוט יינתן בסעיף 7.2.4.2.

7.2.4 סיכום הממצאים: תפישות התלמידים בפוסט הדחוי (ראיון)

סיכום הממצאים לגבי כל אחד ממקרי הבוחן יחולקו לארבעה תתי-סעיפים:

1. תמצות אופן החשיבה של התלמיד. בחלק זה אציין את השכיחות היחסית של רצפי היגדי התלמידים המשקפים: מודל- דינמי/מכנו-סטטיסטי ונקודת מבט- מיקרו/מקרו- ממוצע

במרחב / מקרו- ממוצע במרחב ובזמן/ הסתברותית. בפרט, כל רצפי ההיגדים המתייחסים לשאלה מסוימת אחת נספרים כ"רצף היגדים" אחד. כלומר, אינני סופר בנפרד כל היגד והיגד וגם לא כל רצף ורצף של היגדים כאשר הם כולם מתייחסים לאותה שאלה. דוגמא לתמצות אופן החשיבה של s6 ניתן לראות בטבלה הבאה 7.18.

כימות זה מאפשר לייצג את תפישת התלמיד כפי שעולה מהריאיון באופן מרוכז, ולייצגו בתרשים זרימה מתאים המתאר את ההתפתחות בתפישת התלמיד (סעיף 4). אך, אינני טוען כי האחוזים בטבלה משקפים באופן כמותי את תפישת התלמיד, אלא, פשוט זו דרך נוחה להציג באופן מרוכז את תפישתו כפי שעלתה בראיון.

בראיון בו לא תמיד "זרמתי" עם רעיונות התלמיד (s8), כשלב מקדים לציון השכיחות היחסית, אפריד בין רצפי ההיגדים בחלקי הראיון בהם זרמתי ולא-זרמתי. בשלב השני אכמת את אופן החשיבה של התלמיד בנפרד עבור החלקים בהם זרמתי ועבור החלקים שבהם זרמתי ולא זרמתי. הכימות הראשון יתמצת לי את הרעיונות מרכזיים בתפישתו של התלמיד, והכימות השני יתמצת רעיונות נוספים הנגישים לתלמיד (אם כי לא מרכזיים בתפישתו).

2. נאמנות למודל/נק. המבט: בהנחה שהתלמידים ישתמשו בחוק השני להסביר את התפשטות הגז, סיכום תשובת התלמיד לשאלה 2 סעיפים ג'+ד', בה יש הקשר המכוון את התלמיד לתאר את המערכת באמצעות מודל דינמי ובפרט, התנגשויות בין חלקיקי הגז למחיצה, ייתן לנו מדד לנאמנות של התלמיד למודל המכנו-סטטיסטי.
3. השינוי בתפיסת התלמיד בין הקדם לפוסט הדחוי: ממצאי תפישת התלמיד בפוסט הדחוי (ראיון) ובקדם יושמו בדיאגרמת תרשים זרימה המייצגת את ההתפתחות בתפישת התלמיד.
4. מדוע התלמיד בחר להשתמש במודל/נקודת מבט מסוימת לתיאור והסבר התופעה?

7.2.4.1 סיכום- מקרה א'- תנועה אקראית וחיזוי הסתברותי בתופעת הדיפוזיה (s6)

1. תמצות אופן החשיבה של התלמיד בפוסט-הדחוי (ראיון)

הטבלה הבאה מייצגת את השכיחות היחסית של רצפי ההיגדים בהם התלמיד משתמש: במודל דינמי/מכנו-סטטיסטי ומתאר את המערכת מנק. מבט מיקרו/מקרו/הסתברותית.

	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל דינמי	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל מכנו-סטטיסטי	**אחוז ההיגדים בהם מתוארת נקודות המבט השונות**
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מיקרו	4	2	6/17≅ 35%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו ממוצע במרחב		1	1/17≅ 5%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן			
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט הסתברותית	7	3	10/17≅ 60%
אחוז ההיגדים המבוססים מודל דינמי/מכנו-סטטיסטי	11/17 ≅65%	6/17 ≅ 35%	

טבלה 7.18: תמצות אופן החשיבה של s6 בפוסט הדחוי (ראיון)

ניכר מהטבלה הנ"ל שהתלמיד מבכר לתאר את המערכת באופן הסתברותי. בנוסף, תיאור הסתברותי זה מתבסס באופן משולב הן על המודל הדינמי RW והן על המודל המכנו- סטטיסטי. בפרט, על בסיס המודל הדינמי RW התלמיד הרבה לקשר בין ההסתברות לקבלת מצב-מקרו מסוים (ריכוז חלקיקי הקאלי או נפח התחום ע"י חלקיקי הגז) והסתברות לקבלת מצב-מיקרו מסוים

(סידור מרחבי מסוים של כל חלקיקי המערכת) לבין תנועתם האקראית של החלקיקים. לדוגמא על בסיס RW התלמיד אומר כי [69]:

- כל מצבי-המיקרו אפשריים:

  s6: "בגלל התנועה האקראית, אז כל מצב הוא אפשרי" (א.ש- כל סידור מרחבי של החלקיקים)

- כל מצבי-המקרו אפשריים:

  s6: "בגלל שהתנועה אקראית אז אי-אפשר להחליט האם הגז יתפשט ויתפוס יותר נפח או שיישאר בדיוק באותו הנפח או שהוא אפילו יתכווץ"

- המצב הסתבר ביותר הינו המצב בו החלקיקים מפוזרים בכל הכלי:

  s6: "החלקיקים של הקלי זזים בצורה אקראית, בתוך, בין חלקיקי המים, והמצב המסתבר ביותר הוא שכולם יהיו מפוזרים בכל הכלי, ולא מרוכזים בנקודה אחת"

בנוסף, התלמיד אומר כי מה שמוביל אותו לתאר את המערכת באופן הסתברותי הוא תנועתם האקראית של החלקיקים:

s6 – "בגלל שהתנועה האקראית, בגלל שאני לא יכול להחליט בדיוק איפה כל חלקיק יהיה, אני חייב לדבר על הסתברות, איפה הכי הגיוני שהוא יהיה? איפה הכי סביר שיהיה? וכאילו לנחש לאיזה מצב זה יגיע...התנועה האקראית מחייבת, אי-אפשר להחליט בדיוק לאיזה מצב החלקיקים יגיעו, אז צריך, חייבם להתחיל לדבר על המצב המסתבר ביותר... אי-אפשר להחליט בדיוק איפה הם יהיו צריך להחליט מה הכי סביר"

אך, כאשר התלמיד נדרש להסביר את הקשר שבין התנועה האקראית של החלקיקים לבין ההסתברות הגבוהה לקבלת פיזור חלקיקים בכל נפח המערכת, התלמיד משתמש במודל המכנו-סטטיסטי שהוא למד בכיתה יא'. בפרט, על בסיס המודל המכנו-סטטיסטי התלמיד אומר כי מצב-המקרו המסתבר ביותר הינו בעל מספר מצבי-המיקרו הרב ביותר:

*s6: "...יש הכי הרבה אפשרויות של פיזור שהם מתפזרים על כל המערכת, על כל, הכי הרבה מצבי-מיקרו שהקאלי מפוזר על כל המערכת, שזה מצב-מקרו אחד. והרבה פחות מצבי-*מיקרו למצב-מקרו שכל החלקיקים מרוכזים באפילו חצי המערכת"

s6: "...המצב השלישי שבו הוא יתפשט ויתפוס יותר נפס הוא המסתבר יותר. בגלל שהגז יותר צפוף אז יש לו מספר מצבים מוגבל, הוא הולך למצב המסתבר ביותר...יש הכי הרבה אפשרויות לסידור, שהם מפוזרים על פני כל המערכת... וזה אומר שמצב-המקרו עם הכי הרבה אפשרויות לסידור, הכי הרבה מצבי-מיקרו הוא המסתבר ביותר"

[69] הטענות לא מופיעות בסדר כרונולוגי

כלומר, באמצעות מודל RW התלמיד בעיקר טוען כי כל המצבים אפשריים, אך, בכדי לכמת את מידת ההסתברות של המצבים השונים, התלמיד נעזר בידע המכנו-סטטיסטי שלו. הדבר מרמז על שילוב של שני המודלים יחדיו על מנת לתאר את המערכת באופן הסתברותי. שילוב זה מודגם באופן הבולט ביותר, כאשר התלמיד מסביר כי לשני סנפשוטים יש הסתברות שווה:

> *s6: "שני מצבי מיקרו... אז לשניהם יש אותה ההסתברות... בגלל שלכל חלקיק יש את אותה ההסתברות להגיע למקום מסוים, וכשאני יודע מה המיקום של החלקיקים, אז אני יודע שיש ל "1" את אותה ההסתברות להגיע לכאן ולכאן (א.ש. –מצביע על מיקום קולואיד "1" בכל אחד מהסנפשוטים), ויש ל "3" את אותה ההסתברות להגיע לכאן או להגיע לכאן, וככה לכולם. ואז אם אני מחבר את הכל זה יוצא אותו הדבר"*

כלומר, התלמיד מבחין כי בשאלה מתוארים שני מצבי-מיקרו, והבחנה זו שהינה בעיקר מבוססת מודל-מכנו-סטטיסטי, מובילה אותו לטענה כי הסתברותם שווה. אך, התלמיד אינו מסביר את טענתו ע"י ציטוט של הנחת ההסתברות השווה, אלא, מתאר כיצד הנחה זו מתקבלת, כנראה, על סמך מהלך אקראי. בפרט, התלמיד טוען כי ישנה הסתברות שווה לחלקיק מסוים להיות בכל מקום במערכת. ראינו לפני היגד זה, כי התלמיד מבין שהסתברות שווה זו מתקבלת בפרק זמן בו הרבה מהלכים אקראיים התרחשו- " מדובר על הרבה מאוד צעדי זמן. מספיק צעדי זמן שהוא יכול להגיע מקצה אחד לקצה השני, ואז אי-אפשר להחליט איפה הוא יהיה". אחר-כך, התלמיד טוען שדבר זה נכון לכל אחד מהחלקיקים, ולכן, ישנה הסתברות שווה לכל מצבי-המיקרו (פירוט מיקום כל החלקיקים). נשים לב, זהו האופן בו קשרנו במהלך השנה בין מודל RW הנלמד בכיתה י' להנחת ההסתברות השווה הנלמדת בכיתה יא'. נראה בסעיף הבא עוד דוגמא לחיבור שהתלמיד מבצע בין מודל RW למודל המכנו-סטטיסטי.

2. נאמנות לנקודת המבט ההסתברותית:

כפי שראינו בסעיף הקודם, התלמיד מדגיש את נקודת המבט ההסתברותית בכדי לתאר את הדיפוזיה, ובפרט, בכדי להסביר את התפשטותו של גז בואקום. תושבתו לשאלה 2 סעיפים ג' + ד' בהם יש הקשר המכוון את התלמיד לתאר את המערכת באמצעות מודל דינמי, בפרט, באמצעות ההתנגשויות בין חלקיקי הגז למחיצה, יכול לשפוך אור על המידה בה התלמיד "דבק" בתיאור ההסתברותי של המערכת. לכן, נשאלת השאלה- האם התלמיד נאמן לתיאור ההסתברותי גם בהקשר של המחיצה?

ההסבר הראשוני שהתלמיד נותן למצבים המאוחרים האפשריים מתבסס אך ורק על המודלים הדינמיים:

> *s6: "...בגלל שאו שהחלקיקים יישארו באותו מקום ולא יתנגשו במחיצה, או, שהחלקיקים יתנגשו במחיצה וידחפו אותה הצידה..."*

אך, כאשר המורה שואל אותו- למה הוא עבר מתיאור מכנו-סטטיסטי לתיאור דינמי? התלמיד אומר שהוא לא בהכרח עשה זאת, אלא, שבכדי להסביר את תנועת המחיצה הוא צריך לקחת בחשבון את התנגשויות של החלקיקים במחיצה, אך, בדי להסביר כי תתרחשנה התנגשויות (כלומר,

שהחלקיקים יתנגשו במחיצה ולא יישארו במקומם או יחזור אחורה) הוא לוקח בחשבון את ההסתברות הגבוה להתרחשותן, כדלהלן:

> *s6: "...אני יכול להגיד שהדבר המסתבר ביותר שהחלקיקים יתנגשו במחיצה, ואז המחיצה תזוז, בגלל המכניקה. ואז הם ימשיכו להתפזר ולהתנגש בה...הסתברות גבוה שהם יגיעו לקצה בגלל שיש יותר אפשרויות לסידור ככה... זה אומר, שיהיו שורות או שריג כלשהו של חלקיקים, ויהיו יחסית הרבה חלקיקים, כאילו יהיו חלקיקים שינוחו על המחיצה. ואז אם הם יתחילו לזוז יש לכל חלקיק 25% שהוא יפגע במחיצה ויזיז אותה.."*

כלומר, גם בהקשר זה, ניכר השילוב שהתלמיד מבצע בין המודל הדינמי RW והמודל המכנו-סטטיסטי בכדי להסביר כי ישנה הסתברות גבוהה שתתרחש התנגשות בין החלקיקים למחיצה, בפרט:

- מתוך המודל המכנו-סטטיסטי הוא מסיק שהחלקיקים יהיו מפוזרים בכל הנפח התחום ע"י המחיצה, בפרט, יהיו חלקיקים הצמודים למחיצה- *"...הסתברות גבוה שהם יגיעו לקצה בגלל שיש יותר אפשרויות לסידור ככה"*.
- מתוך המודל הדינמי RW הוא מסיק שתהיה התנגשות בין החלקיקים למחיצה- *"... אם הם יתחילו לזוז יש לכל חלקיק 25% שהוא יפגע במחיצה ויזיז אותה..."*.

לסיכום, אמנם, בהקשר המזמן התייחסות לנק' מבט מיקרו, בפרט, להתנגשויות שבין החלקיקים למחיצה, התלמיד אינו שולף את נק. המבט ההסתברותית בשאלתו, אך, מבירור מעמיק קצת יותר, ניכר שהתלמיד מחבר את תפישתו הסתברותית גם בהקשר זה, בפרט- התלמיד מסביר באופן הסתברותי מדוע תתרחש התנגשות.

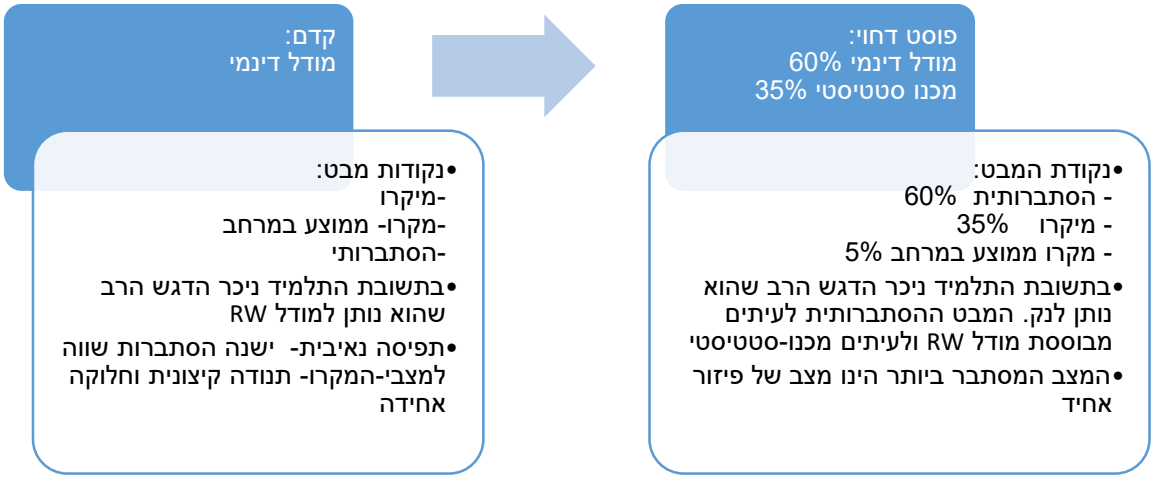
3. השינוי בתפיסת התלמיד בין הקדם לפוסט הדחוי:

בסעיפים הקודמים ראינו כי תפישת התלמיד בפוסט-הדחוי בעיקר מבוססת על תיאור הסתברותי של מצבי המערכת כאשר תיאור זה מתבסס באופן משולב הן על המודל הדינמי RW והן על המודל המכנו- סטטיסטי. ממצאי תפישת התלמיד בפוסט הדחוי (ראיון) ובשאלון הקדם מושמים לשם הנוחות בתרשים 7.8.

התלמיד טען בשאלון הקדם כי הדיפוזיה מתקדמת באופן בלתי הפיך לעבר מצב ש"מ של ריכוז אחיד בכל המערכת, בגלל שכך מתנהגת תופעת הדיפוזיה. כלומר, הוא לא נתן סיבה אלא רק תיאר את התופעה. מכיוון ורוב התלמידים תארו אך לא הסבירו את אי-ההפיכות (ההתפתחות בזמן), הנחתי (סעיף 7.1.4) כי כנראה בשאלה זו לא דרשתי מספיק להסביר באופן תיאורטי וההקשר המציאותי והמוכר (התלמידים עשו ניסוי זה בכיתה י') גרם לרוב התלמידים לתאר את התופעה וללא הסבר. בתרשים זה אני מניח כי תפישת התלמיד בתחילת השנה (קדם- לפני הוראת המודל המכנו-סטטיסטי) לגבי התפתחות המערכת לעבר שיווי-משקל הינה דומה לתפישתו את מצב ש"מ של המערכת, בפרט- נק. מבט הסתברותית מבוססת על המהלך האקראי של החלקיקים. דבר המחזק הנחה זו הינו תשובת התלמיד בתחילת ראיון בה הוא הסביר את ההתפתחות בזמן באופן זה:

s6: "...בגלל שהתנועה אקראית אז אי-אפשר להחליט האם הגז יתפשט ויתפוס יותר נפח או שיישאר בדיוק באותו הנפח או שהוא אפילו יתכווץ..."

נראה כי תלמיד זה לא "החליף" את תפישתו ממודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי, אלא, שילב בין מודלים בכדי לתאר את המערכת באופן הסתברותי. גם בשאלון הקדם וגם בפוסט הדחוי, התלמיד נותן דגש רב למודל RW ולקשר בינו לבין ההסתברות לקבלת פיזורים שונים במערכת. אך, בפוסט הדחוי התלמיד גם נעזר במודל המכנו-סטטיסטי בכדי לתאר את המערכת באופן הסתברותי. בנוסף, מודל זה מאפשר לתלמיד לעדן את האינטואיציה ההסתברותית איתה הוא הגיעה בתחילת השנה (זו היא אינטואיציה מכיוון והתלמידים לא למדו על הסתברות קבלת מצבי-מיקרו ומקרו שונים בכיתה י').



תרשים 7.8: השינוי בתפיסת s6 בין הקדם לפוסט הדחוי (ראיון)

בפרט, בעוד שבשאלון הקדם התלמיד טען, על בסיס תנועתם האקראית של החלקיקים, כי ישנה הסתברות שווה לחלוקה שווה ולחלוקה קיצונית (40 חלקיקים בצד אחד ואפס בשני):

s6 – "אחרי שהמערכת הגיעה לש"מ כל החלקיקים יכולים ל"שוטט" באקראיות אל החלק הימני של הקופסא... בש"מ המיקום של כל חלקיק הוא אקראי, באותה המידה יכולים להיות כל החלקיקים בצד אחד"

בפוסט הדחוי הוא מבין, על סמך המודל המכנו-סטטיסטי, כי ההסתברות לקבלת החלוקות השונות אינה שווה:

אריאל- "למה? למה זה המצב המסתבר ביותר? תקשר לי בין הדברים שאמרת. למה לא, הם נעים בצורה אקראית והמצב המסתבר ביותר יהיה שהם יהיו בשליש מהכלי?"

s6 – "כי יש הכי הרבה אפשרויות, החלקיקים לא יכולים להיות אחד בתוך השני, ויש הכי הרבה אפשרויות של פיזור שהם מתפזרים על כל המערכת, על כל, הכי הרבה מצבי-מיקרו שהקאלי מפוזר על כל המערכת, שזה מצב-מקרו אחד. והרבה פחות מצבי-מיקרו למצב-מקרו שכל החלקיקים מרוכזים באפילו חצי המערכת."

4. מדוע התלמיד בחר להשתמש בנקודת המבט ההסתברותית בכדי לתאר את המערכת?

מעניין לראות ש s6 כבר במהלך הדיון על שאלה 1- מצב ש"מ, ציין סיבה אחת בגינה הוא מסביר את תופעת הדיפוזיה באמצעות נק. מבט הסתברותית:

s6 – "בגלל שהתנועה האקראית, בגלל שאני לא יכול להחליט בדיוק איפה כל חלקיק יהיה, אני חייב לדבר על הסתברות, איפה הכי הגיוני שהוא יהיה? איפה הכי סביר שיהיה? וכאילו לנחש לאיזה מצב זה יגיע...התנועה האקראית מחייבת, אי-אפשר להחליט בדיוק לאיזה מצב החלקיקים יגיעו, אז צריך, חייבם להתחיל לדבר על המצב המסתבר ביותר... אי-אפשר להחליט בדיוק איפה הם יהיו צריך להחליט מה הכי סביר"

כלומר, התלמיד מסביר כי בגלל התנועה האקראית של החלקיקים לא ניתן לתאר את מיקום החלקיקים בכל רגע ורגע, ולכן, חייבים לתאר את התופעה באופן הסתברותי.

כאשר המורה שואל את התלמיד באופן מפורש מדוע הוא בוחר בתיאור ההסתברותי התלמיד נותן סיבה נוספת:

s6: "כי זה הכי פשוט לתאר אותו במילים... MD זה פשוט לחשב ולראות אי-אפשר להסביר במילים, להכניס לתוך מודל במחשב ולחכות לתוצאה... וגם במהלך אקראי, כאילו, אני יכול להגיד לך שזה מה שקורה, זה מה שיקרה, אבל אני לא יכול ממש להסביר את זה... שאת שני המודלים האחרים אני יכול להגיד לך שזה מגיע ממצב A למצב B ואתה תצטרך להאמין לי... ועם המודל ההסתברותי, המכנו-סטטיסטי, אז אני יכול להסביר, אחרי שאני ידוע שהם זזים בצורה אקראית, אני יכול להסביר איך הם יגיעו, כאילו למה הם יגיעו ממצב א' למצב ב'..."

כלומר, בניגוד לתיאור ההסתברותי, התיאורים הדינמיים לא מאפשרים להסביר בע"פ (בניגוד להסבר באמצעות הדמיה) ובאופן משכנע את תופעת הדיפוזיה.

7.2.4.2 סיכום- מקרה ב'- החוק השני של התרמודינמיקה (או מערכת מקרוסקופית, תיאור מקרוסקופי וחיזוי מקרוסקופי) (s8)

1. תמצות אופן החשיבה של התלמיד בפוסט-הדחוי (ראיון)

בראיון זה לא תמיד "זרמתי" עם הרעיונות של התלמיד, ולכן, תמצות אופן החשיבה של התלמיד ייעשה בנפרד על חלקי הריאיון בהם "זרמתי" עם הרעיונות שעלו מהתלמיד ועל חלקי הריאיון בהם "לא זרמתי".

כאשר, התמצות הראשון יאפיין את תפישתו המרכזית של התלמיד לגבי תופעת הדיפוזיה והתמצות השני את הרעיונות הנוספים הנגישים לתלמיד.

- תפישתו המרכזית של התלמיד

הטבלה הבאה מייצגת את השכיחות היחסית של רצפי ההיגדים, בחלקי הריאיון בהם "זרמתי" עם רעיונותיו של התלמיד, בהם התלמיד משתמש: במודל דינמי/מכנו-סטטיסטי ומתאר את המערכת מנק. מבט מיקרו/מקרו/הסתברותית.

	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל דינמי	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל מכנו-סטטיסטי	**אחוז ההיגדים בהם מתוארת נקודות המבט השונות**
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מיקרו	1		1/11≅ 10%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו : ממוצע במרחב			
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן – חוק שני של התרמודינמיקה		8	8/11≅ 70%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט הסתברותית		2	2/11 ≅ 20%
אחוז ההיגדים המבוססים מודל דינמי/מכנו-סטטיסטי	1/11 ≅10%	10/11 ≅ 90%	

טבלה 7.19: תמצות אופן החשיבה המרכזית של s8 בפוסט הדחוי (ראיון)

הטבלה הנ"ל מראה שהתלמיד מבכר להשתמש במודל המכנו-סטטיסטי בכדי לתאר את המערכת מנק. מבט מקרו- ממוצע במרחב ובזמן. כלומר, התלמיד משתמש בחוק השני של התרמודינמיקה בכדי לתאר את מצבי-המקרו של המערכת, מצבים המוגדרים ע"י : N- מספר החלקיקים במערכת ו M- מספר התאים/נפח המערכת.

בפרט, התלמיד מסביר כי עם הזמן החלקיקים תופסים נפח הולך וגדל עד הגעה למצב ש"מ בו החלקיקים תופסים את נפח כל הכלי, הן בבואו להסביר את מצב שיווי-המשקל של תמיסת הקאלי (שאלה 1) :

> *s8 : "אחד הדברים שלמדנו במהלך השנה הזו הוא החוק השני של התרמודינמיקה שאומר שככל שהזמן עובר האנטרופיה גדלה... יש נוסחה לאנטרופיה במרחב של פרמטר M, יש אותה כמות מולקולות, M גדל... M זה כמות המקומות... ה – M במקסימום שלו, האנטרופיה נמצאת במקסימום שלה, ה M לא נהיה יותר קטן הוא רק גדל עד שהוא נשאר קבוע ואז האנטרופיה הכי גדולה. וזה לפי החוק השני, זה חוק טבע"*

והן בבואו להסביר את התפשטות גז בריק עם ובלי מחיצה (שאלה 2) :

> *s8 : "...אתה צריך להסתכל על המערכת הזאת ועל המערכת הזאת בנפרד, בסה"כ לפי החוק השני האנטרופיה של, אם אני מסתכל מבחוץ האנטרופיה הכוללת צריכה לגדול, צריכה להיות המקסימלית, יותר גדולה... זה ילך עד הסוף, אם יש שם ריק, אין פה כלום האנטרופיה פה היא אפס... אז בעצם זה יגיע למצב המקסימלי, זה ידחוס את זה עד הסוף. יהיה לי רק את המערכת הזאת המערכת הזאת תדחוף את זה עד הסוף"*

ובנוסף, התלמיד מתאר את האנטרופיה כמדד לאי-הוודאות במערכת ובמגוון הקשרים (קובייה, חלקיקים בפאזה גזית ובפאזה מוצקה) :

> *s8 : "האנטרופיה היא, אם אני מסתכל על מערכת שיש לה מלא הסתברויות ואפשרויות. נגיד אני מסתכל על קובייה שיש לה שש אפשרויות, אז בעצם, אם אני עוצם את העניים ומגלגל את הקובייה, בעצם מה בעצם מה, אני לוקח את סכום כל האפשרויות, ובעצם, בעצם אני לוקח את כל ההסתברויות השונות את הכמות שלהם. בעצם אני, אני עושה את הסכום שלהם. ולפי הסכום שלהם אני יכול לדעת כמה אני לא יכול להיות וודאי במערכת. כאילו האנטרופיה היא עצמה האי-וודאות שלי. בעצם, ככל שיש לי יותר הסתברויות, אפשרויות, יותר*

כאילו אפשרויות במערכת- חלקיק אחד יכול להיות פה, יכול להיות פה, אני לא ודאי במערכת. מצד שני אם הם ממש קרובים אחד לשני, ואני יודע שהם תמיד יכולים להיות קרובים אחד לשני, אז האנטרופיה שלי היא אפס, פשוט אני יודע זהם הולכים להיות שם..."

- רעיונות נוספים הנגישים לתלמיד

הטבלה הבאה מייצגת את השכיחות היחסית של רצפי ההיגדים, בחלקי הריאיון בהם "לא-זרמתי" עם רעיונותיו של התלמיד, בהם התלמיד משתמש: במודל דינמי/מכנו-סטטיסטי ומתאר את המערכת מנק. מבט מיקרו/מקרו/הסתברותית.

	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל דינמי	מס' היגדים המסבירים את התופעה בהתבסס על מודל מכנו-סטטיסטי	**אחוז ההיגדים בהם מתוארת נקודות המבט השונות**
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מיקרו	1		1/7≅ 10%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו: ממוצע במרחב	2		2/7≅ 30%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן: ממוצע על פני הזמן של ערכי הצפיפות הנדגמים במוניטור	2		2/7 ≅ 30%
מס' ההיגדים בהם מיוצגת נק. מבט הסתברותית	1	1	2/7 ≅ 30%
אחוז ההיגדים המבוססים מודל דינמי/מכנו-סטטיסטי	6/7 ≅90%	1/7 ≅ 10%	

טבלה 7.20: תמצות אופן החשיבה הנוספת של s8 בפוסט הדחוי (ראיון)

כאשר המורה מבקש מהתלמיד לפרט יותר על מצב ש"מ (בנוסף לזה שהחלקיקים תופסים את כל הנפח), התלמיד לבסוף אומר כי במצב ש"מ יש גם ריכוז אחיד. וכאשר המורה מבקש ממנו להסביר כמותית מדוע הריכוז אחיד? התלמיד מתקשה לשלוף הסבר, תשובותיו מהוססות ולבסוף הוא מסביר זאת בארבעה אופנים שונים אך לא באמצעות החוק השני:

1. נק. מבט הסתברותית מבוססת מודל דינמי RW:

s8: "...<u>אני חושב סתם בראש</u>, וככל שהם יותר יזוזו אין להם נטייה ללכת למקום אחד, אז בעצם בגלל שהם זזים בכל המערכת ויש להם הסתברות שווה להגיע למקום אחד ולמקום אחר, כלומר, הם זזים באופן אקראי, נראה לי שלמדנו זאת בכיתה י'... אם כל החלקיקים נעים בצורה אקראית אז שוב אני משער <u>(א.ש.- התלמיד צוחק) יכול להיות שאני מדבר ג'יבריש אבל אני אנסה,</u> אם הם זזים בצורה אקראית אז אין להם נטייה להגיע למקום מסוים במערכת..."

2. נק. מבט הסתברותית מבוססת מודל מכנו-סטטיסטי:

s8: "... מה שקורה, שגם כן הסתברותית, הרבה יותר אפשרי, הרבה יותר הסתברותי לך למצוא את המערכת במצב שכל החלקיקים מתרחבים כאילו בצורה יחסית שווה... זה הכי הסתברותי אז בעצם זה ברוב המקרים מה שיקרה, נראה לי...ואז ההסתברות שכולם יהיו במקום אחד סופר קטנה ביחס לכל ההסתברויות האפשריות ... ההסתברות שהם יהיו במקום אחד היא נגיד

1. ההסתברות שהם יהיו יחסית מפוזרים... זה 10^{23} , אז בעצם 1 ביחס ל 10^{23} זה ברור כאילו שהכלי יהיה במצב של בערך ריכוז אחיד..."

3. נק. מבט מקרו- ממוצע במרחב מבוססת מודל דינמי (גרף צפיפות זמן המתקבל מהדמיה דינמית של החלקיקים):

s8: "עכשיו ריכוז ... יכול להיות שהוא זה שעושה פלקטואציות, מן הסתם הוא נשאר במצב שהמערכת מתפתחת, הוא נשאר במצב יחסית אחיד, ואז הוא יורד עד למצב שהוא מגיע למינימום ואז במינימום הוא מתחיל לעשות פלקטואציות, כי שוב זה לא אחיד יש גם קצת סטייה וזהו...אם אתה ... למשל בודק כל חלקיק את המיקום שלו... בתוך מערכת שאתה מדמה במחשב ואתה שם... מוניטור, רק אז אתה יכול לראות את הפלקטואציות, שם ראינו את זה בכיתה. יש לך כמות של חלקיקים שנכנסת למוניטור וחלקיקים שפחות..."

4. נק. מבט מקרו- ממוצע במרחב ובזמן (ממוצע הצפיפות המקומית על פני פרק זמן ארוך):

s8: "... אני זוכר שבעקרון ככל שיש לך יותר כדורים והמערכת יותר גדולה, אתה יודע יותר אמיתית, אז הפלקטואציות נהיות, נראה לי, נראה לי, יותר קטנות... נראה לי שזה תלוי בגודל המערכת... <u>אני יגיד לך את האמת אני לא כ"כ מתמצה בזה אבל נראה לי שזה נהיה יותר זניח כשהמערכת נהיית יותר גדולה</u>...נגיד במוניטור יכול להיות לי... 50 יכול להיות לי 46, 47, 53, 52, אז אם אני אצור גרף של הזמן, זה ייצור פלקטואציות, פשוט מעבירים קו מגמה וזה מה שאנו אמורים לקבל. אם אנחנו גם מסתכלים על הפונקציה עושים קצת זום אחורה ונותנים לה לרוץ אינסוף זמן, אז מבחינה הסתברותית ומתמטית זה חייב לצאת לך מה שאתה רוצה. נגיד אם אני בודק חצי מהמערכת עבור 100 כדורים, ואני רץ על הפונקציה אינסוף זמן, ואני עושה זום אחורה... אני אמור לראות קו של בערך בסביבות 50"

ניכר שהתלמיד לא שולף הסברים אילו בקלות ושהוא לא בטוח לגבי נכונותם- " אני חושב סתם בראש... יכול להיות שאני מדבר ג'יבריש אבל אני אנסה... *אני יגיד לך את האמת אני לא כ"כ מתמצה בזה"*.

בנוסף מעניין לראות כי התלמיד לא משתמש בחוק השני בכדי להסביר את הריכוז האחיד, למרות, נטייתו הברורה להשתמש בחוק השני. כלומר, יש "נתק" בתפישת התלמיד את התפתחות תופעת הדיפוזיה לעבר מצב ש"מ בו החלקיקים תופסים את כל הנפח הפנוי לבין מצב ש"מ בו יש ריכוז אחיד בכל נפח המערכת.

2. נאמנות לחוק השני של התרמודינמיקה:

כפי שראינו בסעיף הקודם, התלמיד בעיקר משתמש בחוק השני של התרמודינמיקה בכדי להסביר ולתאר את תופעת הדיפוזיה. דבר זה, ניכר ביתר שאת, בשימוש כמעט בלעדי בחוק השני ובהיעדר שימוש במודל דינמי בתושבתו לשאלה 2- התפשטות גז כנגד מחיצה. זאת למרות שהקשר זה מכוון את התלמיד לתאר את המערכת באמצעות מודל דינמי, בפרט, באמצעות ההתנגשויות בין חלקיקי

הגז למחיצה. גם בהקשר זה, התלמיד נעזר בחוק השני בכדי להסביר כי המחיצה תנוע עד הקיר הימני.

s8: "...אם אני מסתכל על כל המערכת, ואני מסתכל על מערכת X ועל מערכת Y על שתי המערכות. נגיד כל המערכת הזאת מבודדת בסה"כ, אז בעצם אני אומר S1 + S2 חייבת לגדול."

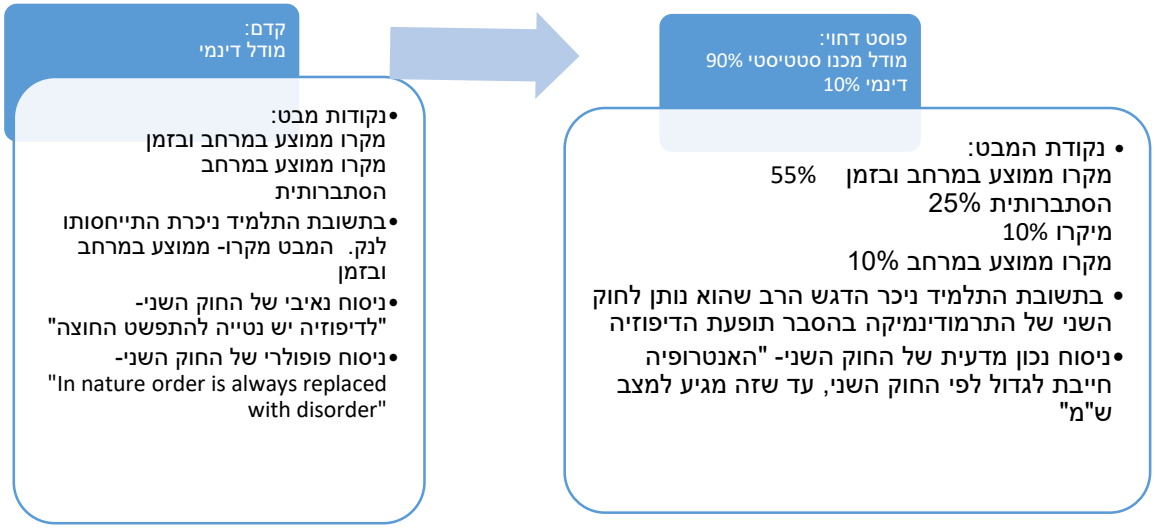
בפרט, התלמיד מציין כי האנטרופיה הכוללת הינה סכום האנטרופיות משני עברי המחיצה. אמנם לפירוט זה אין משמעות כאשר בצד אחד של המחיצה יש ריק והאנטרופיה היא תמיד 1, אך, כאשר בצד השני של המחיצה יש חלקיקים יש לכך משמעות ועלינו להתחשב בסכום האנטרופיות:

s8: "...ממצב אחד למצב אחר זה יכול להיות M יותר גדולה, סבבה, ואז זה מגדיל לי את האנטרופיה. מצד שני, אם פה (א.ש.- מצביע על חצי המערכת עם הריק) היה לי חלקיקים, והגעתי למצב שבו זה גם כן דוחף אותי חזרה, ופה האנטרופיה קטנה, ופה האנטרופיה היא גדלה, סה"כ שוב זה צריך להיות במצב המקסימלי..."

לסיכום, העובדה כי התלמיד "מתעלם" מהתנגשויות החלקיקים במחיצה ומתאר את תנועתה רק באמצעות החוק השני ובאופן מפורט, מעידה על עוצמת השינוי בתפישת התלמיד בעקבות המבנית - ממודלים דינמיים למודל מכנו-סטטיסטי.

3. השינוי בתפיסת התלמיד בין הקדם לפוסט הדחוי:

בתרשים הבא ישנה השוואה מרוכזת של תפישת התלמיד בשאלון הקדם ובפוסט הדחוי (ראיון). כאשר, בפוסט הדחוי מפורטת תפישתו המרכזית- הסבר תופעת הדיפוזיה באמצעות החוק השני (טבלה 7.18), ולא את הרעיונות הנוספים הנגישים לתלמיד (טבלה 7.19). מכיוון ותפישה זו עלתה בראיון באופן עצמאי מהתלמיד וללא בקשה להעלותה מהמורה, לכן, אני סבור שתפישה זו מייצגת נכון יותר את אופן המחשבה של התלמיד בפוסט הדחוי.



תרשים 7.9: השינוי בתפיסת s8 בין הקדם לפוסט הדחוי (ראיון)

ניכר כי התלמיד "החליף" את המודל הדינמי במודל המכנו סטטיסטי בבואו להסביר על תופעת הדיפוזיה. בפרט- שימוש בחוק השני של התרמודינמיקה, כמודל עליו הוא מבסס את הסברו לתופעת הדיפוזיה. הדבר הדומה בין הקדם לפוסט הדחוי הינה תיאור המערכת מנקודת מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן. בפרט, גם בשאלון הקדם התלמיד תיאר את המערכת באמצעות נקודת מבט זו, וזאת למרות שלא ניתן דגש על כך בכיתה י' (חוץ מתלמיד זה רק עוד תלמידה אחת, מתוך 17, ציינה נקודת מבט זו בתשובתה):

s8: "כאשר ריכוז המיכל נמצא עמיד (בעל ממוצע שווה) ברוב תחומיו...חשוב לציין: השוני בין 2 הצדדים רוב הזמן לא יהיה משמעותי"

וגם בפוסט הדחוי (ראיון) התלמיד תיאר את המערכת בעיקר באמצעות נקודת מבט זו:

s8: "מצב של מערכת זה כמו שאני מסתכל עליה עכשיו, אני מסתכל על הגבולות שלה, מסתכל שוב על כמות החלקיקים N, M... זה הריכוז..."

תיאור המערכת מנקודת מבט מקרו- ממוצע במרחב ובזמן, נרמזת גם מתוך חוסר הבנתו/התייחסותו את נק. המבט מיקרו ומקרו- ממוצע במרחב, בתשובתו לשאלת ה prob. בפרט, בשאלה זו התלמיד מגדיר באופן לא מדויק מצב-מיקרו כ "משהו יחסית קטן" ואינו נותן דוגמא אחת להגדרה זו, ובנוסף, אינו מתייחס למקרו – ממוצע במרחב (ערך של משתנה מיקרי) ורק נותן דוגמא למקרו- ממוצע במרחב ובזמן " ריכוז, זה נראה לי קצת יותר מקרו".

בנוסף, בעקבות ההתערבות התלמיד עידן את תפישתו הראשונית לסיבה להתפתחות תופעת הדיפוזיה עם הזמן.

מניסוח נאיבי וספציפי של החוק השני-

s8: "כן, מכיוון שלדיפוזיה יש נטייה להתפשט החוצה..."

וניסוח פופולרי של החוק השני (נשים לב, התלמידים בשלב זה עדין לא למדו על המודל המכנו-סטטיסטי ועל החוק השני, תלמיד זה כנראה שמע במקום אחר על ניסוח זה של החוק השני)

s8: "In nature order is always replaced with disorder"

לעבר הגדרה נכונה מדעית של החוק השני ושל פונקציית האנטרופיה, שימוש נכון מדעית בחוק השני במגוון הקשרים, ונתינת מגוון דוגמאות לפונקציית האנטרופיה, כפי שעלה מתשובות התלמיד לראיון (ראו למעלה, תת סעיף 1 בחלק זה).

עדות נוספת, לנטייה של התלמיד לתאר את המערכת באופן מקרו- ממוצע במרחב ובזמן, ולכן לשימוש הרב שהתלמיד עושה בחוק השני, ניתן לראות גם בסעיף הבא, המפרט את סיבות שהתלמיד נותן לבחירתו במודל המכנו-סטטיסטי לתיאור תופעת הדיפוזיה.

4. מדוע התלמיד בחר להשתמש בחוק השני בכדי לתאר את המערכת?

כאשר התלמיד נשאל מדוע הוא בחר להשתמש במודל המכנו-סטטיסטי, בפרט בחוק השני, על פני המודל הדינמי MD (אותו התלמיד הזכיר כמודל נוסף בו הוא היה יכול להסביר את התפשטות הגז כנגד המחיצה) התלמיד מציין את הסיבות הבאות:

א. במודל זה יש חוק טבע המתקיים תמיד: *" ...אני יכול להשתמש בחוק השני שהוא בעצם תלוי באנטרופיה...ובאמצעות התרמודינמיקה שבה יש לי חוק טבע שאני יכול להגיד שהוא חייב להתקיים".*

ב. *הרבה יותר קשה להסביר באמצעות ה MD: " ... הרבה יותר קשה לעבור על MD מאשר על תרמו-סטטיסטי".*

ג. זה המודל האחרון שלמדנו ולכן התלמיד זוכר אותו הכי טוב: *"..תרמו-סטטיסטי למדנו השנה הרחבנו הרבה יותר. וכך גם הסברנו בכיתה וזה הכי פרש בתוך הראש".*

וכאשר התלמיד מתבקש להסביר את היתרונות והחסרונות של המודל המכנו-סטטיסטי, התלמיד מציין את היתרונות הבאים:

- מאפשר לטפל במערכות מרובות חלקיקים: *"תרמו-סטטיסטי אני יכול להסתכל על זה בצורה יותר מקרוסקופית, אני יכול להסתכל על מערכות יותר גדולות".*
- מתאר את התופעה באופן מקרוסקופי- התפשטות הקאלי כפי שנראית בעין בלתי מזויינת: *" אם אני מסתכל על הקאלי במים, אני יכול להשתמש בתרמו-סטטיסטי כדי לדעת מה יקרה... להסתכל בצורה מקרוסקופית, בצורה כאילו רחבה יותר: מה המרחב שלה? כמה חלקיקים יש? לאן יכול להתרחב? כל מני דברים כאלו "*

לעומת היתרונות והחסרונות של מודל MD:

- מתאר את התנועה האמיתית של החלקיקים: *"אם יש לי מיקרוסקופ ואני מסתכל על החלקיקים הם באמת זזים בצורה כזו".*
- אך, קשה למדל באמצעותו מערכות מרובות חלקיקים: *" אם אני רוצה להריץ הדמיה של MD של נגיד עשרת אלפים חלקיקים, זה יהיה לי מאוד קשה כי בעצם אני צריך לחשב כל מיני חלקיקים "*

כלומר, גם בסיבות שהתלמיד נותן לשימוש שלו בחוק השני, ניכרת תפישתו לתיאור המקרוסקופי של המערכת- התלמיד רואה בזה יתרון. בנוסף, הוא גם מפרט שבאמצעות החוק השני ניתן לתאר מערכות מקרוסקופיות, דבר שגם מעיד על נטייתו זו.

8. דיון

"מדע חישובי בינתחומי" היא תכנית תלת-שנתית לתלמידי תיכון מצטיינים במדעים, המקנה כלים לניתוח פיזיקלי של תופעות שבמרכז תשומת הלב בכימיה, בהנדסה ובמדעי החיים - היווצרות מבנים בעולם החומרים. התכנית עונה לקריאות של ועדות מרכזיות (*Hilborn, 2014 ; BIO2010, 2003; AAMC-HHMI, 2009*) שעסקו בהתאמת קורסי המבוא בפיזיקה למתמטיזציה הגוברת במדעי החיים, כמו גם לקריאה של ה NGSS (*States NGSS Lead, 2013*) לפיתוח מיומנויות חיושביות בלימודי המדעים. התכנית מעוצבת לתת מענה לצרכים של מצטיינים בלימוד בינתחומי עכשווי, ובעבודה פרוייקטנטית (ב. אלון ואחרים, 2007). החשיבות והחידוש שבתכנית מחייבים פיתוח מבוסס מחקר, שמטרתו חידוד ובחינה של מטרות ברות השגה, ובחינת תהליכי ותוצרי למידה במטרה לנסח עקרונות עיצוב לתכנית המקדמים את השגת המטרות.

עבודת המחקר התמקדה באחת המבניות בתכנית הנקראת "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה". מבנית זו פותחת את כיתה י"א המציגה את יסודות התרמודינמיקה הסטטיסטית ברמה של קורס מבוא בפיזיקה. מושגי היסוד בתרמודינמיקה סטטיסטית מיושמים בתחילה בשני הקשרים פשוטים יחסית:

א. תופעות של פיזור במרחב המקום של חלקיקים "ללא אינטראקציות" (אינטראקציות התנגשות-דחיה קצרת טווח - דוגמת תופעת הדיפוזיה). זהו ההקשר בו מתמקדת המבנית "מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה";

ב. תופעות של פיזור במרחב האנרגיה (דוגמת מגע תרמי); מודלים חישוביים משולבים כאמצעי המחשה.

בתום י"א ובכתה י"ב התלמידים מיישמים את מושגי היסוד שרכשו בתרמודינמיקה סטטיסטית בהקשר מורכב:

א. הסבר מכנו-סטטיסטי אנליטי מערכות הכוללות אינטראקציות ארוכות טווח (דוגמת הפרדת הפאזות).

ב. שימוש בשיטת מונטה קרלו –מודל חישובי להיווצרות מבנים מגוונים בחומרים רכים.

המחקר התבצע במסגרת המחקרית של (*MER*) *Educational Reconstruction* (*Duit, 1997*, 2007) הכוללת:

ניתוח מבנה הדעת, עיצוב סביבת הלמידה, ומחקר אמפירי.

גישת העיצוב קונסטרוקטיביסטית - מעוגנת ברעיונות הקודמים של הילד – במקרה שלנו – אלו שנרכשו בכיתה י'. הגיל הצעיר של התלמידים, והמנדט להקנות מיומנויות של מידול חישובי בנוסף על ידע פיזיקלי, הביאו לכך שכיתה י' התמקדה בגישור בין היבט מקרוסקופי ומיקרוסקופי של מערכת מרובת חלקיקים באמצעות מודלים חישוביים של דינמיקת חלקיקים המתארים את ההתפתחות בזמן של מערכת החלקיקים המתנגשים זה עם זה (באינטראקציות דחיה קצרות טווח). התלמידים עסקו בהרחבה בגישות פישוט בתהליך המידול, בפרט ברעיון של "גירעון גס"[70] בניתוח התנהגותה של מערכת מרובת חלקיקים המאפשר לגשר בין מודל נומרי המבוסס על פתרון משוואות התנועה הניוטוניות, למודל מהלך אקראי.

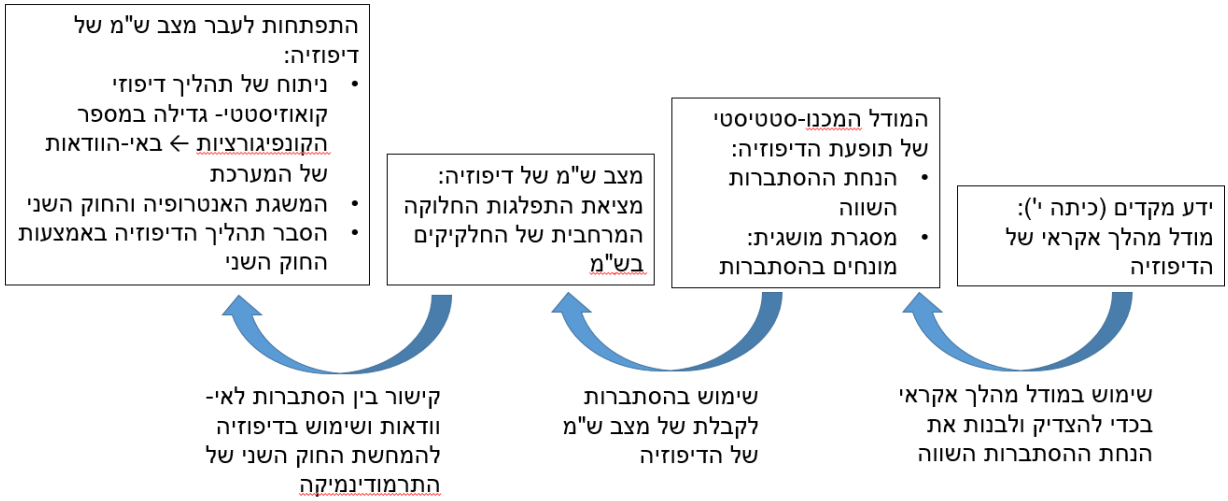
[70] Coarse graining-מיצוע על פני סקאלת זמן ארוכה בהרבה מסקלת הזמן של התנגשות החלקיקים

הרקע המקדים עימו התלמידים הגיעו ללמוד את המבנית הראשונה בתרמודינמיקה סטטיסטית שונה מזה המוקנה בד״כ באוניברסיטה טרם לימוד קורס ב ״פיזיקה תרמית״ בדגש מכנו סטטיסטי, המקום המקובל ללימוד נושאים דומים לתכני המבנית ״מודל מכנו סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה״. ראו לדוגמא הקורס המיוצג בספר לימוד דוגמת *An Introduction to Thermal Physics (Schroeder,2000)*. קורס מעין זה ניתן בד״כ בתואר ראשון, בשנה שניה או שלישית. טבלה 8.1 משוה את הידע המקדים בנוגע למערכות מרובות חלקיקים אליו נחשפים בד״כ סטודנטים בקולג׳ בפרק התרמודינמיקה אותו למדו בקורסי המבוא בפיזיקה כימיה וביולוגיה, לעומת הידע המקדים איתו באים תלמידי מ״ח בינתחומי למבנית.

	סטודנטים בקולג׳	**תלמידים כיתה יא׳ במ״ח בינתחומי**
קורסים קודמים	קורסי מבוא בפיסיקה, כימיה וביולוגיה	כיתה י׳ מ״ח בינתחומי
ידע מקדים	- המודל הקינטי לגז אידאלי - אנטרופיה וחוק שני	- הצדקה של מודל אקראי לתנועת קולואיד בתמיסה - תופעת הדיפוזיה מתפתחת באופן ספונטני בעקבות התנועה האקראית - קשרי מיקרו-מקרו

טבלה 8.1: השוואה בין הידע המקדים איתו מגיעים סטודנטים לקורס פיזיקה תרמית ובין הידע המקדים איתו מגיעים תלמידי מ״ח בינתחומי לכיתה יא׳

ההשוואה מלמדת שניתן להסתמך על מודל מהלך אקראי להסבר תופעת הדיפוזיה כמצע להקניית המושגים המכנו-סטטיסטיים- הסתברות אנטרופיה והחוק שני, כמוצג בתרשים 8.1.



תרשים 8.1: שימוש במודל מהלך אקראי ובתופעת הדיפוזיה בכדי לבנות מושגים בסיסיים במודל המכנו-סטטיסטי, בפרט, הנחת ההסתברות השווה, התפלגות, אנטרופיה וחוק שני

ניתוח מבנה הדעת ועיצוב סביבת הלמידה הוצגו בפרקים 3 ו 4 בהתאמה.

בסעיפים הבאים אדון בממצאי המחקר האמפירי, בפרט אתייחס לממצאי שתי שאלות המחקר שנבחנו בסבב ה II של ההוראה, כיתה יא׳ שנה״ל תשע״ז - הכללה 17 תלמידים:

1. כיצד מיישמים התלמידים בעקבות לימוד המבנית את המודל המכנו-סטטיסטי להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה[71], בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש״מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש״מ? (סעיף 8.1)

[71] תופעות שעיקרן שינוי בסידורי החלקיקים במרחב המקום כאשר מתקיימות אך ורק אינטראקציות דוחות קצרות טווח בין החלקיקים

2. האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה[1] באמצעות מודל דינמי, מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית?; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ? (סעיף 8.2)

8.1 השגת מטרות הלמידה במבנית – פוסט מיידי (מבחן מחצית)

בחלק הראשון של המחקר האמפירי בחנתי את השגת מטרות הלמידה של המבנית כפי שבאו לידי ביטוי בתשובות התלמידים למבחן המחצית (פוסט מיידי) קרוב לסיום הוראת המבנית. בפרט, תיאור מצב שיווי-משקל של גבהי פולימר הספוח על קולואיד באמצעות התפלגות ההסתברות, והתפתחות תערובת בינארית לעבר מצב שיווי-משקל של פיזור אחיד באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה. בסעיפים הבאים אדון בממצאי מחקר זה.

8.1.1 מערכת בש"מ

תשובות התלמידים מציגות מלמדות כי מרבית התלמידים מיישמים את המודל המכנו-סטטיסטי באופן העולה במידה רבה בקנה אחד עם התפישה המקובלת מדעית. להלן אתאר את נקודות החוזק בד בבד עם קשיים שצפו:

א. הבנת התלמידים מרכיבי ידע הקשורים להיבט המיקרו והמקרו ממוצע-במרחב של המערכת:
בכיתה י' התלמידים למדו למדל את המערכת ע"י דינמיקת חלקיקי המערכת. בתשובתם למבחן המחצית, ניכר כי התלמידים מבינים כי ניתן לתאר את המערכת גם ללא התייחסות לדינמיקת החלקיקים אלא רק ע"י פירוט מצבי-המיקרו האפשריים. בפרט, התלמידים בנו את התפלגות ההסתברות באמצעות פריטת מצבי המיקרו האפשריים ושיוכם לערכי מקרו ממוצע במרחב מתאימים (ערכי המשתנה המקרי- גובה הפולימר), בהקשר שונה ממה שהם נחשפו אליו בכיתה, ובאופן העולה בקנה אחד עם המשגת המומחה (סעיף 6.2.1). זהו הישג נאה ביחס לתאור בספרות על פיו סטודנטים בקורס מתקדם בפיזיקה תרמית, מתקשים בהבחנה בין מיקרו למקרו (*Loverude, 2009*), ניכר כי התלמידים מבחינים בין מצבי-המיקרו ומצבי-המקרו ממוצע במרחב של המערכת.

ב. הבנת התלמידים מרכיבי ידע הקשורים להיבט ההסתברותי של המערכת:
הספרות בהוראת הסטטיסטיקה רוויה במחקרים המצביעים על קושי בהבנת המושג "הסתברות" כשכיחות היחסית במספר גדול של ניסויים (*Kahneman, Slovic, and Tversky, 1982; Kahneman & Tversky, 1972; Konold, 1989; Konold, 1991*), כנגד זאת, ניכר כי התלמידים מצליחים ליישם את הגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בצבר של הרבה ניסויים בכדי לתאר באופן סטטיסטי את התפלגות גבהי פולימר (עם מספר קטן של מונומרים) הספוח על קולואיד, בשיווי-המשקל (סעיף 6.2.2.2). בעוד בכיתה י' התלמידים למדו כי מצב שיווי-המשקל מתואר ע"י ערך ממוצע קבוע/שאינו משתנה עם הזמן, בתשובתם לשאלה זו ניכר כי הם מבינים כי, עבור מערכות עם מספר חלקיקים קטן, מצב שיווי-משקל יכול להיות מתואר באופן מפורט יותר ע"י התפלגות ההסתברות של כל ערכי המשתנה המקרי השונים. בפרט, הם מתארים את מצב שיווי-המשקל ע"י פירוט השכיחויות היחסיות של כל ערכי גבהי הפולימר. סביר להניח כי הבנתם את ההסתברות

כשכיחות היחסית נבנתה על הויזואליזציה המיקרוסקופית בה עסקו רבות בכיתה י'. בפרט, ההבנה כי גם במצב שיווי-משקל החלקיקים ממשיכים לנוע אקראית ללא-הרף ולכן ייתכנו מגוון ערכי מקרו אפשריים. הבנה זו של התלמידים את מצב שיווי-המשקל של המערכת, מייצגת שיפור משמעותי לעומת סבב ההוראה ה I (תשע"ו) בו חלק מהתלמידים פרשו את מצב שיווי המשקל כמיוצג בלעדית ע"י הערך המסתבר ביותר של ההתפלגות (נספח ז' על בסיס דו"ח הביניים, עמ' 35-32) הם "נצמדו" אך ורק לערך הממוצע השווה לערך המסתבר ביותר כמאפיין בלעדי של מצב שיווי המשקל, וכל ערך אחר ייצג בעיניהם יציאה ממצב שיווי-המשקל.

מאידך, כאשר התלמידים נדרשים על אותה מערכת (פולימר הספוח על קולואיד) לאבחן טענה (מוטעית) האומרת כי ניתן לחזות מערכת בנקודת זמן מסוימת באמצעות התפלגות ההסתברות (סעיף 6.2.2.1), בפרט, מתוך התפלגות ההסתברות ניתן לחזות את גובה הפולימר בשוו"מ ב- t=5000sec , הם נמנעים במענה שלהם מליישם את הגדרת ההסתברות כשכיחות היחסית בצבר סטטיסטי של מערכות. מצד אחד, שישה מבין התלמידים שענו באופן המקובל מדעית על שאלה זו (N=7), נעזרו במרכיבים המשויכים להיבט המיקרו של המערכת (ולא להגדרת ההסתברות)- אם באמצעות התנועה האקראית של החלקיקים, לדוגמא:

"עמרי אינו יכול לחזות במדוייק את גובה הפולימר בשוו"מ ב t=5000s מכיוון ותנועת הפולימר היא אקראית ואי-אפשר לחזותה במדוייק"

ואם באמצעות תיאור מצב ש"מ באמצעות הנחת ההסבתרות השווה[72], לדוגמא:

" טענתו של עמרי לא נכונה, לא ניתן לחזות את מיקומו של הפולימר במצב שוו"מ מכיוון שלפי הנחת שוו"מ סטטיסטי מערכת מבודדת של חלקיקים הנמצאת במצב שוו"מ יכולה להימצא במידה שווה בכל אחד ממצבי-המיקרו שלה".

דבר זה יכול להעיד על התפישה החלקיקית החזקה איתה הם הגיעו מכיתה י'. מצד שני, מבין 10 התלמידים שלא ענו באופן המקובל מדעית על שאלה זו, בלטה התשובה האומרת כי באופן כללי ניתן באמצעות ההסתברות לחזות במדויק מה קורה בנק' זמן מסוימת, בפרט, ניתן להגיד שהערך המסתבר ביותר יתקבל. אך, מכיוון שערכי ההסתברות בהתפלגות קרובים זה לזה, כל הערכים אפשריים ולכן לא ניתן לחזות. כלומר, אם הייתה התפלגות שבה הסתברות קבלת הערך המסתבר ביותר הייתה הרבה יתר גדולה משאר ההסתברויות, הייתי יכול להגיד במדויק שערך זה יתקבל בניסוי בודד אחד. ייתכן, כי תשובה מעיין זו מעידה על ניסוח לא ברור דיו של השאלה. בפרט, הטענה האומרת כי ניתן ל"חזות" בנק. זמן, יכולה להתפרש כהסתברות גבוהה שמאורע מסוים יתרחש בנק. הזמן ולא כוודאות מוחלטת לגבי התרחשות המאורע. אך, גם ייתכן ותלמידים אילו נוקטים ב"גישת התוצאה" (*Konold, 1989*) שבה ערך ההסתברות משקף ודאות לגבי התרחשות מאורע בניסוי יחיד כאשר ההסתברות גבוהה מספיק. אך, כאשר ההסתברות לא גבוה מספיק, אלא נעה סביב ה 50% ישנו חוסר ידע כללי לגבי חיזוי התוצאה. לכן, ייתכן וחשיבת תלמידים אילו על ההסתברות אינה עקבית ומשתנה מחשיבה מקובלת מדעית (הסתברות כשכיחות היחסית) לחשיבה המתבססת על "גישת התוצאה", בעודם הם חושבים על סיטואציה מסוימת אחת, אך, בניסוחים שונים של השאלה. ממצאים אילו דומים אך לא שווים לממצאי הספרות. בפרט, בספרות נמצא כי סטודנטים מחליפים בין

[72] זו נקודת מבט מיקרו מכיוון ותיאור מצב ש"מ מתייחס למיקום כל חלקיק וחלק ולא כבסיס לתיאור ההסתברותי של ערכי המקרו

שתי חשיבות מוטעות על הסתברות- "גישת התוצאה" ו"יוריסטיקת הייצוגיות" עבור ניסוחים שונים לאותה השאלה (*Konold, et al., 1993*), ואילו התלמידים, כנראה, מחליפים בין חשיבה מקובלת מדעית (הסתברות כשכיחות) לחשיבה מוטעית "גישת התוצאה", עבור ניסוחים שונים של אותה השאלה.

ג. הבנת התלמידים מרכיבי ידע הקשורים להיבט המקרו- ממוצע במרחב ובזמן של המערכת:

"הרעיון של נתונים כתערובת של אות ורעש הוא אולי המושג הסטטיסטי הבסיסי ביותר" (*Konold &Pollatsek, 2002*). למושג הממוצע, כדבר היציב שבתוך "רעש" הנתונים, ישנה חשיבות רבה בתיאור הסטטיסטי. התלמידים מבינים כי הערך הנמדד הינו ממוצע- על פני הערכים המתקבלים בזמן המדידה או על פני ערכי המשתנה המקרי (מקרו- ממוצע במרחב) שבהתפלגות ההסתברות (סעיף 6.2.3.1). אם כי חלקם לא יודעים כיצד להשתמש בנוסחה לחישוב הממוצע: $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$ (מרכיב ידע 14). גם *Pollatsek* ואחרים (*Pollatsek et al., 1981*) דיווחו קשיים בהבנת הצורך לתת משקל לנתונים בחישוב הממוצע. אך, בניגוד למחקרים המדווחים על חוסר בהבנה אמתית של בסיס המושג "ממוצע" (*Konold & Pollatsek, , 2002; Pollatsek et al., 1981; Konold et al., 1997*), מתשובת התלמידים ניכר שהם מבינים את משמעות הממוצע או כמאפיין מספר רב של ערכים (ממוצע על פני הערכים המתקבלים בזמן המדידה) או כמאפיין של ההתפלגות (ממוצע על פני ערכי המשתנה המקרי שבהתפלגות). הבנה זו בולטת על רקע העובדה שבכיתה י' לא ניתן דגש מספיק על הערך הנמדד כממוצע על הערכים המתקבלים בזמן ההדמיה. נשים לב שבתשובתם לשאלה זו ניכר כי הם מבינים כי ניתן לקבל ממוצע זה גם ע"י התפלגות ההסתברות המתקבלת באופן אנליטי (ולא באמצעות ממוצע על פני הזמן של ערכי הצפיפות המקומית המתקבלים באופן נומרי).

הקושי בשימוש הנוסחה לחישוב הממוצע, נובע מכך שלא בוצע תרגול של הביטוי לחישוב הממוצע. ולכן, בסבב ההוראה ה III שהתבצע לאחר סבב ההוראה המתואר במחקר זה (סבב ההוראה ה III- תשע"ח), ניתן דגש על חישוב הממוצע המשוקלל באמצעות הנוסחה $\langle A\rangle = \sum_A A \cdot P_A$. בפרט, התלמידים קבלו קוד בו הממוצע מחושב ע"י סכימת כל הערכים המתקבלים בזמן ההדמיה וחלוקתם במספר הפעמים בהם התקבלו ערכים, והתבקשו לחשב את הממוצע באמצעות השכיחות היחסית של כל אחד מהערכים.

הבנתם של התלמידים משתקפת גם בכך שהם מציינים כי ערך נמדד מאפיין טוב יותר מערכת עם מספר חלקיקים גדול יותר מכיוון וסטיית התקן היחסית קטנה יותר (סעיף 6.2.3.3). מאידך, נראה כי חלקם הגדול (N=12) לא מבין חלק מהדקויות במשמעות של סטיית התקן היחסית (סעיף 6.2.3.2). בפרט, כאשר הם מתבקשים להעריך את המידה בה תיאור מקרוסקופי מאפיין מערכת עם מספר חלקיקים קטן (סעיף 6.2.3.2), הם מתקשים להמשיג את סטיית התקן היחסית כמדד להסתברות קבלת ערכים הרחוקים מהערך הממוצע.

יש לראות ממצאים אלו בראי הספרות המחקרית בהוראת הסטטיסטיקה בה נמצא כי משמעות המושג סטיית תקן יחסית ותלותו במספר החלקיקים (בספרות זו הדבר נמצא תחת השונות בהתפלגות הדגימה) לא מובן ע"י רוב הסטודנטים שלקחו קורס מבוא בסטטיסטיקה (*Mathews and Clark, 2003; versky & Kahneman, 1971; Well et al., 1990; delMas et al., 2004*). גם הספרות בהוראת הפיזיקה מראה שאפילו סטודנטים לתארים מתקדמים המגיעים לקורס

במכניקה סטטיסטית לאחר שהשלימו קורס בסטטיסטיקה לא מבינים את תלות סטיית התקן במספר החלקיקים (*Mountcastle et al., 2007*).

Sedlmeier ואחרים טוענים כי הקושי בהבנת תלות השונות בהתפלגות הדגימה עם גודל המדגם (בשפה מכנו-סטטיסטי- תלות סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים) היא מכיוון שהדבר לא מוכר לרובנו מחיי היום-יום:

"מדוע כ"כ קשה לתפוס את תפקיד גודל המדגם בהתפלגות הדגימה? סיבה אחת היא... נראה שיש רק כמה יישומים בחיים הרגילים להקטנה בשונות של התפלגות הדגימה עם הגדלת גודל המדגם. באופן כללי, לקיחת דגימות חוזרות ונשנות והתבוננות בממוצעי ההתפלגות שלהן הינה נדירה בחיי היום-יום" (*Sedlmeier & Gigerenzer, 1997, p. 46*).

לכן, על-מנת לשפר את הבנת התלמידים שלנו, עלינו לתת להם המחשה טובה יותר של סטיית התקן היחסית ומשמעותה לשונות במדידות חוזרות ונשנות. לדוגמא, כמו המודל הוויזואלי שספקה *Lane-Getaz (2006)* המבחין בין האוכלוסייה, המדגמים בייחד עם הממוצעים שלהם, וההתפלגות של ממוצעי המדגמים.

8.1.2 התפתחות לעבר מצב ש"מ

כאשר הם מתבקשים לחזות את התפתחות תערובת בינארית לעבר מצב שיווי-משקל של פיזור אחיד באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה, מרבית התלמידים מיישמים באופן מקובל מדעית את המודל המכנו-סטטיסטי של התפתחות מערכת לעבר מצב ש"מ. בפרט, מרבית התלמידים (N=12) משייכים את מצבי-המקרו לריכוזים המתאימים להם בגרף S(CB) , ומרבית התלמידים (N=10) משתמשים באופן תקין בחוק השני להסבר תהליך הערבוב. כלומר, הם מסבירים את כיוון התפתחות המערכת, ממצב של הפרדת פאזות למצב של ערבוב הומוגני, באמצעות החוק השני. אולם, ארבעה תלמידים שייכו מצב-מקרו המוגדר ע"י ריכוז מקומי מסוים למספר ריכוזים שונים (סעיף 6.3.1), ולא מעט תלמידים (N=7) לא השתמשו באופן תקין בחוק השני להסבר תהליך הערבוב, מתוכם שלושה תלמידים נקטו גישה של התפלגות ההסתברות בשיווי-משקל (סעיף 6.3.2). תשובות מעיין אילו מראות על חוסר ההבחנה בין התפתחות מצבי המקרו- ממוצע במרחב ובזמן לעבר מצב ש"מ לבין התפלגות ההסתברות בש"מ של ערכי המשתנה המקרי/מקרו ממוצע במרחב.

לסיכום, בסבב II התלמידים הצליחו במידה רבה ליישם כיאות את המושגים והעקרונות שלמדו, כך שהמבנית במתכונתה משיגה את מירב מטרותיה. עדיין נותרו דקויות במושגים שהתלמידים מתקשים בהם. בעיצוב התכניות הבאות כדאי להוסיף פעילויות נוספות המאפשרות לתלמידים ללבן משמעות של מושגים דוגמת:

- משמעות המושג "סטיית תקן יחסית" כמדד להסתברות לקבלת ערכים הרחוקים מהערך הנמדד, והשלכות מושג זה במערכת של N קטן/גדול.
- הדגשת ההבדל בין ערכי המשתנה המקרי/מקרו- ממוצע במרחב לבין מצב המקרו- ממוצע במרחב ובזמן של המערכת.

8.2 תפישות התלמידים בשאלון הקדם ובפוסט הדחוי

התכנית מדע חישובי בינתחומי מייצרת סיטואציה ייחודית, בה תלמידי תיכון לומדים גם מודלים דינמיים (כיתה י') וגם מודל מכנו-סטטיסטי (כיתה יא') המסבירים את אותה התופעה- דיפוזיה. לכן, החלק השני של המחקר האמפירי ניסה לענות על השאלה:

האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה באמצעות מודל דינמי, מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית?; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

בכדי לבחון את השינוי בתפישת התלמידים, בתחילה בחנתי את התפישה הראשונית של התלמידים באמצעות תשובתם לשאלון קדם שניתן בתחילת כיתה י'. בשאלון זה התלמידים התבקשו לתאר הן את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה, והן את ההתפתחות בזמן של תופעה זו.

בכדי לתת לתלמידים אפשרות להסבר תופעת הדיפוזיה גם באמצעות המודלים הדינמיים וגם באמצעות המודל המכנו-סטטיסטי, בצעתי עם התלמידים ראיון פוסט דחוי- כחצי שנה לאחר הוראת המודל המכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה וכשנה לאחר הוראת המודל הדינמי. לכן, ההנחה היא שלתלמידים היה מספיק זמן ואפשרות לבצע שילוב בין המודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים והמודל המכנו-סטטיסטי או לחילופין, לשכוח את אחד המודלים. גם בראיון זה התלמידים התבקשו להסביר את מצב שיווי-המשקל ואת ההתפתחות לעבר מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה.

בסעיפים הבאים אדון בממצאי שאלון הקדם (8.2.1) והפוסט הדחוי (8.2.2).

8.2.1 שאלון הקדם

תשובות התלמידים לשאלון הקדם יכולות לעזור לנו להבין: מהי תפישת התלמידים (ההבנה והמשאבים בהם משתמשים) בתחילת כיתה יא', לאחר כחודשיים מתום כיתה י', בה הם למדו מודלים דינמיים לתופעת הדיפוזיה, בבואם להסביר את מצב שיווי-המשקל של תופעת הדיפוזיה ואת ההתפתחות לעבר מצב ש"מ? בפרט, הם הבנתם עולה בקנה אחד עם הבנת המומחה? האם המשאבים שלהם כלולים בנקודת המבט המיקרו/מקרו/הסתברותית? האם הם משתמשים/מחברים כמה נקודות מבט?

איפיון זה השופך אור על הישגים בהפנמת הנלמד בכיתה י', יוכל לעזור בעיצוב עתידי הן של כיתה י' והן של כיתה יא' ובפרט של המבנית הראשונה בה – "מודל מכנו-סטטיסטי של תופעת הדיפוזיה", המושתתת על הידע איתו התלמידים מגיעים.

8.2.1.1 מערכת בש"מ

כאשר הם מתבקשים לתאר את מצב ש"מ של מערכת 40 מולקולות גז במיכל, רוב התלמידים (N=10 מתוך 17) מתארים את מצב ש"מ רק ע"י תיאור הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע המשקפת רק את נקודת המבט - מקרו ממוצע במרחב, ולא ע"י תנועת החלקיקים (עפ"י מודל MD או מהלך אקראי) ו/או ממוצע על פני הזמן של ערכי הצפיפות המקמית הנדגמים במהלך המדידה המשקפות את נקודות המבט מיקרו ומקרו ממוצע במרחב ובזמן, בהתאמה. ממצאים אילו מעידים על הדגש הרב שניתן בכיתה י' על נקודת מבט זו, בפרט, התלמידים בנו מוניטורים שדגמו את מספר החלקיקים באזור

מסוים בכל רגע ורגע. חצי מתלמידים אילו, N=5, מיישמים באופן לא תקין נקודת מבט זו, בפרט, הם טוענים כי בש״מ אין תנודות בצפיפות המקומית, אלא, בש״מ בכל רגע ורגע, מספר המולקולות שווה (לא בממוצע ולא מתנדנד) בכל אזורי הקופסא. ממצאים אילו דומים אך לא זהים לממצאי הספרות. בפרט, בספרות נמצא כי סטודנטים לביולוגיה נוטים לחשוב כי במצב ש״מ החלקיקים מפסיקים לנוע (*Odom & Barrow, 1995*) ואילו התלמידים במחקר הנוכחי אינם סבורים כי החלקיקים מפסיקים לנוע אך חושבים כי מספרם באזורים שונים קבוע בכל רגע ורגע. בנוסף, ניתן לעלות את השאלה האם יש קשר בין תיאור המערכת רק ע״י נקודת מבט אחת ובין תפישה חלקית של מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה? *Garvin-Doxas & Klymkowsky* (*2008*) מצאו כי שיעור רחב מקשיי הסטודנטים בביולוגיה מולקולרית ואבולוציונית מופיעים להיות לעיתים קרובות מחוסר התייחסות לתהליכים אקראיים, ייתכן והדבר נכון גם לתלמידים במחקר הנוכחי.

שאר התלמידים (חוץ מתלמידה אחת), שלבו בתשובתם כמה נקודות מבט. השילוב הבולט כלל תיאור הסתברותי של מצבי-מקרו המתבסס על נקודת מבט מיקרו- בפרט על התנועה האקראית של החלקיקים. לדוגמא, תשובת s3 על הטענה המוטעית כי מצב ש״מ הינו מצב בו מספר החלקיקים בכל חצי המיכל קבוע ושווה:

״.. מכיוון והחלקיקים נעים באקראיות. יש סיכוי מסוים לכך ששני הצדדים יהיו בעלי אותו מספר של מולקולות״

ממצא זה מראה כי התלמידים, שלמדו בכיתה י׳ על תופעת הדיפוזיה ועל המנגנון העומד בבסיסה, יכולים להסביר את תופעת הדיפוזיה מלמטה- תנועתם האקראית של החלקיקים כלפי מעלה – ההסתברות לקבלת מספר חלקיקים באזור מסויים במערכת. דבר תואם את מחקרם של לוי ווילנסקי (*Levy & Wilensky, 2008*) שבו נטען כי הקושי של תלמידים להסביר תופעה צומחת מלמטה כלפי מעלה, נובע מכך שהמשימות שניתנו לתלמידים התייחסו לתופעות שהם אינם מכירים או שהמנגנון שבבסיס ההפעלה שלהם הוא בלתי נראה. אך, בהקשרים מוכרים, הם מניחים שהבנת התלמידים תהיה עשירה יותר. נשים לב כי נקודת המבט ההסתברותית (לדוגמא, ההסתברות לקבלת חלקיקים באזור מסויים של הקופסא) לא נלמדה בכיתה י׳. לכן, ממצא זה מרמז, שיש אפשרות שתלמידים התופשים את התנועה האקראית כמרכזית לתופעת הדיפוזיה, בונים באופן עצמאי הסתכלות הסתברותית על המערכת.

לבסוף, החיזוי המכנו-סטטיסטי באמצעות מקסמיזציה של החוק השני מתייחס לנקודת המבט-מקרו ממוצע במרחב ובזמן, בפרט, בהקשר של מצב ש״מ של תופעת הדיפוזיה, בש״מ ממוצע על פני הזמן של הצפיפות המקומית קבוע ואחיד. לכן, ישנה חשיבות כי בכיתה י׳ התלמידים יילמדו על נקודת מבט זו. אך, ממצאי שאלון הקדם מראים כי רוב התלמידים, אינם מתארים את המערכת באמצעות נקודת מבט זו, אלא, בעיקר מדגישים את הצפיפות המקומית בכל רגע ורגע (נקודת מבט מקרו ממוצע במרחב).לכן, עלינו בתחילת כיתה יא׳ להבנות ביחד עם התלמידים הבנה זו וגם דבר זה דורש התייחסות רבה יותר בכיתה י׳.

8.2.1.2 התפתחות למצב ש״מ

בשאלון הקדם התלמידים נדרשו להסביר את הסיבה לאי-ההפיכות של התפשטות קלי בצלוחית מים. אך, רוב התלמידים (N=12) לא נתנו הסבר לתופעה, אלא רק תיארו אותה, לדוגמא:

s6: "כאשר אנו צופים בסרטון השלם נוכל להגיד אם הוא נע קדימה או אחורה, בגלל שגביש הקאלי מתפשט במים, אם נראה אותו מצטמצם נדע שהסרטון רץ אחורה"

ייתכן כי ניסוח השאלה לא דרש מספיק להסביר באופן תיאורטי את הסיבות להתפתחות לעבר שיווי-משקל, ולכן, לא ניתן להסיק ממצאים אילו לגבי תפישתם את ההתפתחות בזמן של תופעת הדיפוזיה. בפרט, אם היתה נשאלת שאלה המבקשת להסביר מדוע הקלי מתפשט בצלוחית המים? ניתן היה לצפות להסברים המבוססים על מודלים של דינמיקת החלקיקים. לעומת זאת, ישנה אפשרות שהתלמידים לא תופסים את המודלים המבוססים על דינמיקת החלקיקים כסיבה לאי-ההפיכות ולכן הם לא התייחסו למודלים אילו בתשובתם, אלא, התלמידים מחשיבים את תיאור התופעה כהסבר לאי-ההפיכות, כפי שנמצא במחקר של *Duit & Kesidou (1988)*.

8.2.2 ראיון פוסט דחוי (ראיון)

הן בשאלון הקדם והן בפוסט הדחוי התלמידים נשאלו על מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה: חלקיקי גז בקופסא (שאלון הקדם) וחלקיקי קלי במים (פוסט דחוי), ועל ההתפתחות בזמן של תופעה זו: חלקיקי קלי מתפשטים במים (בשאלון הקדם) או של תופעה הדומה לדיפוזיה- גז מתפשט בקופסא (פוסט דחוי).

נשאלת השאלה: האם בחלוף מספר חודשים מתום לימוד המבנית התלמידים ניגשים להסבר תופעת הדיפוזיה ותופעות דומות לה באמצעות מודל דינמי, מכנוסטטיסטי או שילוב שלהם; כיצד משתנה הדגש שהם שמים על נקודות מבט מיקרו, מקרו, והסתברותית להסבר התופעה ביחס לתפישותיהם טרם לימוד המבנית?; ומדוע בוחרים התלמידים בגישות אלו? בפרט בהתייחס ל: א. הסבר מצב ש"מ? ב. הסבר התפתחות למצב ש"מ?

בניתוח התמקדתי בשני מקרי בוחן שנבחרו בהתאם לתשובתם לשאלון הקדם, בפרט שני התלמידים מתארים את המערכת באמצעות דגש על נקודות מבט שונות מלכתחילה:

s6 - הדגיש את נקודות המבט מיקרו+הסתברותית, בפרט, הדגיש את תנועתם האקראית של החלקיקים (מיקרו) וההסתברות לקבלת מצבי המערכת בש"מ.

s8 - תיאר את המערכת מנקודת מבט מקרו-ממוצע במרחב ובזמן, בפרט, תיאר את מצב ש"מ כמצב בו הממוצע על פני הזמן של הריכוז המקומי הינו אחיד בכל המערכת.

בחרתי בתלמידים אילו בגלל שהם מדגישים נקודות מבט המשותפות הן למודלים הדינמיים והן למודל המכנו-סטטיסטי הנלמד בכיתה יא'. בפרט, תיאור ההסתברות לקבלת מצבי-המקרו השונים של המערכת יכולה להתקבל באמצעות המודל הדינמי בהסתמך על התנועה האקראית של החלקיקים ובאמצעות המודל המכנו-סטטיסטי באמצעות הנחת ההסתברות השווה, ותיאור ממוצע על פני הזמן של הריכוז המקומי יכול להתקבל במודל הדינמי ע"י מוניטורים הדוגמים את הריכוז המקומי כתלות בזמן ובמודל המכנו-סטטיסטי באמצעות החוק השני- מקסימיזציה של פונקציית האנטרופיה כתלות בריכוז החלקיקים הכולל או באמצעות התפלגות ההסתברות- ממוצע משוקלל של ערכי הריכוזים המקומים השונים.

לכן, מעניין לבחון האם תלמידים אילו, בפוסט הדחוי, מתארים נקודות מבט אילו באמצעות המודלים הדינמיים, המכנו-סטטיסטי או שילוב של מודלים אילו.

להלן, אסכם בקצרה את הממצאים ואדון בתפישות התלמידים לאור הספרות (סעיף 8.2.2.1) ואבחן במה המבנית מצליחה/נכשלת? וכיצד ניתן לשפר אותה? (ו 8.2.2.2)

8.2.2.1 סיכום קצר של הממצאים והשוואתם לספרות

<u>מקרה א'- תנועה אקראית וחיזוי הסתברותי בתופעת הדיפוזיה</u>

כפי שנאמר מעלה, s6 - הדגיש את נקודות המבט מיקרו+הסתברותית, בפרט, הדגיש את תנועתם האקראית של החלקיקים (מיקרו) וההסתברות לקבלת מצבי המערכת בש"מ.

s6 לא "החליף", בעקבות ההתערבות, את תפישתו ממודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי, אלא, קישר ושילב בין מודלים אילו לתיאור הסתברותי שלם ומעודן יותר. הקישור מתבטא בהגעה להנחת ההסתברות השווה על בסיס תנועתם האקראית של החלקיקים, כדלהלן:

"שני מצבי מיקרו... אז לשניהם יש אותה ההסתברות... בגלל שלכל חלקיק יש את אותה ההסתברות להגיע למקום מסוים... ואז אם אני מחבר את הכל זה יוצא אותו הדבר"

השילוב מתבטא בהגעה לחיזוי הסתברותי לגבי כיוון ההתפשטות של גז כנגד מחיצה, כדלהלן:

"...הסתברות גבוה שהם יגיעו לקצה בגלל שיש יותר אפשרויות לסידור ככה... אם הם יתחילו לזוז יש לכל חלקיק 25% שהוא יפגע במחיצה ויזיז אותה..."

העידון מתבטא בין השאר בהחלפת תפיסתו הנאיבית בשאלון הקדם על ההסתברות השווה לכל מצבי-המקרו:

"אחרי שהמערכת הגיעה לש"מ כל החלקיקים יכולים ל"שוטט" באקראיות אל החלק הימני של הקופסא... בש"מ המיקום של כל חלקיק הוא אקראי, באותה המידה יכולים להיות כל החלקיקים בצד אחד"

בתפישה נכונה מדעית על התלות של הסתברות זו במספר מצבי-מיקרו המתאימים:

אריאל- "למה? למה זה המצב המסתבר ביותר?..."

s6 – "... יש הכי הרבה אפשרויות של פיזור שהם מתפזרים על כל המערכת, על כל, הכי הרבה מצבי-מיקרו שהקאלי מפוזר על כל המערכת, שזה מצב-מקרו אחד. והרבה פחות מצבי-מיקרו למצב-מקרו שכל החלקיקים מרוכזים באפילו חצי המערכת"

בשפת הספרות על תופעות צומחות, ניתן לומר כי תלמיד בנה הבנה רב-פרספקטיבית המכונה "השלמה סוכן-קולקטיב" (*Wilensky & Stroup, 2014*). בפרט, אופן חשיבתו היא גם מבוססת-סוכן (תנועה אקראית), גם מבוססת-קולקטיב (הסתברות לפיזור אחיד) וגם מקשרת ביניהם.

נקודות המבט באמצעותן התלמיד מתאר את המערכת לא השתנו בפרט, גם בקדם וגם בפוסט הדחוי התלמיד מדגיש את נקודת המבט מיקרו- תנועתם האקראית של החלקיקים ואת נקודת המבט ההסתברותית- ההסתברות לקבלת מצבי-מקרו שונים. ייתכן והדבר נובע מכך שהתלמיד תופס את התיאור ההסתברותי כתיאור המתאר נכונה מערכות בהן החלקיקים נעים אקראית:

"בגלל שהתנועה האקראית, בגלל שאני לא יכול להחליט בדיוק איפה כל חלקיק יהיה, אני חייב לדבר על הסתברות, איפה הכי הגיוני שהוא יהיה? איפה הכי סביר שיהיה? וכאילו לנחש לאיזה מצב זה יגיע"

לכן גם ובקדם וגם בפוסט הדחוי הוא השתמש בתיאור זה, כאשר ההבדל בין הקדם לפוסט הדחוי הוא שבפוסט הדחוי היה באמתחתו גם את המודל המכנו-סטטיסטי, ולכן, התלמיד השתמש בו בהתאם לצורך.

לסיכום ניתן לומר כי התלמיד תופס את מודל RW הן כנקודת חיבור למודל המכנו-סטטיסטי והן כמוטיבציה לתיאור ההסתברותי.

<u>מקרה ב'- החוק השני של התרמודינמיקה (או מערכת מקרוסקופית, תיאור מקרוסקופי וחיזוי מקרוסקופי)</u>

כפי שנאמר מעלה, s8 תיאר בקדם את המערכת מנקודת מבט מקרו-ממוצע במרחב ובזמן, בפרט, במצב ש"מ הממוצע על פני הזמן של הריכוז המקומי הינו אחיד בכל המערכת. בפוסט הדחוי ניכר כי התלמיד "החליף", בעקבות ההתערבות, את תפישתו ממודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי. בפרט, התלמיד מתאר באמצעות החוק השני של התרמודינמיקה הן את מצב ש"מ והן את ההתפתחות בזמן לעבר מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה.

בשאלה הראשונה השואלת על מצב תמיסת הקאלי לאחר הרבה זמן (מצב ש"מ) התלמיד אומר:

"... יש נוסחה לאנטרופיה במרחב של פרמטר M, יש אותה כמות מולקולות, M גדל... M זה כמות המקומות... ה – M במקסימום שלו, האנטרופיה נמצאת במקסימום שלה, ה M לא נהיה יותר קטן הוא רק גדל עד שהוא נשאר קבוע ואז האנטרופיה הכי גדולה. וזה לפי החוק השני, זה חוק טבע"

ובשאלה השנייה השואלת על התפשטות גז עם ובלי מחיצה:

"...אתה צריך להסתכל על המערכת הזאת ועל המערכת הזאת בנפרד, בסה"כ לפי החוק השני האנטרופיה של, אם אני מסתכל מבחוץ האנטרופיה הכוללת צריכה לגדול..."

בנוסף, התלמיד מתאר את התפשטות גז כנגד מחיצה באמצעות החוק השני בלבד וללא אזכור של ההתנגשויות בין חלקיקי הגז והמחיצה. דבר זה, מעיד על תפישה חזקה מאוד של החוק השני כחוק טבע המסביר מגוון של תופעות. התלמיד בעצמו אומר זאת:

" ...אני יכול להשתמש בחוק השני ... חוק טבע שאני יכול להגיד שהוא חייב להתקיים"

גם תפישתו הנאיבית והפופולרית את החוק השני בשאלון הקדם:

"...לדיפוזיה יש נטייה להתפשט החוצה... In nature order is always replaced with disorder"

עודנה לעבר הגדרה נכונה מדעית הן של החוק השני והן של פונקציית האנטרופיה:

"...האנטרופיה היא עצמה האי-וודאות שלי. בעצם, ככל שיש לי יותר הסתברויות, אפשרויות, יותר כאילו אפשרויות במערכת- חלקיק אחד יכול להיות פה, יכול להיות פה, אני לא ודאי במערכת..."

בעוד הספרות מדווחת על שרידות מטפורת האנטרופיה כאי-סדר (*Loverude, 2015*) ועל מגון ההטיות שמטפורה זו גורמת (*Brosseau & Viard, 1992; Loverude, 2015; Geller et al., 2014*), ניכר שעבור תלמיד זה, התפישה הקודמת של אנטרופיה כאי-סדר הומרה בעקבות ההתערבות למדד לאי-ודאות.

צריך לציין שגם המודלים הדינמיים נגישים לתלמיד זה, אך, התלמיד "נאלץ" לשלוף אותם רק כאשר התבקש באופן מפורש מהמורה להסביר כמותית מדוע בש"מ יש ריכוז אחיד, וניכר שהם לא מרכזיים בתפישתו ושהוא לא בטוח לגבי נכונותם:

"...אני חושב סתם בראש, וככל שהם יותר יזוזו אין להם נטייה ללכת למקום אחד, אז בעצם בגלל שהם זזים בכל המערכת ויש להם הסתברות שווה להגיע למקום אחד ולמקום אחר, כלומר, הם זזים באופן אקראי, נראה לי שלמדנו זאת בכיתה י'... אם כל החלקיקים נעים בצורה אקראית אז שוב אני משער (א.ש.- התלמיד צוחק) יכול להיות שאני מדבר גיבריש אבל אני אנסה, אם הם זזים בצורה אקראית אז אין להם נטייה להגיע למקום מסוים במערכת..."

למרות השינוי במודל עליו התלמיד מבסס את תשובתו, נראה שנקודת המבט שבאמצעותה הוא מתאר את המערכת לא השתנתה. בפרט, גם בקדם וגם בפוסט הדחוי התלמיד מתאר את המערכת מנקודת מבט מקרו ממוצע במרחב ובזמן. בקדם:

"כאשר ריכוז המיכל נמצא עמיד (בעל ממוצע שווה) ברוב תחומיו..."

ובפוסט הדחוי:

"מצב של מערכת זה כמו שאני מסתכל עליה עכשיו, אני מסתכל על הגבולות שלה, מסתכל שוב על כמות החלקיקים N, M... זה הריכוז..."

העדפה זו של התלמיד לתיאור המערכת מנקודת המבט המקרו-ממוצע בזמן ובמרחב מצוינת במפורש ביתרונות שהתלמיד נותן לשימוש במודל המכנו-סטטיסטי:

"אם אני מסתכל על הקאלי במים, אני יכול להשתמש בתרמו-סטטיסטי כדי לדעת מה יקרה... להסתכל בצורה מקרוסקופית, בצורה כאילו רחבה יותר: מה המרחב שלה? כמה חלקיקים יש? לאן יכול להתרחב? כל מני דברים כאלו"

לכן גם בקדם וגם בפוסט הדחוי הוא השתמש בתיאור זה, כאשר ההבדל בין הקדם לפוסט הדחוי הוא שבפוסט הדחוי היה באמתחתו את המודל המכנו-סטטיסטי, בפרט, את החוק השני של התרמודינמיקה המאפשר ביתר קלות לתאר את המערכת מנקודת מבט זו:

"תרמו-סטטיסטי אני יכול להסתכל על זה בצורה יותר מקרוסקופית, אני יכול להסתכל על מערכות יותר גדולות... אם אני רוצה להסתכל בצורה יותר תיאורתית, מה יקרה למערכת כולה? בעצם אני אשתמש בתרמו-סטטיסטי שאומרת לי מה יקרה למערכת כולה ויהיה לי הרבה יותר קל להשתמש בזה..."

ניתן לומר כי המעבר בגישת תלמיד זה, ממודל דינמי למודל מכנו-סטטיסטי, ובפרט- שימוש בחוק השני של התרמודינמיקה, כנראה נובע מכך שתלמיד זה מבין שמערכות מקרוסקופיות מתוארות היטב באופן מקרוסקופי, והשימוש בחוק השני מאפשר תיאור זה ביתר קלות.

לסיכום, כל אחד מתלמידים אילו בא לכיתה יא' עם נקודת מבט אותה הוא תופש כמרכזית בתופעת הדיפוזיה: s6- אקראיות והסתברות, s8- מערכת מקרוסקופית ותיאור מקרו, נקודת מבט זו אינה משתנה במהלך כיתה יא', מה שמשתנה זה המודל בו התלמידים משתמשים לתאר נקודת מבט זו. בפרט, בתחילת השנה, לפני הוראת המודל המכנו-סטטיסטי, התלמידים מתארים את המערכת באמצעות נקודת המבט אותה הם תופסים כמרכזית באמצעות המודל הדינמי, ובסוף השנה הם מתארים את המערכת באמצעות אותה נקודת מבט, אך, רק באמצעות המודל המכנו-סטטיסטי (s8), או גם באמצעות מודל דינמי וגם באמצעות מכנו-סטטיסטי (s6). כלומר, ההיבט המרכזי נשאר ומה שמשתנה זה המודל באמצעותו מסבירים היבט זה.

8.2.2.2 במה המבנית מצליחה? במה המבנית אינה מצליחה? ומה, אם בכלל, ניתן לעשות?

ממצאי הריאיון עם s6 מראים במקרה זה שהתכנית (כיתה י׳ ומבנית ראשונה של כיתה יא׳) הצליחה להביא התלמיד לתאר באופן סטטיסטי את תופעת הדיפוזיה ובאופן המסתמך על ומשלב את המודל הדינמי RW. מאידך, בעקבות המבנית ניתן היה לצפות שהתלמיד ישתמש בחוק השני של התרמודינמיקה בבואו להסביר את התפתחות המערכת לעבר שיווי משקל, ולא כך היה.

ממצאי הפוסט דחוי עם s8 מראים שהמבנית סייעה לו לעבור מתיאור דינמי לתיאור מכנו-סטטיסטי, ובפרט- לתאר את תופעת הדיפוזיה באמצעות פונקציית האנטרופיה כמדד לאי-וודאות והחוק השני של התרמודינמיקה. הדבר ניכר ביתר שאת בתשובתו לבעיית ההתפשטות כנגד המחיצה בה התלמיד מסביר בפירוט כיצד הדבר תואם את החוק השני ואינו מזכיר כלל את התנגשויות החלקיקים עם המחיצה!

מאידך, תלמיד זה המתאר באמצעות החוק השני, בביטחון רב ובקלות, כי החלקיקים תופסים נפח הולך וגדל עד הגעה למצב ש״מ בו החלקיקים תופסים את נפח כל הכלי, אינו משתמש בחוק השני בכדי להסביר את הריכוז האחיד!

הסבר אפשרי להימנעות משימוש בחוק ה 2 אצל תלמיד s6, שנקודת המוצא שלו מדגישה מאוד את נקודת המבט ההסתברותית, הינה שהקישור במבנית בין התיאור ההסתברותי לתיאור המבוסס על החוק שני לא היה מספיק ברור עבורו. במבנית התיאור ההסתברותי קושר לפונקציית האנטרופיה. בפרט, פונקציית האנטרופיה הוגדרה להיות פונקציית אי-הוודאות- $S=k_B \ln\Omega$, כאשר, Ω הינם מספר מצבי-המיקרו הכולל האפשרי עבור מצב-מקרו נתון, וכאשר Ω גדל כך גם גדלה אי-הוודאות לגבי מצב-המיקרו המסוים בו נמצאת המערכת ברגע נתון. אך, הקשר בין ביטוי זה להתפלגות הסתברויות בש״מ לקבלת מצבי-המקרו- ממוצע במרחב (ערכי המשתנה המקרי) השונים אותן התלמידים למדו לפני כן, לא טופל במפורש. ביטוי המאפשר קשר ברור יותר בין החוק השני לבין התפלגות ההסתברות הינו פונקציית אי-הוודאות הכללית יותר (שאינה נכונה אך ורק למצב של הסתברות שווה לכל מצבי-המיקרו)[73] : $S = -\sum_i P_i ln P_i$, כאשר P_i הינו ההסתברות לקבלת מצב-המיקרו i (Gould & Tobochnik, 2010). ביטוי זה גם מתאים יותר להמשך התכנית המתרכזת במערכות בעלות אינטראקציה בין החלקיקים בהן ההסתברות לכל מצבי-המיקרו אינה שווה. אך, גזירת ביטוי זה מחייבת פיתוח מסובך ולכן נעשית רק בסוף כיתה יא׳ ובאופן חלקי[74].

הסבר אפשרי להימנעות של s8 מהסבר הפילוג האחיד באמצעות החוק השני הינו שהדבר משקף היטב את מהלך ההוראה: המבנית הסבירה את הריכוז האחיד המתקבל במצב ש״מ באמצעות התפלגות ההסתברות, בעוד החוק השני שימש להסביר את הנפח ההולך וגדל אותו החלקיקים תופסים עד הגעה למצב ש״מ בו החלקיקים תופסים את הנפח המקסימלי תחת אילוצי המערכת. ניתן היה להקדיש בעתיד פרק להסבר באמצעות החוק השני של הריכוז האחיד. בפרט, ע״י חלוקת המערכת ל 2 חצאים וחישוב אנטרופיית הערבוב של מערכת בינארית. כדאי בעתיד להדגיש היבט זה, בייחוד שאנטרופיית הערבוב הינה שימושית בהמשך הקורס.

---

[73] אם כל ההסתברויות שוות, אז $P_i = \frac{1}{\Omega}$ (עבור כל מצבי-המיקרו i) ובמקרה זה $S = -\sum_i \frac{1}{\Omega} ln \frac{1}{\Omega} = \Omega \frac{1}{\Omega} ln\Omega$ $ln\Omega$, בגלל שישנם Ω רכיבים שווים בסכום. כך שהביטוי הכללי יותר מצטמצם להיות הביטוי להסתברות השווה.

[74] באופן המתאים רק לשני סוגי חלקיקים A ו B : $S/N = -c \log c + (1-c) \log (1-c)$, כאשר c הינו ריכוז A ולכן גם ההסבתרות למצוא חלקיק A בתא מסויים במערכת, ו (1-c) הינו ריכוז חלקיק B ולכן גם ההסתברות למצוא חלקיק B בתא מסויים במערכת.

8.3 כיצד ממצאי המחקר האמפירי משפיעים על מבנה הדעת ועיצוב סביבת ההוראה?

הממצא המרכזי הוא שתלמידי י״א השיגו הבנה מושגית סבירה של מושגים מופשטים שבבסיס המודל המכנו –סטטיסטי, הישג משמעותי בהנתן התיעוד של הקשיים הרבים שיש לתלמידים בקורסים אוניברסיטאיים, בסטטיסטיקה או בפיזיקה תרמית, עם מושגים אלו, לדוגמא: התפלגות ההסתברות, ממוצע בזמן ובמרחב כמצב מקרו, וסטיית התקן היחסית כאומדן לטיב התיאור המקרוסקופי (*Konold, 1991; Konold, 1989; Pollatsek, Lima, & Well, 1981; Mathews & Clark, 2003*). ניתן להסביר ממצאים אלו בעקרונות העיצוב שבבסיס ההוראה (ראו סעיף 4.2):

א. ייצוג מושגים מופשטים בהקשר מציאותי ובכלים ויזואליים – מושגים מכנו סטטיסטיים בהקשר של פיזור חלקיקים (סעיף 4.2.1);

ב. הבנייה ואתגור – אתגור בוצע באמצעות כמה כלים, לדוגמא, למידת מושג ההסתברות במשימות ״נבא והסבר predict observe explain – POE״. הבנייה נעשתה בתהליך חקירת ההסטוגרמות המתקבלות באמצעות ההדמיה במטרה לקבל את תלות סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים $\frac{\sigma_N}{\langle N\rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ ומשמעותה לתיאור הסטטיסטי (סעיף 4.2.2). שילוב עקרונות אילו אפשרו לתלמידים מחד להחצין את הבנתם ומאידך להשוותה כנגד הקשר מציאותי וויזואלי.

השלכות ממצאים אלו על מבנה הדעת ועל עיצוב סביבת ההוראה הן כדלהלן:

א. מבנה הדעת - ממד I ב MER: ניכר כי סדר הוראת מרכיבי מבנה הדעת ב ״תרמודינמיקה סטטיסטית״, בפרט – הקדמת הוראת מערכות ללא אינטראקציה למערכות עם אינטראקציה, המאפשר להתבסס על מודל מהלך אקראי בהמחשת המושגים הסטטיסטיים, עזר לתלמידים להבין מושגים אילו ולכן מוצע להשאירו.

ב. עיצוב סביבת ההוראה - ממד II ב MER: מוצע להרחיב את השימוש בהמחשת המושגים הסטטיסטיים המופשטים באמצעות הדמיות של חלקיקים נעים וחישוב ערכי מקרו בזמן ובמרחב, בפרט בפעילויות אתגור (כגון POE) המאפשרות לתלמידים להחצין את חשיבתם ולהשוותה כנגד ההדמייה. וכן להרחיב את השימוש בפעילויות הבנייה המשלבות היסטוגרמות המתקבלות באמצעות הדמיה. בתשע״ז נעשה שימוש בפעילויות אילו רק להוראת המושגים הסתברות וסטיית התקן היחסית וכדאי להרחיבו גם למושגים – ממוצע, סטיית תקן והחוק השני.

ממצא נוסף מראה כי תלמיד אשר מגיע למבנית עם תפיסה חזקה של מודל RW , בסוף המבנית משלב בין מודל זה לתיאור ההסתברותי אך אינו משתמש בחוק השני. הסבר אפשרי להימנעות התלמיד משימוש בחוק השני הוא שתלמיד זה אינו תופס את החוק השני כחוק טבע אלא תופס חוק זה כנגזר משיקוליים הסתברותיים, ולכן הוא מבכר להצמד לשיקולים אילו. ייתכן והדבר נובע מהבחירה שלנו להרחיב על תיאור מצב ש״מ באמצעות התפלגות ההסתברות לפני הוראת החוק השני (הרחבה על השיקולים בבחירה זו בסעיף 3.2).

מכיוון ובסדר הוראה זה, מתבצע הן חידוד של משמעות האנטרופיה כמתכונתית למספר מצבי המיקרו האפשריים (Moore and Schroeder, 1997) והן הקניית משמעות מוחשית לחוק השני במונחי ההסתברות (Leff, 2012), מוצע להשאירו. אך, במקביל, מוצע לתת דגש על החוק השני כחוק טבע שאינו נגזר משיקוליים הסתברותיים. לדוגמא, ניתן לתת סקירה הסטורית על האופן שבו מדענים מהמאה ה 18-19 , כגון – קלאוזיוס, קלווין, קרנו ואחרים, ניסוח את החוק השני מתוך

תצפיות מקרוסקופיות על חוסר היעילות בהמרת אנרגיה אצורה לביצוע עבודה מקרוסקופית (Gould & Tobochnik, 2010).

חוסר היעילות בהמרת אנרגיה אצורה לעבודה מסוכמים במגוון ההצהרות של החוק השני של התרמודינמיקה:

בניסוחו של הלורד קלווין לחוק השני- "אין תהליך שהתוצר היחיד שלו הוא הפיכת חום לעבודה"

בניסוחו של קלאוזיוס לחוק השני - "זרימה ספונטנית של חום תמיד תתרחש מגוף חם יותר לגוף קר יותר, ולעולם לא להפך".

לבסוף, תלמיד אשר מגיע למבנית עם תפיסה מקרוסקופית חזקה – תיאור מצב המערכת באמצעות גדלים ממוצעים במרחב ובזמן, בסוף המבנית מאמץ את החוק השני של התרמודינמיקה בכדי להסביר את התפשטות החלקיקים בכל נפח המערכת (ללא כל איזכור של דינמיקת החלקיקים), אך, נמנע מלהשתמש בחוק זה בכדי להסביר את הפיזור האחיד בכל נפח המערכת (כלומר, בש"מ הריכוזים המקומיים באזורים שונים במערכת שווים). הסבר אפשרי להימנעות התלמיד מהסבר הפיזור האחיד באמצעות החוק השני הינו שהדבר משקף היטב את מהלך ההוראה: המבנית הסבירה את הריכוז האחיד המתקבל במצב ש"מ באמצעות התפלגות ההסתברות, בעוד החוק השני שימש להסביר את הנפח ההולך וגדל אותו החלקיקים תופסים עד הגעה למצב ש"מ בו החלקיקים תופסים את הנפח המקסימלי תחת אילוצי המערכת. מוצע להבא להדגיש כי החוק השני מסביר גם את הריכוז האחיד. בפרט, ע"י חלוקת המערכת ל 2 חצאים וחישוב אנטרופיית הערבוב של מערכת בינארית. כדאי בעתיד להדגיש היבט זה, בייחוד שאנטרופיית הערבוב הינה שימושית בהמשך הקורס.

8.4 מהם מגבלות המחקר? איזה מחקר המשכי מוצע ?

להלן אציג מספר מגבלות של המחקר והצעה למחקרי המשך היכולים לענות על מגבלות אלו:

א. המחקר מתרכז בתוצרי הלמידה אך אינו מראה את תהליך הלמידה. בפרט המחקר אינו מראה את התהליך בו התלמידים עוברים מחשיבה דינמית לחשיבה סטטיסטית. מחקר המשך יכול להתרכז בתהליך הלמידה בתחילת השנה בה התלמידים עוברים מהמודל הדינמי למודל המכנו-סטטיסטי וכן בתהליך הקניית המושגים ההסתברותיים ע"י המחשה באמצעות מודלים דינמיים (ראו דוגמא טבלה 4.2 סעיף 4.2.3.2).

ב. המחקר מציג מה הוראה שבה תלמידים לומדים גם מודלים דינמיים וגם מודלים סטטיסטיים יכולה להשיג. בפרט, האם וכיצד הם מגשרים בין שני ההסברים. אך, המחקר מאפיין את צורת החשיבה של שני תלמידים בלבד. ולכן, אם ברצוננו לאושש הממצאים ולבחון היתכנות אופני חשיבה נוספים, עלינו לנתח את ראיונות עם תלמידים נוספים.

ג. המחקר מתרכז בהבנת התלמידים את המודל מכנו סטטיסטי של מערכות ללא אינטראקציה בין החלקיקים בהקשר אחד בלבד– פיזור מרחבי. מחקר נוסף שמבצע מר אברשקין עוסק בהבנת התלמידים את המודל המכנו-סטטיסטי במערכות בהן אין אינטראקציה בין החלקיקים, בהקשר של תופעת פיזור האנרגיה (מגע תרמי), שהינה אנלוגית לתופעת הפיזור המרחבי. מחקר המשך יכול לבצע אינטגרציה והשוואה בין תוצאות המחקר של אברשקין למחקר זה במטרה לגבש תמונה מעמיקה יותר על הבנת התלמידים.

מקורות

AAMC-HHMI., 2009. *Scientific Foundations for Future Physicians*.

Amin, T. G., Jeppsson, F., Haglund, J. & Strömdahl, H., 2012. *Arrow of time: Metaphorical construals of entropy and the second law of thermodynamics*, Sci. Educ. 96, 818.

Atkins, P. W., & Julio De Paula., 2006. *Atkins' Physical Chemistry*. Oxford: Oxford University Press.

Bakker, A., & Gravemeijer, K.P.E., 2004. *Learning to reason about distributions*. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 147-168). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Bakker, A., 2004. *Reasoning about shape as a pattern in variability*. Statistics Education Research Journal, *3*(2), 64-83. Retrieved July 15, 2007, from http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)_Bakker.pdf

Ben-Zvi, R., Eylon, B. & Silberstein., J., 1988. *Theories, principles and laws*. Volume 25.3, pp. 89-92.

Ben-zvi, R., Silberstein, J. & Mamlok, R., 1993. A Model of Thermal Equilibrium: A Tool for the Introduction of Thermodynamics. Journal of chemical education

BIO 2010, 2003.
TRANSFORMING UNDERGRADUATE EDUCATION FOR FUTURE RESEARCH BIOLOGISTS. THE NATIONAL ACADEMIES PRESS,Washington, D.C.

Brosseau, C., & Viard, J., 1992. Quelques réflexions sur le concept d'entropie issues d'un enseignement de thermodynamique [Some reflections on the entropy concept from thermodynamics education]. Enseñanza de las Ciencias, 10(1), 13–16.

Carson, E.M. & Watson, J.R., 2002. *Undergraduate students' understandings of entropy and Gibbs free energy*. University Chemical Education, 6, 4–12.

Chabay, R. W. & Sherwood, B. A., 2002. *Vol I: Matter and interactions: Modern mechanics.* New York: John Wiley & Sons, Inc.

Chabay, R .W. & .Sherwood, B .A. 2015. *Matter and Interactions, 4th Edition.* Wiley.

Chance, B.L., delMas, R., & Garfield, J., 2004. *Reasoning about sampling distributions*. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 295-323). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Chi, M. T. H., 1997. *Quantifying qualitative analyses of verbal data: A practical guide*. Journal of the Learning sciences, 6(3), 271-315.

Chi, M. T., 2005. *Commonsense conceptions of emergent processes: Why some misconceptions are robust*. The journal of the learning sciences, Issue 14.2, pp. 161-199.

Christensen, W. M., Meltzer, D. E. & Ogilvie, C. A., 209. *Student ideas regarding entropy and the second law of thermodynamics in an introductory physics course*, Am. J. Phys. 77, 907.

Clark, J., Karuat, G., Mathews, D., & Wimbish, J., 2003. *The fundamental theorem of statistics: Classifying Student understanding of basic statistical concepts*. Unpublished paper. Retrieved October 21, 2007, from http://www1.hollins.edu/faculty/clarkjm/stat2c.pdf

Collins, A., Brown, J. S., & Holum, A., 1991. *Cognitive apprenticeship: Making thinking visible*. American Educator: The Professional Journal of the American Federation of Teachers, 15(3), 6-11, 38-46.

delMas, R.C., Garfield, J., & Chance, B., 2004. *Using assessment to study the development of students' reasoning about sampling distributions*. Paper presented at the Annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego.

diSessa, A.A., 1993. *Towards an epistemology of physics*. Cognition and Instruction. 10 (2–3): 105–225.

Duit, R., Komorek, M., & Wilbers, J., 1997. *Studies on Educational Reconstruction of Chaos Theory*. Research in Science Education, 27(3), 339-357.

Duit, R., 2007. *Science Education Research Internationally: Conceptions, Research Methods, Domains of Research*. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 3(1), 3-15.

Feynman, R. P., 1994. *Six easy pieces.* Reading, MA: Helix Books.

Garfield, J., & Ben-Zvi, D., 2005. *A framework for teaching and assessing reasoning about variability*. Statistics Education Research Journal, 4(1), 92-99. Retrieved December 26, 2006, from http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ4(1)_Garfield_BenZvi.pdf

Garfield, J. & Ben-Zvi, D., 2008. *Developing Students' Statistical Reasoning: Connecting Research and Teaching Practice*. Berlin: Springer

Geller, B. D., Dreyfus, B.W., Gouvea, J., Sawtelle, V., Turpen, C. & Redish, E. F., 2014. *Entropy and spontaneity in an introductory physics course for life science students*, Am. J. Phys. 82, 394.

Gigerenzer, G., 1996. *On narrow norms and vague heuristics: a reply to Kahneman and Tversky*. Psychological Review, 103(3), 592-596.

Gould, R., 2004. *Variability: One statistician's view*. Statistical Education Research Journal, 3(2), 7-16. Retrieved November 14, 2006, from http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ3(2)_Gould.pdf

Gould, H. and Tobochnik, J. 'Chapter 3: Thermodynamic Concepts and Processes,' *Statistical and Thermal Physics: With Computer Applications*, Princeton University Press, p. 55 (2010)

Griffiths, A.K., &. Preston, K.R., 1992. *Grade 12 students' misconceptions relating to fundamental characteristics of atoms and molecules*. Journal of Research in Science Teaching, 29,611-628

Hancock, C., Kaput, J.J., & Goldsmith, L.T., 1992. *Authentic inquiry with data: Critical barriers to classroom implementation*. Educational Psychologist, 27(3), 337–364.

Harrison, A.G., 2001. *Textbooks for outcomes science: A review*. The Queensland Science Teacher, 27 (6)20-22.

Harrison, A. G. & Treagust, D. F., 2003. *The particulate nature of matter: Challenges in understanding the submicroscopic world.* Chemical education: Towards research-based practice. s.l.: Springer Netherlands.

Hirsch, L.S., & O'Donnell, A.M., 2001. *Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions*. Journal of Statistics Education, 9(2). Retrieved July 15, 2007, from http://www.amstat.org/publications/jse/v9n2/hirsch.html

Hmelo-Silver, C. E. & Pfeffer, M. G., 2004. *Comparing expert and novice understanding of a complex system from the perspective of structures, behaviors, and functions*. Cognitive Science, Issue 28.1, pp. 127-138.

Jacobson, M. J., 2001. *Problem solving, cognition, and complex systems: Differences between experts and novices*. Complexity, Issue 6.3, pp. 41-49.

Johnson, P., 1998. *Progression in children's understanding of a basic particle theory: A longitudinal study*. International Journal of Science Education, 20(4), 393-412.

Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (Eds.), 1982. *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases.* New York: Cambridge University Press

Kahneman, D., & Tversky, A., 1972. *Subjective probability: A judgment of representativeness*. Cognitive Psychology, 3, 430-454. http://dx.doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3V

Kautz, C.H. Heron, P.R.L. Shaffer, P.S. and McDermott, L.C., 2005. *Student understanding of the ideal gas law, Part II: A microscopic perspective*. Am. J. Phys. 73, 1064–1071.

Kesidou, S. & Duit, R., 1988. *Students' conceptions of the second law of thermodynamics—an interpretive study*, J. Res. Sci. Teach. 30, 85.

Klymkowsky, MW. & Garvin-Doxas, K. 2008. *Recognizing Student Misconceptions through Ed's Tools and the Biology Concept Inventory*. *PLoS Biol* 6(1): e3.

Konold, C., 1989. *Informal Conceptions of Probability*, Cognition and Instruction, 6, 59-98.

Konold, C., 1991. *Understanding Students' Beliefs About Probability*, in Radical Constructivism in Mathematics Education, ed. E. v. Glasersfeld, Amsterdam: Kluwer, pp. 139-156.

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A.D., Lohmeier, J., and Lipson, A., 1993. *Inconsistencies in Students' Reasoning about Probability*, Journal for Research in Mathematics Education, 24, 392-414.

Konold, C., 1995. *Issues in Assessing Conceptual Understanding in Probability and Statistics*, Journal of Statistics Education, 3:1, DOI: 10.1080/10691898.1995.11910479.

Konold, C., Pollatsek, A., Well, A., & Gagnon, A., 1997. Students analyzing data: research of critical barriers. In J. Garfield & G. Burrill (Eds.), *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (pp. 151-168). Voorburg, the Netherlands: International Statistical Institute.

Konold, C., & Higgins, T., 2002. *Highlights of related research*. In S.J. Russell, D. Schifter & V. Bastable (Eds.), *Developing mathematical ideas: Working with data* (pp. 165–201). Parsippany, NJ: Seymour. (Staff-development materials for elementary teachers.). Available from: http://www.umass.edu/srri/serg/papers/KonoldHiggins.pdf

Konold, C., & Pollatsek, A., 2002. *Data analysis as the search for signals in noisy processes*. Journal for Research in Mathematics Education, 33(4), 259-289.

Konold, C., Higgins, T., Russell, S.J., & Khalil, K., 2003. *Data seen through different lenses*. Unpublished Manuscript, Amherst, MA.

Lane-Getaz, S.J., 2006. *What is statistical thinking, and how is it developed?* In G.F. Burrill (Ed.), *Thinking and reasoning about data and chance: Sixty-eighth NCTM Yearbook* (pp 273-289). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lambert, F. L., 2002. *Disorder – A Cracked Crutch for Supporting Entropy Discussions*, J. Chem. Educ. 79, 187.

Langbeheim, E., Safran, S. A., Livne, S. & Yerushalmi, E., 2013. *Evolution in students' understanding of thermal physics with increasing complexity*, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 9, 020117.

Lecoutre, M. P., Rovira, K., Lecoutre, B. & Poitevineau, J. 2006. *PEOPLE'S INTUITIONS ABOUT RANDOMNESS AND PROBABILITY: AN EMPIRICAL STUDY*. Statistics Education Research Journal, 5(1), 20-35.

Lee, O., Eichinger, D.C., Anderson, C.W., Berkheimer, G.D., & Blakeslee, T.D., 1993. *Changing middle school students' conceptions of matter and molecules*. Journal of Research in Science Teaching, 30, 249-270.

Leff, H. S., 2012. *Removing the mystery of entropy and thermodynamics. Part I*, Phys. Teach. 50, 28; *Removing the mystery of entropy and thermodynamics. Part II*, Phys. Teach. 50, 87; *Removing the mystery of entropy and thermodynamics. Part III*, Phys. Teach. 50, 170; *Removing the mystery of entropy and thermodynamics. Part IV*, Phys. Teach. 50, 215; *Removing the mystery of entropy and thermodynamics. Part V*, Phys. Teach. 50, 274.

Leinonen, R., Räsänen, E., Asikainen, M. & Hirvonen, P. E., 2009. *Students' pre-knowledge as a guideline in the teaching of introductory thermal physics at university*. 30(3) (593).

Levy, S. T. & Wilensky, U., 2008. *Inventing a "mid-level" to make ends meet: Reasoning between the levels of complexity*. Cognition and Instruction, Volume 26.1, pp. 1-47.

Lichtenstein, S., Fischhoff, B., and Phillips, L.D., 1981. *Calibration of Probabilities: The State of the Art to 1980, in Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*, eds. D. Kahneman, P. Slovic, and A. Tversky, New York: Cambridge University Press, pp. 306-334.

Loverude, M. E. Kautz, C. H. and Heron, P. R. L., 2002. *Student understanding of the first law of thermodynamics: Relating work to the adiabatic compression of an ideal gas*. Am. J. Phys. 70(2), 137–148.

Loverude, M. E., 2009. *Student Understanding of Basic Probability Concepts in an Upper-Division Thermal Physics Course*. AIP Conference Proceedings 1179, 189.

Loverude, M.E., 2010. *Investigating student understanding for a statistical analysis of two thermally interacting solids*. AIP Conf. Proc. **1289**, 213–216.

Loverude, M., 2015. *Identifying student resources in reasoning about entropy and the approach to thermal equilibrium*, Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res. 11, 020118.

MAREK, E. A., COWAN, C. C. & CAVALLO, A. M. L. 1994. *Students' misconceptions about diffusion: How can they be eliminated?* The American Biology Teacher, 56: 74–77.

Margel, H., Eylon, B. & Scherz, Z., 2008. *A Longitudinal Study of Junior High School Students' Conceptions of the Structure of Materials*. JOURNAL OF RESEARCH IN SCIENCE TEACHING, VOL. 45, NO. 1, PP. 132–152.

Mathews, D. & Clark, J., 2003. *Successful students' conceptions of mean, standard deviation and the Central Limit Theorem*. Unpublished paper. Retrieved October 20, 2007, from http://www1.hollins.edu/faculty/clarkjm/stats1.pdf

McDermott, L. C. & Schaffer, P. S., 2002. *Tutorials in Introductory Physics*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.

Mills, J.D., 2002. *Using computer simulation methods to teach statistics: A review of the literature*. Journal of Statistics Education, 10(1). Retrieved December 28, 2006, from http://www.amstat.org/publications/jse/v10n1/mills.html

Mokros, J., & Russell, S.J., 1995. *Children's concepts of average and representativeness*. Journal for Research in Mathematics Education, 26(1), 20-39.

Monteyne, K., Gonzalez, B. L. & Loverude., M. E., 2008. *An Interdisciplinary Study of Student Ability to Connect Particulate and Macroscopic Representations of a Gas*. Physics Education Research Conference, 1064 (No. 1.).

Moore, T. A., 2003. *Six Ideas That Shaped Physics* (McGraw- Hill, New York).

Moore, T. A. & Schroeder, D. V. 1997. *A different approach to introducing statistical mechanics*. *Am. J. Phys. 65 (1), 26-36.*

Mountcastle, D.B., Bucy, B. & Thompson, J.R., 2007. *Student estimates of probability and uncertainty in advanced laboratory and statistical physics courses*. AIP Conf. Proc. **951**, 152–155.

NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. "1.3.6.4. Location and Scale Parameters". www.itl.nist.gov. U.S. Department of Commerce.

Novick, S. & Nussbaum, J., 1981. *Pupils' understanding of the particulate nature of matter: A cross-age study*. Science education, Issue 65.2, pp. 187-196.

Nuffield Advanced Physics team., 1972. *Change and chance.* Nuffield advanced science · Physics, Ed.: Jon Ogborn. Contributors: P. J. Black, Penguin Books Ltd, Harmondsworth, Middlesex, England.

ODOM, A. L. & BARROW, L. H. 1995. *The development and application of a two-tiered diagnostic test measuring college biology students' understanding of diffusion and osmosis following a course of instruction*. *Journal of Research in Science Teaching*, 32: 45–61.

Piaget, J., & Inhelder, B., 1975. *The origin of the idea of chance in children* (L. Leake, Jr., P. Burrel, & H. D. Fishbein, Trans.). New York: Norton. (Original work published 1951).

Pollatsek, A., Lima, S., & Well, A.D., 1981. *Concept or computation: students' misconceptions of the mean*. Educational Studies in Mathematics, 12, 191-204.

Reading, C., 2004. *Student description of variation while working with weather data*. Statistics Education Research Journal, 3(2), 84-105. [Online: www.stat.auckland.ac.nz/serj]

Reif, F., 1999. *Thermal physics in the introductory physics course: Why and how to teach it from a unified atomic perspective*. 67, 1051. American Journal of Physics, 67, p. 1051.

Reif, F., 2010. *Introductory Course in Thermal Physics*. Unpublished manuscript, Pennsylvania, USA.

Reiser, B. J., 2004. *Scaffolding Complex Learning: The Mechanisms of Structuring and Problematizing Student Work. THE JOURNAL OF THE LEARNING SCIENCES, 13(3),* 273–304.

Resnick, M. & Wilensky, U., 1993. *Beyond the deterministic, centralized mindsets: New thinking for new sciences.* Atlanta, GA, s.n.

Schroeder, D. V., 2000. *An Introduction to Thermal Physics* (Addison-Wesley, San Francisco).

Sedlmeier, P., & Gigerenzer, G., 1997. *Intuitions about sample size: The empirical law of large numbers*. Journal of Behavioral Decision Making, 10, 33-51.

Sedlmeier, P., 1999. *Improving statistical reasoning: Theoretical models and practical implications.* Hillsdale, NJ: Erlbaum

Selley, N., 2000. *Students spontaneous use of a particulate model for dissolution*. Research in Science Education, 30, 389-402.

Stroup, W. M., & Wilensky, U., 2014. *On the embedded complementarity of agent-based and aggregate reasoning in students' developing understanding of dynamic systems*. Technology, Knowledge and Learning, *19*(1-2), 19-52.

Styer, D., 2000. *Insight into entropy*, Am. J. Phys. 68, 1090.

Thomas, P. L., 1997. *Student conceptions of equilibrium and fundamental thermodynamic concepts in college physical chemistry*. PhD Dissertation, University of Northern Colorado. UMI # 9729078 (Ann Arbor, MI: UMI).

Treagust, D. F. et al., 2010. *Evaluating students' understanding of kinetic particle theory concepts relating to the states pf matter, changes of of states and diffusion: a cross national study*. s.l.: International Journal of Science and Mathematics Education.

Tversky, A., & Kahneman, D., 1971. *Belief in the law of small numbers*. Psychological Bulletin, 76, 105-110. (Reprinted in D. Kahneman, P. Slovic & A. Tversky, 1982. *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge University Press.)

Well, A.D., Pollatsek, A., & Boyce, S.J., 1990. *Understanding the effects of sample size on the variability of the mean*. Journal of Organizational Behavior and Human Decision Processes, 47, 289-312.

Westbrook, S. L. E. A. M. 1991. *A cross-age study of student understanding of the concept of diffusion*. Journal of Research in Science Teaching, 28.8, pp. 649-660.

Wild, C.J., & Pfannkuch, M., 1999. *Statistical thinking in empirical enquiry*. International Statistical Review, 67(3), 223–265.

Wilensky, U. a. M. R., 1999. *Thinking in levels: A dynamic systems approach to making sense of the world*. Journal of Science Education and technology, Issue 8.1, pp. 3-19.

Wilensky, U. a. K. R., 2006. *Thinking like a wolf, a sheep, or a firefly: Learning biology through constructing and testing computational theories—an embodied modeling approach*. Cognition and instruction, Issue 24.2, pp. 171-209.

Yeend, R., Loverude, M. E. & Gonzales, B., 2001. *Student understanding of density: A cross-age investigation*. s.l., s.n.

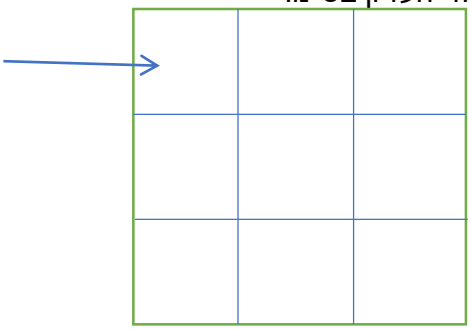
Zawojewski, J.S., & Shaughnessy, J.M., 2000. *Mean and median: Are they really so easy?* Mathematics Teaching in the Middle School, 5(7), 436–440

ב. אלון, ז. שרץ, מ. כרמלי (2007), "מקדמי מצוינות בחינוך - פיתוח ומחקר של מודל להכשרה ולהפעלה", דו"ח מוזמן על ידי היזמה למחקר יישומי בחינוך.http://education.academy.ac.i

נספחים

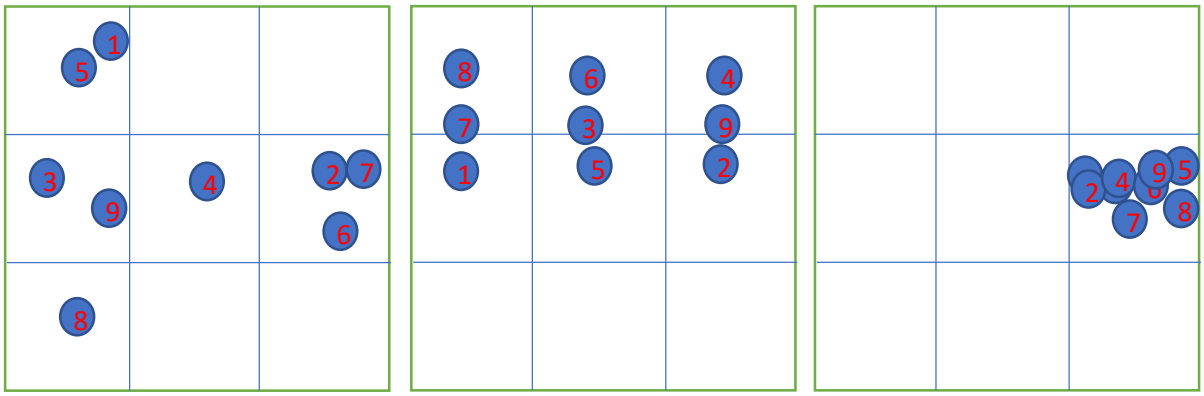
נספח א' - Lesson5 ws2 -פעילות: תיאור סטטיסטי של מערכת המורכבת מהרבה קולואידים

בדף עבודה זה נעסוק במערכת של M קולואידים בש"מ הנמצאים בקופסא המחולקת באופן שווה ל 9 תאים. כל תא הרבה יותר גדול מגודל הקולואיד ויכול להכיל מספר גדול של קולואידים. אנו רוצים למדל את צפיפות הקולואידים הממוצעת בתא השמאלי העליון בש"מ.



נרצה לבנות מודל עבור המערכת, במקום לבנות מודל שבו החלקיקים נעים במהלך אקראי ובו עוקבים אחר מיקום כל אחד מהקולואידים, נצלם את המערכת N פעמים במצבי-מיקרו שונים. בכל פעם שאנו מצלמים, הקולואידים יכולים להימצא בהסתברות שווה בכל אחד ממצבי-המיקרו האפשריים (כל מצב-מיקרו מתואר ע"י מיקום כל אחד מהקולואידים בקופסא). אין מגבלה על מספר הקולואידים היכולים להימצא בכל תא.

- מהי ההנחה שמצדיקה סוג כזה של מידול
- האם N=3 הצילומים העוקבים הבאים אפשריים, עבור מערכת של M=9 קולואידים. הסבירו.



N=1 N=2 N=3

- במה שונה מידול זה, ממודל מהלך אקראי שבצעתם שנה שעברה עם חיים?

<u>שלבי הפעילות:</u>

1. קבלת התפלגות ההסתברות של מצבי- המקרו "צפיפות הקולואידים בחצי הקופסא השמאלי ρ ".
2. חקירת התפלגות זו ותלותה ב M - מספר הקולואידים.

<u>1. קבלת התפלגות ההסתברות של מצבי- מקרו המתאימים לערכים שונים של המשתנה המקרי: ρ - צפיפות הקולואידים בתא השמאלי העליון</u>

ההסתברות למצב-מקרו – ערך מסוים של ρ - הינה השכיחות היחסית לקבלת מצבי-מיקרו המתאימים לערך מסוים של ρ בצבר סטטיסטי של ניסויים/דגימות (מספר גדול N של ניסויים):

$$N \to \infty P(\rho) = N(\rho)/N \quad ,$$

התפלגות ההסתברות לקבלת מצבי- המקרו ρ הינה בקירוב טוב מאוד היסטוגרמת השכיחות היחסית בגבול של הרבה ניסויים/תצפיות על אותה המערכת (לדוגמא, N=10,000).

בציר ה x של ההיסטוגרמה יהיו מצבי-המקרו השונים ρ ובציר ה y יהיה מספר הפעמים ש ρ התקבל מתוך N הניסויים (שכיחות יחסית).

- מדוע ההסתברות רק שווה בערך לשכיחות היחסית המתקבלת בהיסטוגרמה, ולא בדיוק?

הקוד המצורף, many_colloid_histogram, יוצר N=10000 מצבי-מיקרו אפשריים למערכת M הקולואידים, ולכל מצב-מיקרו כזו הוא מתאים את ערך המשתנה המקרי: ρ - צפיפות הקולואידים

בתא השמאלי העליון. מכיוון ונפח התא השמאלי העליון קבוע, ערך זה פשוט מתכונתי למספר הקולואידים הנמצאים בתא זה בכל מצב-מיקרו.

- חשבו את ההסתברות לקבלת כל אחד ממצבי המיקרו השונים? הסבירו את חישובכם.

מידול ערך מסוים של ρ - ערך מסויים של צפיפות הקולואידים בתא השמאלי העליון (המופחתת להיות- ערך מסויים של מספר הקולואידים בתא השמאלי העליון) עבור מצב-מיקרו מסויים נראה בלולאה הבאה:

```
i = 0
while i<M:
    rc = random.choice([1,2,3,4,5,6,7,8,9])
    if rc==9:
        ball_left=ball_left+1
    i = i + 1
```

- הסבירו את הקוד? ובייחוד הסבירו כיצד קוד זה מדמה חלוקה אקראית של הקולואידים למיקומים השונים (מצב-מיקרו אקראי) ומחשב את ערך המשתנה המקרי ρ המתאים למצב-המיקרו.

בכדי לבצע לולאה זו מספר *N* של פעמים (לקבלת הצבר הסטטיסטי) , נשים את הלולאה הנ"ל בתוך לולאת חיצונית המבצעת את צעד ההדמיה *N* פעמים :

```
while N<=10000:
    rate(1000)

    i = 0
    while i<M:
        rc = random.choice([1,2,3,4,5,6,7,8,9])
        if rc==9:
            ball_left=ball_left+1
        i = i + 1

    N = N + 1
```

- מכמה מערכות/ניסויים מורכב הצבר הסטטיסטי הנ"ל?

לבסוף נציג את השכיחות היחסית של מצבי-המקרו השונים- הערכים השונים של "צפיפות החלקיקים בצד שמאל של הקופסא *ρ*" ע"י היסטוגרמת שכיחויות (כפי שראינו בשיעורים הקודמים).

<u>2. חקירת התפלגות ההסתברויות מצבי- מקרו המתאימים לערכים שונים של המשתנה המקרי: ρ - צפיפות הקולואידים בתא השמאלי העליון, ותלותה ב M - מספר הקולואידים</u>

לפני התחלת ההדמיה ענו על 2 השאלות הבאות:

א. האם ערך צפיפות הקולואידים *ρ* המתקבלת מצעד לולאה אחד הינה בעלת משמעות? למה עלינו לבצע מספר גדול של ניסויים (*N=10000*) בכדי לקבל את ההסתברויות הרצויות?

ב. האם נקבל את ההסתברות המדויקת ע"י הדמיה זו? מדוע?

ג. הריצו את הסימולציה עבור *M=180* קולואידים ותארו את השינויים בהיסטוגרמה ככל שמספר הניסויים הולך וגדל עד *N=10000* ניסויים.

ד. מתוך ההיסטוגרמות הנ"ל הסבירו- מדוע תהליך המתרחש במערכת של 180 קולואידים הינו בלתי הפיך/ מראה כיוון לזמן? לדוגמא- מדוע אם נראה סרט ובו 180 קולואידים מפוזרים באופן אחיד בקופסא לפתע מתרכזים כולם בתא השמאלי העליון של הקופסא, נדע שסרט הוקרן אחורנית? במידה ואתם משתמשים במילה "הסתברות גדולה/קטנה" הסבירו מניין נובעת מידת הסתברות זו.

ה. חשבו אנליטית את ההסתברות לקבלת המצב בו כל *180* הקולואידים מתרכזים בתא השמאלי העליון (הסבירו את חישוביכם) והסבירו על סמך חישוב זה בכל כמה זמן בממוצע אנו נצפה בכל הקולואידים מתרכזים בתא השמאלי העליון.

ו. מהו ערך הצפיפות המסתבר ביותר ρ_{most} , מהו ערך הצפיפות הממוצעת $\langle\rho\rangle$ ומהי סטיית התקן ממוצע זה σ_ρ. עבור *M= 36, 72, 124, 248* קולואידים. **שנו את ערך ציר ה *y* המקסימלי בהיסטוגרמה *ymax* כך שתוכלו לצפות היטב בהסיטוגרמה.**

לצורך חישוב $\langle\rho\rangle$ עבור מספרי הקולואידים הגדולים אתם יכולים לבצע הערכה ע"י צורת ההסיטוגרמה (סימטריה).

את סטיית התקן אתם יכולים להעריך באופן ויזואלי- סטייה זו הינה מדד לרוחב ההיסטוגרמה. נהוג לציין את רוחב ההיסטוגרמה כרוחב שלה בחצי גובהה המקסימלי (גודל זה קיבל את השם- *Full Width Half Max*).

תשובה:

M	ρ_{most}	$\langle\rho\rangle$	σ_ρ
36			
72			
144			
288			

ז. מתוך סעיף ו', מהי תלות הצפיפות הממוצעת $\langle\rho\rangle$ במספר הקולואידים M? מה תלות זו אומרת לנו על אופי פיזור הקולואידים בש"מ?

ח. הכינו באקסל גרף של סטיית התקן σ_ρ כפונקציה של שורש מספר הקולואידים $\sqrt{M}$. התאימו לגרף זה קו ישר. מהי- תלות סטיית התקן σ_ρ במספר הקולואידים M?

ט. מתוך סעיף ז' ו- ח' מצאו את תלות סטיית התקן היחסית $\frac{\sigma_\rho}{\langle\rho\rangle}$ במספר הקולואידים M ?

לחילופין, אתם יכולים לענות על שאלה זו ע"י ציור גרף של $\frac{\sigma_\rho}{\langle\rho\rangle}$ כפונקציה של $\frac{1}{\sqrt{M}}$ והתאמת קו ישר לעקומה שמתקבלת.

י. הסבירו מתוך תלות סטיית התקן היחסית $\frac{\sigma_\rho}{\langle\rho\rangle}$ במספר הקולואידים M שקיבלתם בסעיף הקודם- מדוע מדידת ריכוז מולקולות גביש הקלי בתמיסה תיתן לנו ערך שיאפיין היטב את מערכת תמיסת גביש הקלי?

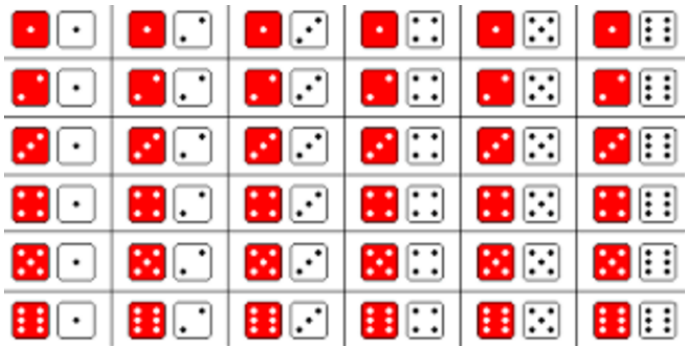


נספח ב': Lesson3 ws1- פעילות- התפלגות המאורעות בזריקת זוג קוביות

זוג קוביות נזרקות במשחק הימורים. בדף עבודה זה נתמקד בהסתברות לקבלת ערכים שונים של המשתנה המקרי שהכרתם בשיעור - "סכום שתי הקוביות".
חלק I יעסוק בחיזוי התפלגות ההסתברויות לערכים שונים של המשתנה המקרי "סכום שתי הקוביות"
חלק II יעסוק בהשוואה בין ההתפלגות החזויה להתפלגות המתקבלת מניסוי במסגרת ההדמיה- השכיחות היחסית של ערכים שונים של המשתנה המקרי "סכום שתי הקוביות".

I. <u>חיזוי התפלגות ההסתברויות</u>

כזכור, מרחב המדגם - כלל התוצאות היכולות להתקבל מזריקת זוג קוביות Ωtot כולל $6^2 = 36$ תוצאות. זריקת הקובייה הראשונה יכולה לתת שש תוצאות אפשריות- 1,2,3,4,5,6. ביחס לכל אחת משש תוצאות אילו, ישנן שש תוצאות אפשריות עבור זריקת הקובייה השנייה, ולכן ישנם 6*6=62=36 אפשרויות לשתי הקוביות.



א. מהם המאורעות (ערכי המשתנה המקרי: "סכום שתי הקוביות") המסתברים ביותר? והכי פחות מסתברים? מדוע?
ב. השתמשו במרחב המדגם שלמעלה בכדי לחזות את התפלגות ההסתברויות של המאורעות השונים המתייחסים לערכי המשתנה המקרי: "סכום שתי הקוביות".

ג. הסבירו מה ההנחה על פיה חישבתם את ההסתברויות למאורעות השונים?
ד. מה סכום ההסתברויות של כלל המאורעות? הסבירו
ה. מה ההסתברות לקבל שסכום שתי הקוביות הינו 2, או 5?
ו. מהמרים רמאים המציאו קוביות המשפיעות אחת על השנייה: כאשר יוצא המספר 6 באחת הקוביות ישנו סיכוי של 80% שייצא גם 6 בקוביה השנייה. כיצד מידע זה היה משנה את חישובי ההסתברות שלכם? הסבירו את תשובתכם באופן איכותי
ז. עומרי, תלמיד כיתה יוד' "מח בינתחומי" אומר- "ההסתברויות הנ"ל אומרות לי שכאשר אני אזרוק זוג קוביות פעם אחת אקבל כי סכום הקוביות הינו 7 בהסתברות של 1/6" האם עומרי צודק? מדוע?

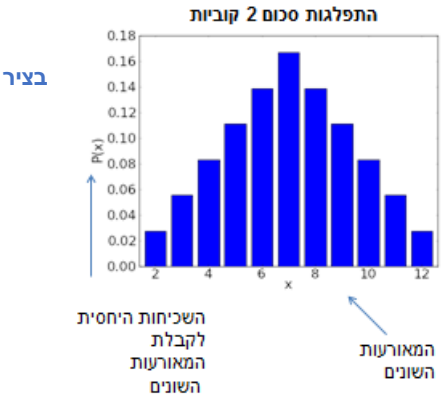
II. <u>השוואה בין התפלגות ההסתברות החזויה להתפלגות השכיחויות היחסיות בהדמיה</u>

נשווה עתה את הניבוי שבצעתם ב I לשכיחויות היחסיות הנצפות בצבר מערכות של זוג קוביות. בכדי שנוכל לזרוק מספר גדול של מערכות (כל אחת מורכבת מ זוג קוביות הוגנות), נכין סימולציה הזורקת זוג קוביות הוגנת וחוזרת על זריקה זו מספר פעמים כרצוננו. הכינו את הסימולציה בשלבים הבאים:

1. פתחו את ההדמיה dice sum_histogram.py המייצרת תוצאות של N זריקות קוביה בודדת.
שנו קוד זה בכדי לייצר תוצאות של N של זריקות של זוג קוביות ולחשב את סכום הקוביות המתקבל בכל זריקה וזריקה.
2. בסעיף זה תוסיפו לקוד שברשותכם היסטוגרמת שכיחות והיסטגרמת שכיחות יחסית של המאורעות השונים (הערכים השונים של סכום זוג הקוביות) המתקבלים במהלך ההדמיה.
העזרו בהסבר ובהוראות הבאים:

א. הסבר כללי לגבי היסטוגרמת שכיחות או שכיחות יחסית:
כאשר אנו מבצעים מספר רב של פעמים את אותו הניסוי (לדוגמא- זריקת זוג קוביות) נהוג לייצג את השכיחויות לקבלת מאורעות שונים (לדוגמא- המאורע סכום הקוביות שווה 7) באמצעות **היסטוגרמת שכיחות או שכיחות יחסית**:
ההיסטוגרמה – גרף עמודות – למטה - מציגה את השכיחות היחסית לארוע על ציר y, עבור ארועים שונים המצוינים על ציר ה x.

איור: היסטוגרמה המציגה את השכיחות היחסית לקבלת סכומים שונים בזריקת 2 קוביות "הוגנות". בציר ה x מוצגים המאורעות השונים- הסכומים השונים היכולים להתקבל בזריקת 2 קוביות ה y מוצגת השכיחות היחסית לקבלת סכומים אילו.



ב. הוראות לכתיבת היסטוגרמת שכיחות יחסית ב Vpython:
בכדי ליצור היסטוגרמת שכיחות ב Vpython כתבו:

```
frequency_sum = ghistogram(gdisplay = frequency_display,  bins=arange (2,13,1) , accumulate = True, color=color.white)
```

- הצג את הנתונים בהיסטוגרמה
- הגדרת טווח המאורעות האפשריים בניסוי אותו אנו מבצעים. בדוגמא זו, ציר ה x מורכב מ 11 מספרים דיסקרטים -2,3,4,...12.
- כשאנו מבצעים מספר מדידות עוקבות יש לנו אפשרות לצבור את תוצאות המדידות הישנות- accumulate = True
או להציג תוצאת כל מדידה בנפרד- accumulate = False

בכדי ליצור היסטוגרמת שכיחויות יחסיות כתבו:

```
Relative_frequency =
ghistogram(gdisplay = Relative_frequency_display,  bins=arange(2,13,1),  accumulate = True,
average=True, color=color.blue)
```

הוספת פקודת average=True ביחד עם accumulate = True נותנת היסטוגרמה של שכיחות יחסית

היסטוגרמות אילו מקבלות ערכים מתוך רשימה של ערכי המשתנה המקרי (סכום שתי הקוביות) השונים המתקבלים, ולכן עליכם ליצור רשימה list:

sum_of_dice_list =[]

לאחר כל הטלה יש להוסיף עתה לרשימה את ערך המשתנה המקרי שהתקבל

sum_of_dice_list.append (ערך המשתנה המקרי שהתקבל)

את התוצאות נייצג בהיסטוגרמת שכיחויות ובהיסטוגרמת שכיחות היחסית-

frequency_sum.plot (data = **sum_of_dice_list**)

Relative_frequency.plot (data = **sum_of_dice_list**)

ובסוף כל צעד נרוקן את הרשימה

sum_of_dice_list =[-1]

(הריקון נעשה ע"י כל מספר שאינו נמצא בציר ה x מכיוון ו 0 נמצא בציר ה x השתמשנו ב 1-).
כך שהרשימה מכילה בכל זריקה רק את המאורע הנוכחי עבור זריקה זו. כאשר הפקודה accumulate = True דואגת לצבור מאורעות מזריקות קודמות.

3. הריצו סימולציה זו עבור 100, 1000 ו 10000 זריקות של זוג קוביות. הדביקו את היסטוגרמת השכיחות היחסית שקבלתם מכל הרצה וכתבו את השכיחות היחסית של כל מאורע.

- **100 זריקות:**

תמונת ההיסטוגרמה:
השכיחות היחסית של כל מאורע:

- **1000 זריקות:**

תמונת ההיסטוגרמה:

השכיחות היחסית של כל מאורע:

- **10000 זריקות:**

תמונת ההיסטוגרמה:
השכיחות היחסית של כל מאורע:

4. עומרי, תלמיד כיתה י' "מח בינתחומי" אומר- "מהחלק I של דף הפעילות, אני יודע כי בזריקת זוג קוביות, ההסתברות לקבלת סכום הקוביות "7" היא 1/6, ולכן אם אזרוק 6 פעמים זוג קוביות בוודאות אקבל פעם אחת "7" " האם עומרי צודק? הסבירו? בתשובותיכם התבססו על ההיסטוגרמות שקבלתם בסעיף הקודם.

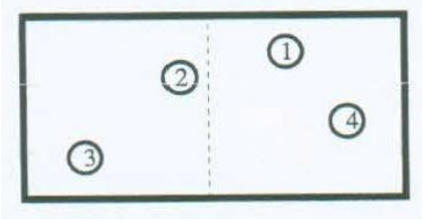
נספח ג'- Lesson5 ws1 -פעילות-תיאור סטטיסטי של מצב ש"מ של מערכת 4 קולואידים בקופסא

נמשיך לעסוק במערכת של 4 קולואידים הנעים אקראית בממס בתוך קופסא, ובפרט, במשתנה המקרי "ρ = צפיפות החלקיקים בחצי השמאלי של הקופסא" (ראו Lesson4 ws1).
בחלק I נחשב את הערכים הצפויים ל ρ בשיווי-משקל, כלומר התפלגות ההסתברות למצבי מקרו שונים.

בחלק II נשווה בין ההתפלגות החזויה להתפלגות המתקבלת בהדמיה המתפקדת מבחינתנו כניסוי - השכיחות היחסית של ערכים שונים של ρ ותלותה במספר הניסויים.

III. <u>חיזוי התפלגות ההסתברויות</u>

נתונה מערכת של N=4 קולואידים בממס, הנעים באופן אקראי בקופסא בנפח V המחולקת לשני חצאים שווים. מיקומי הקולואידים מתוארים ע"י המחצית בה הקולואיד נמצא.



איור 1: מצב-מיקרו אפשרי של מערכת 4 קולואידים בקופסא מחולקת ל 2.

בשיעור הקודם ראינו כי מרחב המדגם של מערכת זו (אוסף כל מצבי-המיקרו האפשריים) הינו:

קולואידים בחצי הקופסא הימיני	קולואידים בחצי הקופסא השמאלי
	1,2,3,4
4	1,2,3
3	1,2,4
2	1,3,4
1	2,3,4
3,4	1,2
2,4	1,3
2,3	1,4
1,3	2,4
1,2	3,4
1,2,3	4
1,2,4	3
1,3,4	2
2,3,4	1
1,2,3,4	

א. השתמשו במרחב המדגם הנ"ל ובנו את טבלת התפלגות ההסתברויות בש"מ של מצבי-המקרו השונים של ρ. הסבירו כיצד חישבתם הסתברויות אילו, מה ההנחה על פיה חישבתם את ההסתברויות למצבי-המקרו השונים.

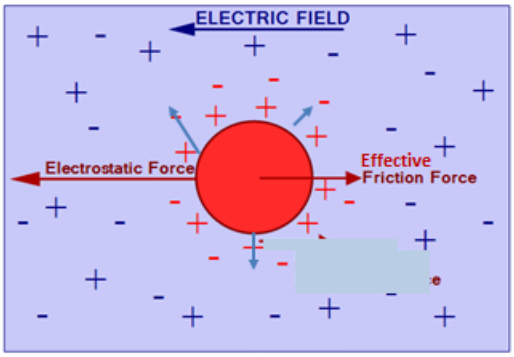
מצב-המקרו ρ	$\Omega(\rho)$	P_ρ

ב. נתון כי בזמן t=3000sec (לאחר שהמערכת הגיעה לש"מ) צפיפות הקולואידים בחצי השמאלי של הקופסא היא ρ=1.

i. מהי צפיפות הקולואידים בזמן t=5000sec? ומהי צפיפות הקולואידים בזמן t=7000sec? הסבירו.

ii. מה ניתן לנבא על צפיפות הקולואידים אילו היינו מסריטים את מערכת הקולואידים ומתחשבים במספר גדול מאוד של פריימים עוקבים בין t=3000sec ל t=7000sec ?

ג. נניח שהקולואידים טעונים במטען חשמלי חיובי ושדה חשמלי חיצוני מופעל על מערכת הקולואידים בקופסא, במקרה זה מלבד הכוחות האקראיים וכוח הגרר מופעל גם כוח חשמלי לכיוון השדה החשמלי (ראו איור 2)

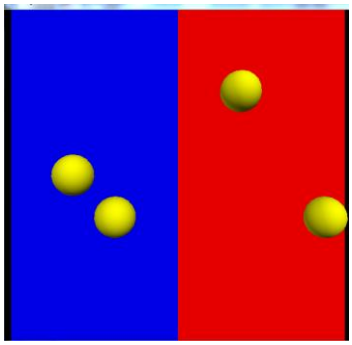


איור 2: תרשים הכוחות על קולואיד טעון חיובית בתמיסה תחת השפעת שדה חיצוני. מלבד הכוחות האקראיים (חצים כחולים) וכוח הגרר פועל על הקולואיד גם כוח חשמלי לכיוון השדה החשמלי החיצוני.

כיצד מידע זה היה משנה את חישובי ההסתברות שלכם? הסבירו.
תשובה:

IV. <u>השוואה בין התפלגות ההסתברות החזויה להתפלגות השכיחויות היחסיות בהדמיה</u>

נשווה עתה את הניבוי שבצעתם בחלק I לשכיחויות היחסיות הנצפות בצבר סטטיסטי המתקבל מ Nצפיות עוקבות במערכת של 4 קולואידים.
פתחו את הקוד Equilibrium_ensemble.py. קוד זה מדמה מערכת של N=4 קולואידים, הנעים אקראית בתוך קופסא בעלת אורך L=3 והממוקמים בזמן t=0 בחצי השמאלי של הקופסא המיוצג ע"י המלבן הכחול.



איור 3: ארבעה חלקיקים הנעים אקראית בתוך קופסא המחולקות לשני חצאים המסומנים ע"י המלבן הכחול והאדום.

בהדמיה זו ישנו גלאי הסופר את מספר החלקיקים הנמצאים במלבן הכחול של הקופסא בכל צעד זמן ומציגו בהיסטוגרמת שכיחויות יחסיות.

א. הריצו סימולציה זו למשך זמן של t=100, 1000, 10000 [75].
העתיקו לקובץ זה, את היסטוגרמות השכיחות היחסית לכל אחת מההרצות וכתבו את השכיחויות הנצפות. בכדי לעצור את הסימולציה בשלושה זמנים עוקבים ניתן לעצור את לולאת הזמן ע"י התנאי:

```
if t==100: scene.mouse.getclick()
if t==1000: scene.mouse.getclick()
if t==10000: scene.mouse.getclick()
```

ב. השוו את השכיחויות היחסיות הנצפות בסעיף הקודם להסתברויות שחזיתם בחלק I סעיף ב'.
מה הקשר בין משך הזמן בו אנו צופים במערכת (מתכונתי למספר התצפיות על המערכת) לדיוק החיזוי?

נספח ד' - שאלון מקדים

1. תנועה בראונית

כשמסתכלים במיקרוסקופ בכדי לצפות בחלקיקים קטנים/קולואידים (~ 10-6m) הנמצאים בנוזל

רואים כי קולואידים אילו אינם במנוחה, אלא זזים כך שמיקומם משתנה באופן אקראי.

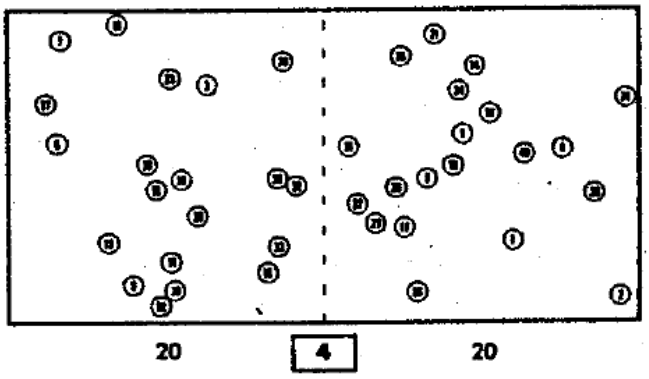
[75] בהינתן שכל צעד של ללואה מדמה מהלך אקראי של קולואיד, ובהנחה שכל מהלך אקראי שכזה מתרחש כל מיקרו-שנייה (10^{-6}sec) , t=100 מדמה צפייה במערכת למשך של 10^{-4} שניה, t=1000 למשך זמן של 10^{-3} שניה (אלפית) ו t=10000 למשך זמן של מאית שניה.

א. הסבירו מדוע ניתן לצפות לתנודות אקראיות אלו.

ב. האם תצפו שגודל התנודות יגדל או יקטן אם הקולואידים הינם גדולים יותר ובעלי מסה גדולה יותר? מדוע?

2. גז

נתונה מערכת של 40 מולקולות גז הנמצאות בתוך במיכל . לדוגמא, האיור למטה, ממחיש באופן סכמתי צילום של מערכת המורכבת מ 40 מולקולות גז. מולקולות אילו יכולות לנוע בכל הנפח הפנימי של הקופסא, לעיתים מתנגשות עם קירות הקופסא ולעיתים מתנגשות זו עם זו.



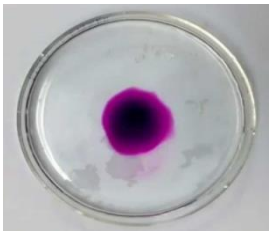
א. כיצד ניתן לקבוע שהמערכת הגיעה לשיווי משקל?

ב. תארו את המערכת בשווי-משקל

ג. האם אפשר למצוא במצב שיווי משקל את כל החלקיקים בצד ימין?

ד. עדי אומרת: "בשיווי משקל מספר המולקולות בכל צד של הקופסא קבוע ושווה ל 20" האם היא צודקת? מדוע?

3. גביש קלי במים



שנה שעברה צפיתם בהתפשטותו של כתם גביש קלי שהונח בצלוחית מים.

א. הניחו כי תהליך זה הוסרט במצלמת וידאו, והסרט מוקרן לאחור ללא ידיעתכם. האם תהיו מסוגלים להגיד האם הווידאו מוקרן קדימה או אחורה (backward / forward)? מדוע?

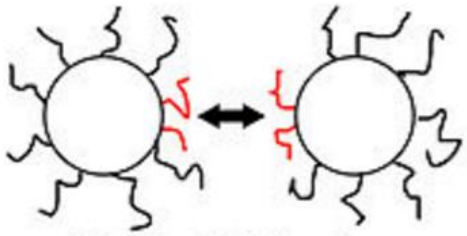
ב. הניחו כי אתם יכולים להסתכל על סרטון וידאו העוקב אחר תנועת מולקולת קלי בודדת. האם תוכלו לדעת האם הווידאו מוקרן קדימה או אחורה? מדוע?

נספח ה': בחינת מחצית מ"ח בינתחומי תשע"ז

ענו על השאלות הבאות והסבירו את תשובותיכם. ציינו חוקי טבע או תוצאות / נוסחאות בהם אתם משתמשים. ניתן להיעזר בדף הנוסחאות המצורף.

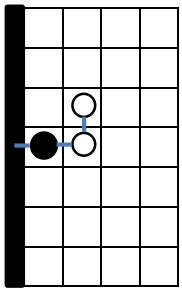
1. תיאור מצב שיווי-משקל (ש"מ)- פולימר המחובר לקולואיד:

לעיתים משתמשים בקולואידים בכדי להוביל תרופות בתוך גוף האדם. בכדי ליצור תרחיף קולואידים הומוגני (בעל ריכוז אחיד בכל הכלי) ולמנוע מהקולואידים להימשך אחד לשני, להצטבר ולשקוע, מחברים לפני-שטח הקולואידים פולימרים (ראו תמונה 1) היוצרים דחייה בין הקולואידים ועי"כ מונעים מהם להצטבר ולשקוע. פולימר הינה מולקולה ענקית המורכבת מהרבה מונומרים- יחידות בסיס החוזרות על עצמן.



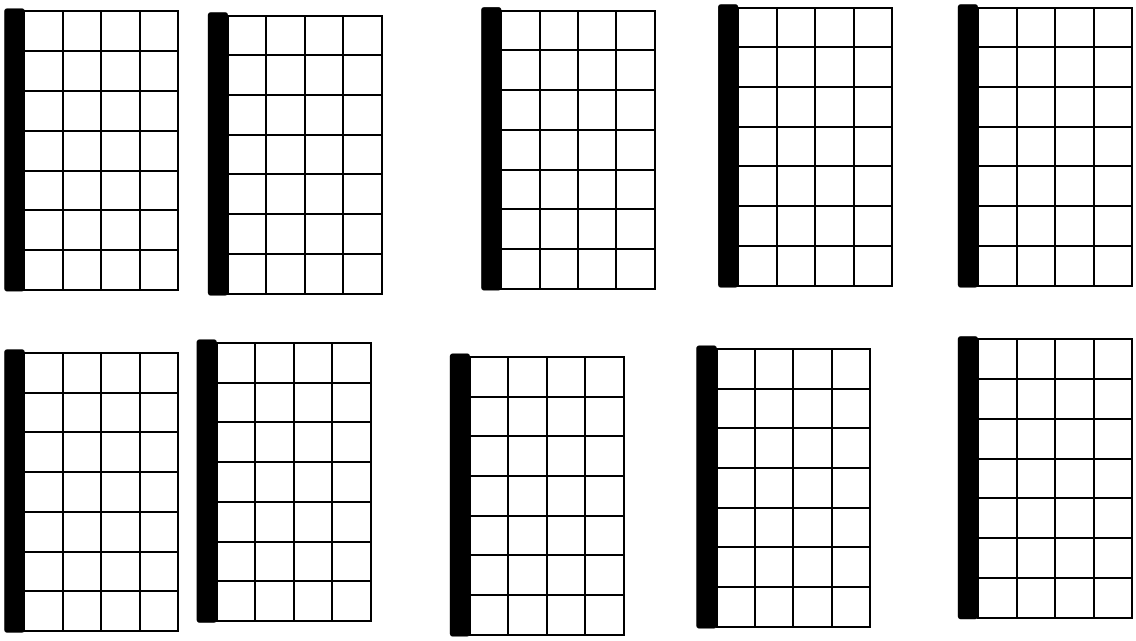
איור4 : איור של קולואידים (עיגול לבן) המצופים בפולימרים (מעיין שערות היוצאות מפני שטח הקולואיד). כאשר שני קולואידים מתקרבים אחד לשני, הפולימרים מתכווצים (שערות אדומות), דבר היוצר דחייה בין שני הקולואידים ומונע מהם להצטבר.

בהנחה שהפולימרים מספיק רחוקים אחד מהשני, ניתן להניח שהם אינם באים במגע זה עם זה, ולכן, ניתן לבחון את תצורת פולימר בודד בשיווי-משקל. נסתכל על פולימר בודד המורכב מ 3 מונומרים והמחובר לפני-שטח קולואיד (ראו תמונה 2). המונומר הצבוע בשחור מחובר בקשר כימי לפני-שטח הקולואיד ואינו יכול לנוע. שאר המונומרים יכולים לנוע במהלך אקראי על פני שריג דו-ממדי, אך, אינם יכולים להיכנס אחד לתוך השני וגם לא לתוך פני-שטח הקולואיד (דחיית "כדור קשיח").

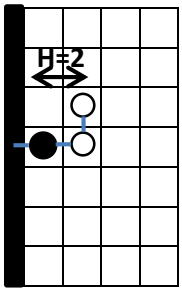


איור 2: מצב-מיקרו מסויים של פולימר המורכב מ 3 מונומרים (עיגולים) והמחובר לפני שטח של קולואיד (פס שחור עבה). המונומר השחור מחובר בקשר כימי לקולואיד ולכן לא יכול לנוע, 2 המונומרים הלבנים יכולים לנוע במהלך אקראי על פני שריג דו ממדי, אך, אינם יכולים להיכנס אחד לתוך השני וגם אינם יכולים להיכנס לתוך שטח הקולאיד.

א. פרשו את מרחב המדגם, כלומר, פרשו את כל מצבי-המיקרו האפשריים לפולימר זה. היעזרו במשבצות המצורפות בכדי לצייר מצבים אילו (מספר המשבצות אינו בהכרח מייצג את מספר מצבי-המיקרו האפשריים).



ב. השתמשו במרחב המדגם שקבלתם בסעיף א' ובנו את התפלגות ההסתברות בש"מ עבור המשתנה המקרי "גובה הפולימר H מפני שטח הקולואיד". בטאו גובה זה במספר המשבצות מפני-שטח הקולואיד ועד קצה הפולימר (ראו דוגמא בתמונה 3). הסבירו כיצד קבלתם התפלגות זו.



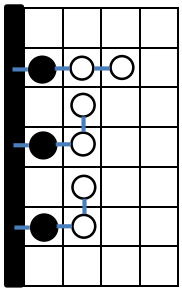
איור 2: עבור מצב-המיקרו המתואר, גובה הפולימר H ביחידות של "מספר המשבצות מפני שטח הקולאיד"" הוא H=2.

ג. (1) עמרי, תלמיד מ"ח בינתחומי, טוען כי מתוך התפלגות ההסתברות הנ"ל הוא יכול לחזות את גובה הפולימר בש"מ ב- t=5000sec. האם טענתו נכונה? הסבירו. אם טענתו נכונה- מהו גובה הפולימר אותו עמרי חוזה?
(2) מצלמים את מצבי-המיקרו של הפולימר 7000 פעמים במשך זמן ארוך כלשהו. מתוך התפלגות ההסתברות הנ"ל מה ניתן לומר על גבהי הפולימר בתמונות שצולמו.

ד. מהו ערך הגובה H שנקבל במדידה מקרוסקופית (בפרק זמן מקרוסקופי ובמוניטור מקרוסקופי) של גובה הפולימר הנ"ל המורכב מ 3 מונומרים? הסבירו. האם ערך זה מאפיין היטב מערכת זו? הסבירו.

ה. האם מדידה מקרוסקופית של גובה פולימר המורכב מ 10,000 מונומרים, תיתן ערך שיאפיין יותר טוב מערכת זו מאשר מערכת 3 המונומרים הקודמים?

ו. <u>שאלת בונוס-</u> נשנה עתה את הנחות השאלה. נניח שהפולימרים אינם רחוקים דיים אחד מהשני כך שניתן להניח שהם אינם באים במגע זה עם זה, כלומר הם קרובים זה לזה כמוצג באיור 4. כיצד הדבר ישפיע על הגובה הממוצע של פולימר מסויים (לדוגמא-הפולימר האמצעי באיור 4) יחסית למצב בו הם היו רחוקים זה מזה? ומדוע?



איור 4: מצב-מיקרו מסויים של 3 פולימרים המורכבים מ 3 מונומרים והמחוברים לפני שטח של קולואיד (פס שחור עבה). על משטח הקולואיד ישנם עוד הרבה פולמרים כאלו שאינם נראים בציור זה.

<u>2. אנטרופיה במרחב המקום- תופעת הפרדת הפאזות:</u>

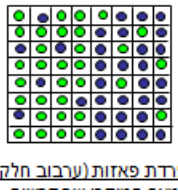
כאשר מערבבים ממס ומומס, המבנים האפשריים הם- מצב מעורבב באופן מלא או הפרדה לשני פאזות מאקרוסקופיות הנמצאות בש"מ (איור 1).

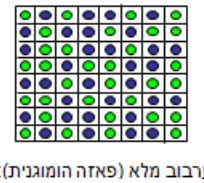


איור 1: תופעות של הפרדת פאזות קשורות לתופעות רבות במערכות ביולוגיות. לדוגמא, הפרדת פאזות של החלבונים בעדשת העין גורמת להופעת קטרקט בעין.

ניתן למדל תערובת של 2 סוגי חלקיקים (כחולים B וירוקים G) בעזרת שריג דו-ממדי, בדומה למידול הדיפוזיה. מערכת זו יכולה להימצא במצבי-מקרו בעלי ריכוזים שונים בשני חצאי השריג (איור 2).



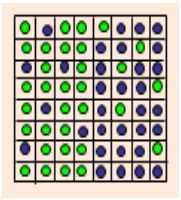




איור 5: מימין: דוגמא למצב מיקרו המתאים לערבוב מלא: ריכוז זהה של חלקיקי מומס בשני חצאי השריג.
באמצע: דוגמא למצב מיקרו המתאים לערבוב חלקי: ריכוז גבוה של חלקיקי מומס במחצית אחת ונמוכה בשניה.
משמאל: דוגמא למצב מיקרו המתאים להפרדה מלאה: כל חלקיקי המומס נמצאים במחצית אחת ריכוזם בה 1.

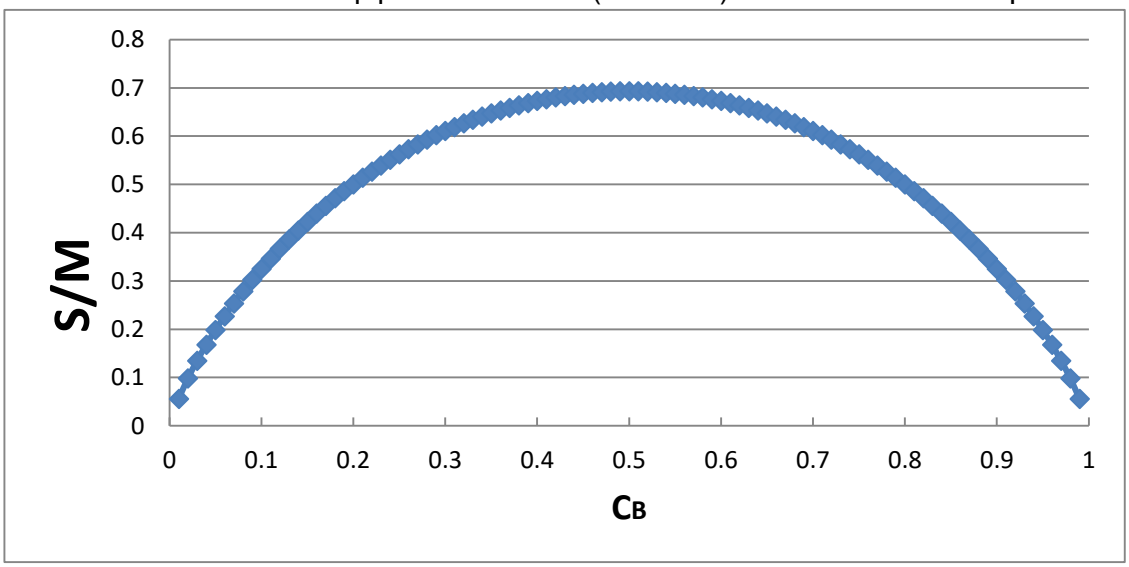
נתונה מערכת מבודדת של תערובת של שני סוגי חלקיקים (כחולים B וירוקים G) שריכוזם הכללי (בכל נפח הקופסא) הוא 1/2. המערכת הוכנה במצב של הפרדת פאזות חלקית (איור 3):

- במחצית הימנית - פאזה עשירה בחלקיקים כחולים: $C_B \approx 0.8$
- במחצית השמאלית -פאזה ענייה בחלקיקים כחולים (ועשירה בירוקים): $C_B \approx 0.2$

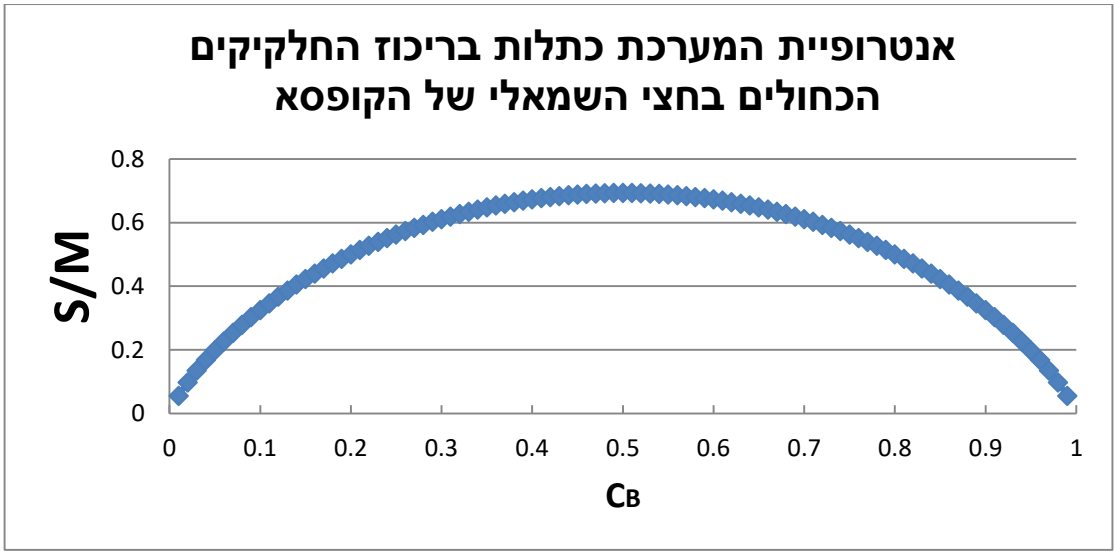


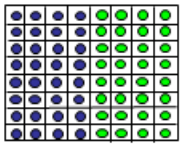
איור 6: דוגמא למצב מיקרו אפשרי המתאים למערכת במצבה ההתחלתי

לפניכם גרף אנטרופיה פר תא-שריג (יחידת נפח) כתלות בריכוז חלקיקים כחולים במחצית השמאלית

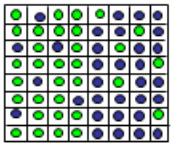


א. מתחו קו בין הנקודות על ציר C_B לבין מצבי מיקרו המתאימים לערבוב מלא, להפרדה מלאה ולמצב ההתחלתי.

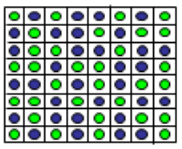




הפרדה מלאה:



הפרדת פאזות (ערבוב חלקי):



ערבוב מלא (פאזה הומוגנית):

ב. האם המערכת תישאר במצב מופרד, או שתתפתח באופן ספונטני לעבר מצב בו יש ערבוב מלא, כלומר- פזה הומוגנית אחת? הסבירו

ג. בתופעת הפרדת הפאזות, אנו מערבבים תחילה תמיסה המורכבת מ 2 סוגי חומרים לדוגמא- כוהל ומים, ומפסיקים את הערבוב. לאחר זמן מה אנו רואים כי החומרים מופרדים זה מזה. האם יש בתופעה זו סתירה לחוק השני של התרמודינמיקה? הסבירו.

<u>3. אנטרופיה במרחב האנרגיה- מגע תרמי בין 2 מערכות גז:</u>

מיכל A מכיל $N_{\mathrm{Ar}} = 4 \times 10^{22}$ מולקולות של גז ארגון (Ar). מיכל B מכיל $N_{He} = 5 \times 10^{22}$ מולקולות של גז הליום. בתחילה, המכלים A ו – B אינם במגע זה עם זה, וכל מיכל מבודד מסביבתו. הניחו בשאלה כי אין אינטראקציה בין מולקולות הגז בכל מיכל, פרט להתנגשויות ביניהן (ועם דפנות המיכל) – כלומר האנרגיה של מולקולות הגז היא אנרגיה קינטית.

האנרגיה ההתחלתית של גז הארגון במיכל A היא 400J.

מביאים את המכלים A ו- B לידי מגע תרמי זה עם זה, כך שהמערכת המשולבת של שני המכלים (A+B) נותרת מבודדת מהסביבה. כעבור זמן מה מגיעים הגזים בשני המכלים לשיווי משקל תרמי זה עם זה.

לאחר ההגעה לשיווי משקל תרמי האנרגיה של גז הארגון במיכל A היא 320J.

א. האם האנרגיה של המערכת הכוללת גדלה, קטנה או נשארת אותו הדבר? נמקו.

ב. חשבו את האנרגיה הממוצעת למולקולה בגז הארגון בתחילת התהליך, ולאחר ההגעה לשיווי משקל תרמי (ביחידות ג'אול)

ג. (1) מהי האנרגיה הממוצעת למולקולה בגז ההליום לאחר ההגעה לשיווי משקל תרמי (בג'אול). הסבירו את תשובתכם.

(2) מה הייתה האנרגיה הממוצעת למולקולה בגז ההליום לפני המגע התרמי בין המערכות (בג'אול)? הסבירו את אופן החישוב.

ד. לאיזה גז (ארגון או הליום) הייתה טמפרטורה גבוהה יותר לפני שהמכלים הובאו לידי מגע תרמי? נמקו.

ה. (1) האם האנטרופיה של גז הארגון במיכל A עלתה, ירדה, לא השתנתה, או שלא ניתן לקבוע, בתהליך ההגעה לשיווי משקל תרמי? הסבירו.
(2) האם האנטרופיה של גז ההליום במיכל B עלתה, ירדה, לא השתנתה, או שלא ניתן לקבוע, בתהליך ההגעה לשיווי משקל תרמי? הסבירו.
(3) האם האנטרופיה של המערכת המשולבת (A+B) עלתה, ירדה, לא השתנתה, או שלא ניתן לקבוע, בתהליך ההגעה לשיווי משקל תרמי? הסבירו.

ו. תצפיות ניסיוניות שאנרגיה לא עוברת ממערכת קרה למערכת חמה הביאה לאחד הניסוחים הראשונים של החוק השני של התרמודינמיקה (קלאוזיוס , אמצע המאה ה 18):
"זרימה ספונטנית של אנרגיה תמיד תתרחש מגוף חם יותר לגוף קר יותר, ולעולם לא להפך"
הסבירו מדוע ניסוח זה נמצא בהלימה עם החוק השני של התרמודינמיקה האומר כי: "בכל תהליך ספונטני האנטרופיה של המערכת המבודדת לעולם לא-קטנה $\Delta \boldsymbol{S} \geq \mathbf{0}$".

<u>4. אנטרופיה של מערכת חלקיקי גז:</u>

במערכת של חלקיקי גז (כגון המיכלים מהשאלה הקודמת) ישנם Ω_{pos} מצבי-מיקרו אפשריים בגלל כל המיקומים האפשריים למולקולות שלה, ובנוסף, ישנם גם Ω_{En} מצבי-מיקרו אפשריים בגלל כל חלוקות האנרגיות הקינטיות האפשריות בין כל המולקולות שלה.

א. מהו אם כן המספר הכולל Ω_{tot} של מצבי-המיקרו האפשריים למערכת זו? הסבירו מהי ההנחה שהשתמשתם לחישוב מספר זה?

ב. כיצד האנטרופיה $\ln\Omega_{\mathrm{tot}}$ של המערכת קשורה לאנטרופיה $\ln\Omega_{\mathrm{pos}}$ בגלל המיקומים ולאנטרופיה $\ln\Omega_{\mathrm{En}}$ בגלל האנרגיות הקינטיות? איזו תכונה של פונקציית האנטרופיה נותנת קשר זה?

ג. בתהליך הדיפוזיה, איזו מסוגי האנטרופיות הנ"ל $\ln\Omega_{\mathrm{pos}}$ ו $\ln\Omega_{\mathrm{En}}$ משתנה ואיזו לא משתנה? מדוע?

ד. כאשר מערכת נמצאת במגע תרמי עם מערכת אחרת, איזו מסוגי האנטרופיות הנ"ל $\ln\Omega_{\mathrm{pos}}$ ו $\ln\Omega_{\mathrm{En}}$ משתנה ואיזו לא משתנה? מדוע?

דף נוסחאות לבחינת מחצית, מ"ח בינתחומי, כיתה יא'

I. <u>חוקי ההסתברות:</u>

- **חוק החיבור**: $\boldsymbol{P(i\ or\ j) = P(i) + P(j)}$
- **חוק הכפל**: $\boldsymbol{P(i\ and\ j) = P(i)P(j)}$
- **מצב מיקרו:** ערכי גדלים פיזקליים המאפיינים כל אחד ואחד מחלקיקי המערכת. הערכים בהם אנו נתמקד הם ערכי המיקום והמהירות.
- **מרחב המדגם:** אוסף כל מצבי-המיקרו האפשריים בניסוי.
  - **Ω_{tot}-** מספר מצבי-המיקרו האפשריים במרחב המדגם.
- **משתנה מקרי**: פונקציה המתאימה ערך מספרי מסוים לכל מצב-מיקרו אפשרי במרחב המדגם.
- **מצב מקרו:** אוסף של **$\Omega(A)$** מצבי-מיקרו המתואר ע"י ערך מסוים A של המשתנה המקרי
  - **$\Omega(A)$ -** מספר מצבי-המיקרו האפשריים המתאימים למצב מקרו מסוים.
- ***צבר סטטיסטי***:

1. אוסף גדול מאוד של N מערכות בהם מתקיים ניסוי בתנאים זהים.
2. כאשר מדובר במערכת שהתנהגותה אינה תלויה בזמן: צבר N גדול מאוד של תצפיות ברצף באותה מערכת.

- ***שכיחות יחסית:*** *שכיחות למצב-מקרו A / לקבלת ערך מסוים של המשתנה המקרי A, מתוך מספר N של ניסויים:* $\boldsymbol{N}(A)/\boldsymbol{N}$. כאשר- $N(A)$ *מספר התוצאות המתאימות לערך A ו N - מספר התוצאות הכולל.*

- ***הסתברות:*** המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים גדול מאוד N >>1 : $P(A) = N(A)/N$
- **הנחת ש"מ סטטיסטי:** מערכת מבודדת של חלקיקים הנמצאת במצב שיווי-משקל, יכולה להימצא במידה שווה בכל אחד ממצבי-המיקרו האפשריים לה.
- **ההסתברות לקבלת מצב-מיקרו מסוים:** $\boldsymbol{P}(\text{מיקרו מצב}) = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\Omega_{tot}}}$
- **ההסתברות לקבלת מצב-מקרו מסוים A :** $\boldsymbol{P(A)} = \frac{\boldsymbol{\Omega(A)}}{\boldsymbol{\Omega_{tot}}}$
- **התפלגות ההסתברות:** סדרת ההסתברויות לקבלת כל מצבי-המקרו השונים.
  - **ערך ממוצע של גודל פיזיקלי A-** $\langle \boldsymbol{A} \rangle = \sum_{\boldsymbol{i=0}}^{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{A \cdot P(A)}$
  - **סטיית תקן-** $\boldsymbol{\sigma_A} = \sqrt{\sum_{\boldsymbol{i=0}}^{\boldsymbol{A}} \boldsymbol{P(A)(A - \langle A \rangle)^2}}$
  - **סטיית התקן היחסית-** $\frac{\boldsymbol{\sigma_A}}{\boldsymbol{\langle A \rangle}}$
- סטיית התקן היחסית $\frac{\sigma_A}{\langle A \rangle}$ מתכונתית לאחד חלקי שורש מספר חלקיקי המערכת $\frac{1}{\sqrt{N}}$

II. **<u>מספר מצבי-המיקרו ואנטרופיה:</u>**

- **מספר מצבי המיקרו במרחב המקום עבור גז שריג:** $\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{pos}}(\boldsymbol{lattice}) = \frac{\boldsymbol{M!}}{\boldsymbol{N!(M-N)!}}$
- **מספר מצבי המיקרו במרחב המקום עבור גז אידיאלי:** $\boldsymbol{\Omega_{pos}(ideal\ gas)} = \frac{\boldsymbol{M^N}}{\boldsymbol{N!}}$
- **מספר מצבי המיקרו במרחב האנרגיה:** $\boldsymbol{\Omega_{En}} = \frac{\boldsymbol{(E+N-1)!}}{\boldsymbol{E!(N-1)!}}$
- **הגדרת האנטרופיה:** $\boldsymbol{S = ln(\Omega_{tot})}$
- **האנטרופיה של מערכת מורכבת:** $S_{tot} = ln\,(\Omega_1 \cdot \Omega_2) = ln\Omega_1 + ln\Omega_2 = S_1 + S_2$
- **האנטרופיה לחלקיק במודל גז שריג עם ריכוז חלקיקים c:**

$$\frac{S}{N} = \frac{1}{c}[-c\,ln\,c - (1-c)ln(1-c)]]$$

- **האנטרופיה ליחידת נפח במודל גז שריג עם ריכוז חלקיקים c:**

$$\frac{S}{M} = -c\ln c - \big(1-c\big)\ln(1-c)$$

- ***תכונות הלוגריתמים:*** **ln ו- log:**
  - $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
  - $\ln(\frac{a}{b}) = \ln a - \ln b$
  - $\ln(a^b) = b\ln a$
  - $\ln(1) = 0$

- **קירוב סטרלינג:** $lnN! \cong N \cdot lnN - N$
- **גודל אקסטנסיבי:** הוא גודל פיסיקלי התלוי במימדי המערכת.
- **גודל אינטנסיבי:** זהו גודל פיסיקלי שאינו תלוי במימדי המערכת.

III. **<u>החוק השני של התרמודינמיקה ושיווי-משקל תרמי:</u>**

- **עבור כל תהליך ספונטני המתרחש במערכת מבודדת :**

$$\Delta \boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_{final}} - \boldsymbol{S_{initial}} \geq \mathbf{0}$$

- **החוק השני של התרמודינמיקה במערכת המורכבת מ 2 תתי-מערכות 1 ו 2:**
  עבור כל תהליך ספונטני המתרחש במערכת מורכבת מבודדת:

$$\Delta \boldsymbol{S_{tot}} = \Delta \boldsymbol{S_1} + \Delta \boldsymbol{S_2} \geq \mathbf{0}$$

- **אנרגיה קינטית:** $\boldsymbol{E_k} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{mv^2}$

- **אנרגיה קינטית ממוצעת לחלקיק:** $\overline{E_k} = \frac{E_k^{tot}}{N}$
- **האנרגיה הקינטית הממוצעת לחלקיק יחסית לטמפרטורה:** $\overline{E_k} \propto T$
- **"חוק שימור האנרגיה"- במערכת מבודדת האנרגיה נשמרת.**
  בפרט, עבור מערכת מורכבת: $dE_{tot} = dE_1 + dE_2 = 0$
- **ההגדרה התרמודינמית של הטמפרטורה:**

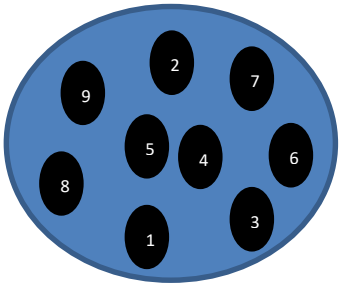
$$\frac{dS}{dE} = \frac{1}{k_B T}, \quad T \leftarrow measured\ in\ kelvin$$

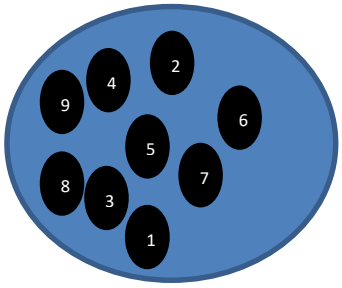
$$\text{⓪}\quad k_B = 1.38X10^{-23}\ \frac{J}{^\circ K}$$

נספח ו' - פוסט דחוי - ראיון

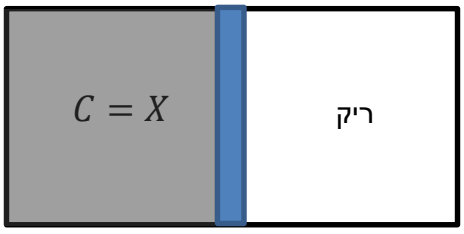
1. בסרטון https://www.youtube.com/watch?v=55CPfc9ij48 נראה תופעה של דיפוזיה של קלי במים. נניח שאנו מסתכלים על תהליך זה לאחר זמן ארוך מאוד.
   תארו את מצב המערכת לאחר זמן זה? הסבירו.

<u>שאלת probing לשאלה 1:</u>
האם בש"מ 2 הסנפשוטים הבאים אפשריים (מיקומי הקולואידים)? אם כן, למי מהם יש הסברות גבוה יותר- לימני, לשמאלי או לשניהם באותה המידה?





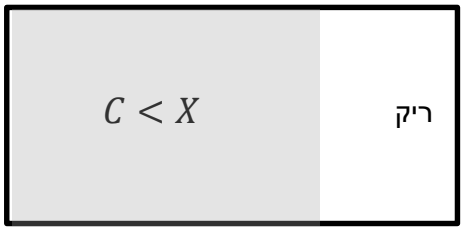
2. מחיצה מפרידה לשני חלקים מיכל מבודד. בצידה השמאלי של המחיצה יש גז דליל בריכוז X ובצידה הימני ריק. המחיצה אינה מאפשרת לגז לעבור דרכה. ביצעו ניסוי בו מסירים את המחיצה מהמצב הראשוני ונותנים לגז להתפשט.
   א. להלן שלושה מצבים <u>מאוחרים יותר</u>, אילו מהם לדעתכם אפשרי? מדוע?



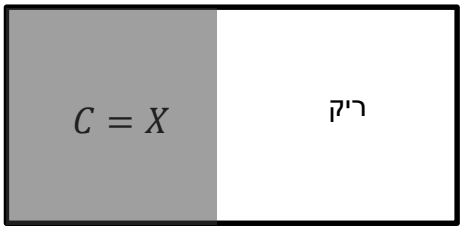
i



iii

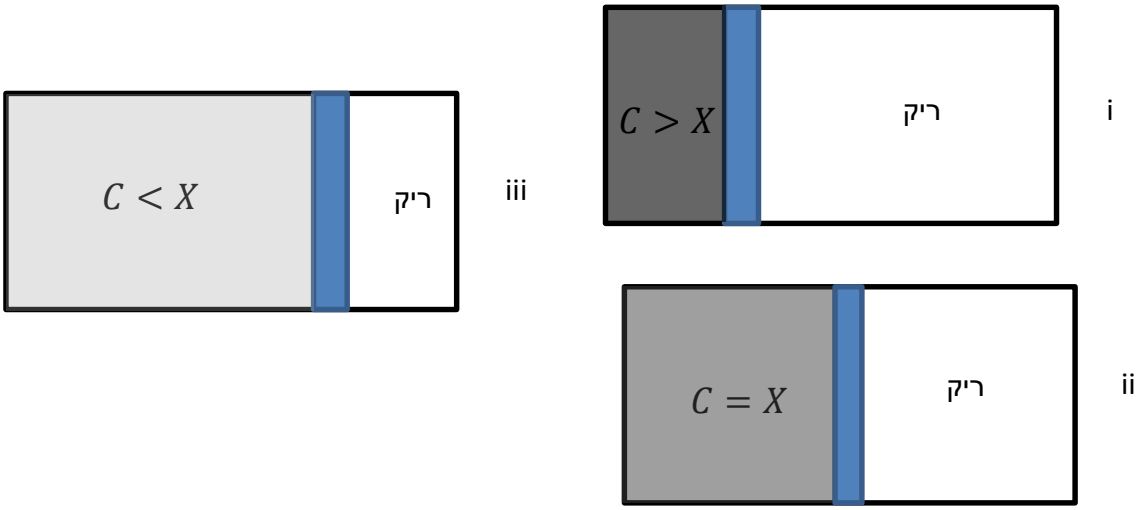


ii



ב. מה לדעתכם יהיה המצב אחרי הרבה זמן? הסבירו.

ג. האם ואיך הייתה משתנה תשובותיכם אם במקום להסיר את המחיצה מהמצב הראשוני, שחררו אותה לנוע, כאשר המחיצה חופשית לנוע (בקירוב, ללא חיכוך).
אילו משלושת המצבים המאוחרים יותר, אפשרי? מדוע?

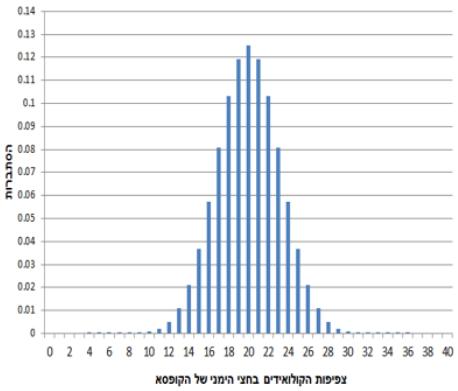


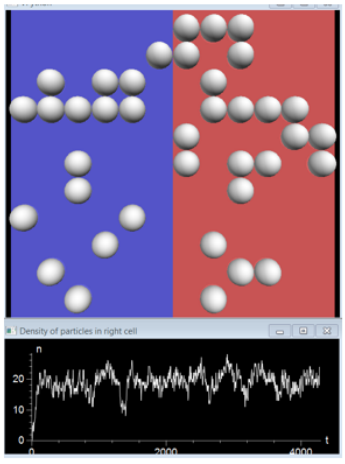
ד. מה לדעתכם יהיה המצב אחרי הרבה זמן? הסבירו.

שאלות probing לשאלות 1 ו 2:

a. באיזה מודל השתמשתם בכדי להסביר את התופעות בשאלה 1 ו 2? (במילה "מודל" הכוונה להנחות פישוט/מושגים המשמשים לתיאור המערכת (אם יש), תנאי התחלה, הנחות המודל המאפשרים להסביר את התופעה).
b. אילו מודלים נוספים למדתם המאפשרים להסביר את התופעה?
c. מדוע בחרתם להשתמש במודל X ולא במודל Y? מה היתרונות והחסרונות של כל מודל?

3. לפניכם שני ייצוגים: מימין מודל RW ומשמאל המודל התרמו-סטטיסטי, המתארים את תופעת דיפוזיה של מערכת מבודדת של 40 קולואידים בקופסא.
א. מה ההבדל בין ייצוגים אילו? השתמשו בטבלה הבאה בכדי לענות על שאלה זו





	שאלה	מהלך אקראי	תרמו-סטטיסטי
1	תארו מה אתם רואים בכל ייצוג:		
2	הנחות פישוט/מושגים המשמשים לתיאור המערכת		
3	מהם חוקי הטבע/הכללים עליהם מבוסס המודל		
4	האם הייצוג מתאר את מיקומו של כל קולואיד בכל רגע ורגע? הסבירו		
5	האם הייצוג מתאר את ערכי הצפיפות בחצי הימני של המערכת, בכל רגע ורגע? הסבירו		

6	כיצד מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה מיוצג במודל זה? הסבירו		

ב. מדוע אם נצפה בסרטון המציג 40 קולואידים המפוזרים באופן אחיד בקופסא לפתע מתרכזים בחצי אחד של הקופסא נדע שהסרטון הוקרן אחרונית ?
ג. כיצד יראה כל ייצוג אם נגדיל את מספר הקולואידים ל 80 ל 40,000,000? נסו לצייר כל ייצוג?
מה המשמעות המעשית/הניסיונית של הגדלת מספר החלקיקים?
ד. באיזה מודל אתם מעדיפים לתאר את תופעת הדיפוזיה? מדוע?
ה. ציינו לפחות יתרון אחד וחסרון אחד לכל מודל?

4. הכינו פוסטר שמטרתו להסביר את תופעת הדיפוזיה באמצעות הרעיונות הפיזיקליים שלמדתם בתחילת השנה. השתמשו בכרטיסיות המייצגות רעיונות אילו.

פונקציית אי-הוודאות אנטרופיה $S = ln\Omega_{tot}$

אנטרופיה כוללת של מערכת חלקיקים
$S = ln\Omega_{tot} = ln(\Omega_{pos} \cdot \Omega_{En}) = ln\Omega_{pos} + ln\Omega_{En}$
$\boldsymbol{S = S_{pos} + S_{En}}$

ההסתברות לערך צפיפות A בחצי הימני של הקופסא :
$P(A) = \Omega(A)/\Omega_{tot}$

החוק השני: עבור כל תהליך המתרחש במערכת מבודדת
$\Delta \boldsymbol{S = S_{final} - S_{initial} \geq 0}$

תיאור סטטיסטי של מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה מצב ש"מ של תופעת הדיפוזיה מאופיין היטב ע"י צפיפות מקומית ממוצעת אחידה

מצב מיקרו אפשרי: ערך מיקום אפשרי של כל אחד ואחד מחלקיקי המערכת

הסתברות- הינה המספר אליו השכיחות היחסית מתכנסת כשמספר הניסויים גדול מאוד
$P(A) = \frac{N(A)}{N} \; ; \; N >> 1$

תלות סטיית התקן היחסית במספר החלקיקים: סטיית התקן היחסית בהתפלגות קטנה ככל שמספר החלקיקים גדל באופן מתכונתי ל $1/\sqrt{N}$
(N הוא מספר חלקיקי המערכת).

MD
Langevian coarse grain
RW

מצב מקרו - אוסף של מצבי מיקרו אפשריים המתאימים לערך מסוים של משתנה מקרי בר מדידה בסקלה מקרוסקופית. **Ω(A) -** מספר מצבי-המיקרו במרחב המדגם המתאים למצב מקרו מסוים.

תיאור תרמו-סטטיסטי לתהליך הדיפוזיה ככל שחלקיקי המומס מתפשטים, $\frac{S_{pos}}{N}$ גדל, ו $\Delta \boldsymbol{S_{pos} > 0}$ – עד שהם ממלאים את כל נפח הכלי בו הדיפוזיה מתרחשת. מצב זה יהווה את מצב שיווי המשקל של המערכת (תחת אילוץ נפח המערכת)

התפלגות: ההסתברויות לקבלת ערכי הצפיפות השונים בחצי הימני של הקופסא.

הנחת ש"מ סטטיסטית: במערכת מבודדת בש"מ כל מצבי המיקרו בעלי הסתברות שווה $\boldsymbol{P(i) = \frac{1}{\Omega_{tot}}}$

החוק השני : בכל תהליך המתקיים במערכת מבודדת מרובת חלקיקים המערכת מתקדמת ממצב-מקרו בעל אי וודאות נמוכה למצב-מקרו בעל אי וודאות גדולה יותר, עד אשר המערכת מגיעה למצב שווי-המשקל בו אי-הוודאות מקסימלית

5. מה דומה בתהליך הדיפוזיה ובתהליך המגע התרמי? נסו להיעזר בטבלה הבאה-

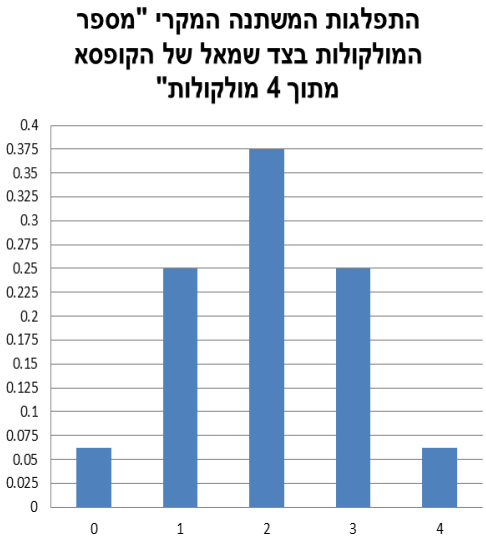
	תהליך הדיפוזיה	**תהליך מגע תרמי**
תיאור מנקודת המבט החלקיקית		
תיאור מנקודת המבט המקרוסקופית		

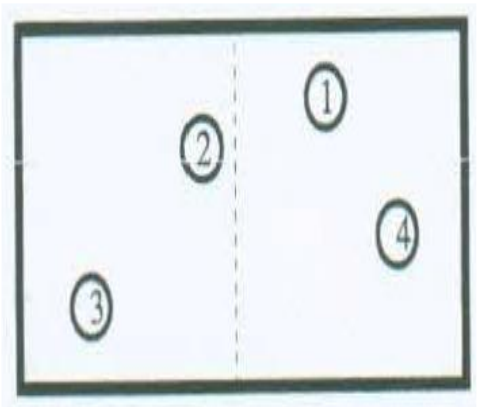
נספח ז' – תפיסת התלמידים בסבב I של ההוראה (תשע"ו) את התיאור הסטטיסטי של מצב שיווי-המשקל

המוצג להלן מסתמך על דו"ח הביניים עמודים 33-32.

- להלן תיאור המשימה בה עסקו התלמידים:

התלמידים עבדו בזוגות על דף פעילות בו הם התבקשו בתחילה לחזות את ההתפלגות לקבלת ערכי המשתנה המקרי המוגדרים ע"י "מספר החלקיקים בחצי השמאלי של הקופסא" במערכת של 4 מולקולות גז בשיווי-משקל היכולות להימצא באחד משני חצאי הקופסא (איור 1)





איור 1: מימין- מערכת של 4 חלקיקי גז בקופסא המחולקת ל 2 חצאים שווים. ערכי המשתנה המקרי "מספר המולקולות בחצי הקופסא השמאלי" המתאימים למערכת זו הוא- 0,1,2,3 ו 4. משמאל- התפלגות קבלת ערכי המשתנה המקרי המוגדרים ע"י "מספר החלקיקים בחצי השמאלי של הקופסא" במערכת של 4 מולקולות גז בשיווי-משקל. מתוך- מצגות כיתה יא' תשע"ו.

- לאחר קבלת ההתפלגות התלמידים נשאלו:

א. מתוך ההתפלגות, מה ניתן לנבא על גז זה?

ב. אפרת אומרת: " בשווי משקל ההסתברויות לקבלת המצבים השונים אינן משתנות עם הזמן ולכן במצב ש"מ מספר המולקולות בכל צד של הקופסא קבוע ושווה לערך הממוצע (2 מולקולות בכל צד)" האם אפרת צודקת? מדוע?

- תשובות מומחה שלהן ניתן לצפות

בהסתמך על ההוראה הרלוונטית ניתן לשער שתלמיד יענה לשאלות א' ו ב' הנ"ל באופן הבא:

א. התפלגות ההסתברות מנבאת מהו שבר P_n הפריימים בהן נצפה ב n מולקולות בצד שמאל של הקופסא בשיווי-משקל (או לחילופין את שבר המערכות מצבר סטטיסטי של מספר גדול של מערכות של גז בש"מ). ובפרט- אנו ננבא ש 1/16 מפריימים אילו יראו את כל המולקולות בחצי השמאלי של הקופסא וש 4/16 מפריימים אילו יראו 3 מולקולות בחצי השמאלי של הקופסא ומולקולה 1 בחצי השני וש 6/16 מפריימים אילו יראו 2 מולקולות בחצי השמאלי של הקופסא ו 2 מולקולות בחצי השני.

ב. גם אם בש"מ ההסתברויות אינן משתנות, מספר המולקולות בכל צד של הקופסא משתנה במהלך הזמן. במילים אחרות, הכי סביר שבמהלך הזמן בו אנו צופים, אנו נצפה ב 2

מולקולות בשני חצאי הקופסא. אך מספר זה של מולקולות יכול להיות שונה מ 2, אף-על-פי שערכים הסוטים באופן ניכר מ 2 הינם בעלי סבירות נמוכה יותר להיצפות.

- <u>להלן תעתיק השיח בין המורה לזוג תלמידים בבואם לפתור את סעיף א' הנ"ל:</u>

לאחר חילופי תורות אחדד את טיעון התלמיד כפי שאני מבין אותו.

עמית: מה ניתן לנבא על הגז הזה?

דוד: אני יודע, שהסיכוי שלו להיות בש"מ גדול יותר מהסיכוי שלו לא להיות בש"מ

עמית ודוד: אריאל, מה ניתן לנבא על הגז שלנו?

אריאל: זה התפלגות, אמרנו שמההתפלגות ניתן לנבא הרבה דברים. אתם יכולים לספר במילים מה אתם רואים פה.

עמית: יש את ההסתברות הכי גבוה לקבל 2

דוד: ההסתברות הכי גבוה להיות בש"מ

עמית: 2 פלי 2 עץ

אריאל: דרך אגב, דוד אומר- "ההסתברות הכי גבוה להיות בש"מ" כי?

דוד: כי 2 2 זה ש"מ

עמית: בדיוק

דוד: אולי יש סיכוי יותר גבוה לא להיות בש"מ כי יש זה ועוד זה (מצביע על כמה ערכים השונים מ 2 2)

אריאל: אוקי, אז אתה אומר ששווי משקל זה 2 מולקולות בכל צד

דוד: כן

אריאל: (פונה אל עמית) מה אתה אומר על מה שדוד אומר- ש"מ זה 2 מולקולות בכל צד

עמית: זה לא נראה לי הגדרה

דוד: אז מה?

עמית: לא זוכר בדיוק את ההגדרה של ש"מ.

א.ש.: מתוך הדיון עד כה ניתן להסיק כי דוד סבור כי מצב ש"מ מתואר רק ע"י פיזור חלקיקים אחיד 2 מולקולות בכל צד של הקופסא. כלומר, מבחינת דוד כל שאר חלוקות המולקולות שאינם 2 מולקולות בצד שמאל ו 2 בימין, אינם שייכים למצב ש"מ. נשים לב כי ייתכן וזו גם הייתה דעתו של דוד במידול הדינמי (שלב 1, סעיף 4). לעומתו, עמית אומר כי ההסתברות הכי גבוה לקבל 2 2 וחלוקה זו שייכת למצב ש"מ, אך הוא אינו בטוח לגבי שאר החלוקות- האם הן נכללות בש"מ או לא.